УДК 533.9

ВЛИЯНИЕ ПЛАЗМЫ НА СПЕКТРЫ ЧЕРЕНКОВСКОЙ ПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

А. В. Ершов, М. В. Кузелев

Исследован спектр черенковской пучковой неустойчивости в волноводе с плазменно-диэлектрическим заполнением. При отсутствии плазмы неустойчивость обусловлена вынужденным черенковским излучением множества поперечных замедленных электромагнитных мод волновода. При наличии плазмы длинноволновая часть спектра обусловлена возбуждением потенциальной ленгмюровской волны, апериодической самомодуляцией пучка и черенковским излучением поверхностной плазменной волны; высокочастотная часть спектра слабо зависит от наличия в волноводе плазмы.

Ключевые слова: плазменно-диэлектрический волновод, черенковская пучковая неустойчивость, инкремент неустойчивости, широкополосное возбуждение электромагнитных волн, многомодовый режим неустойчивости.

Введение. За время после первой реализации плазменного релятивистского черенковского СВЧ-генератора большой мощности [1] в плазменной СВЧ-электронике были достигнуты значительные успехи [2, 3]. В настоящее время большое внимание уделяется проблеме использования уже имеющихся плазменных излучателей (генераторов и усилителей) для получения излучения как можно более высокой частоты и в как можно более широком диапазоне частот. Естественным путем решения данной проблемы является повышение плотности плазмы в электродинамических системах плазменных излучателей. Но на этом пути имеется ряд технических трудностей принципиального характера [4]. Поэтому возникла идея заменить в электродинамических системах плазменных излучателей плазменное заполнение на заполнение слабо поглощающей диэлектрической средой с малой частотной дисперсией, например, тефлоном.

Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, 119991 Россия, Москва, Ленинские горы, 1, стр. 2; e-mail: ershovav99@yandex.ru.

Исследованию черенковских излучателей на мощных релятивистских электронных пучках с диэлектрическими электродинамическими системами посвящено достаточно большое число работ. Так, в статьях [5–7] изложены результаты экспериментальной реализации черенковских мазеров на волноводах с диэлектрическими вставками, работающих на частотах от 3 до 10 ГГц при уровне выходной мощности до десятков МВт. Теоретическое сопровождение этих работ было проведено в работах [8, 9], в которых методом крупных частиц проведено моделирование нелинейной динамики усиления в одномодовом одночастотном случае в режиме одночастичного вынужденного эффекта Черенкова. Для всех перечисленных выше работ характерно то, что в них рассмотрены одномодовые режимы усиления в частотном диапазоне до 10 ГГц (сантиметровый диапазон длин волн).

При использовании сильноточных электронных пучков и при большой мощности возбуждаемого ими электромагнитного излучения в диэлектрической электродинамической системе возможно развитие пробоя и появление в ней достаточно плотной плазмы. Плазма существенно влияет на электромагнитные свойства электродинамической системы. В настоящей работе в линейном приближении исследуется влияние плазмы на спектры электромагнитных волн, возбуждаемых релятивистским электронным пучком в плазменно-диэлектрическом волноводе при черенковской пучковой неустойчивости. В отличие от цитированных выше работ, в настоящей работе акцент делается на возбуждение более высокочастотных электромагнитных волн в широком частотном диапазоне (вся микроволновая область). В диэлектрических системах широкополосное возбуждение электромагнитных волн, как будет видно из дальнейшего, неизбежно оказывается многомодовым по поперечному волновому числу.

Описание электродинамической системы. Рассмотрим круглый металлический волновод радиуса R с двухкомпонентным диэлектрическим заполнением средами с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2. Граница сред расположена при $r = r_0 < R$, а среда ε_1 пусть занимает область $r < r_0$. В дальнейшем будут рассмотрены случаи, когда одна из сред имеет проницаемость ε_d, а другая проницаемость $\varepsilon_p = 1 - \omega_p^2/\omega^2$. Здесь ε_d – диэлектрическая проницаемость оптически прозрачной среды без частотной дисперсии (т. е. ε_d есть вещественная постоянная), а ε_p – диэлектрическая проницаемость холодной бесстолкновительной изотропной электронной плазмы (ω_p – электронная ленгмюровская частота). Волновод при $r = r_b$ пронизывается прямолинейным бесконечно тонким трубчатым электронным пучком [2]. Пучок предполагается полностью замагниченным внешним магнитным полем, направленным вдоль оси волновода[1]. Более плотная плазма считается незамагниченной.

Вывод дисперсионного уравнения. Решение уравнений Максвелла для азимутально-симметричных электромагнитных волн E-типа в волноводе с указанным выше заполнением запишем в виде

$$E_z(t,r,z) = E(r)\exp(-i\omega t + ik_z z),$$

$$E(r) = \begin{cases} AI_0(\chi_1 r), & r < r_0 \\ A\chi_2 r_0[UI_0(\chi_2 r) + VK_0(\chi_2 r)], & r_0 < r < r_b, \\ BF_0(\chi_2 r), & r_b < r < R \end{cases} \tag{1}$$

где

$$V(\omega,k_z) = \varepsilon_2\chi_1 I_0(\chi_1 r_0)I_1(\chi_2 r_0) - \varepsilon_1\chi_2 I_1(\chi_1 r_0)I_0(\chi_2 r_0),$$

$$U(\omega,k_z) = \varepsilon_2\chi_1 I_0(\chi_1 r_0)K_1(\chi_2 r_0) + \varepsilon_1\chi_2 I_1(\chi_1 r_0)K_0(\chi_2 r_0),$$

$$F_0(\chi_2 r) = I_0(\chi_2 r)K_0(\chi_2 R) - K_0(\chi_2 r)I_0(\chi_2 R),$$

$$F_1(\chi_2 r) = I_1(\chi_2 r_0)K_0(\chi_2 R) + K_1(\chi_2 r_0)I_0(\chi_2 R). \tag{2}$$

Здесь ω – частота, k_z – продольное волновое число (ось z совпадает с осью волновода и с направлением движения пучка), A и B – постоянные, $I_{0,1}(x)$ и $K_{0,1}(x)$ – функции Инфельда и Макдональда, а $\chi_{1,2}^2 = k_z^2 - \varepsilon_{1,2}\omega^2/c^2$. Для определенности решение (1) записано для случая $r_0 < r_b < R$. Поскольку пучок может транспортироваться только по плазменной области волновода, то в этом случае $\varepsilon_1 = \varepsilon_d$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_p$ (случай прямой геометрии). Решение (1) удовлетворяет условиям непрерывности тангенциальных составляющих векторов электромагнитного поля E_z, B_φ на границе раздела сред $r = r_0$ и обращается в ноль на стенке волновода $r = R$.

На бесконечно тонком электронном пучке, т. е. при $r = r_b$, решение (1) должно удовлетворять граничным условиям, которые сводятся к непрерывности компоненты поля E_z и к обусловленному высокочастотным током пучка скачку компоненты магнитного поля B_φ. Вычисляя ток пучка в гидродинамическом приближении [11], подставляя решение (1) в граничные условия на пучке и исключая постоянные A и B, получаем

[1]В случае малого поперечного размера электронного пучка его поляризация в поперечном направлении несущественна. Определяющей будет продольная поляризация. Поэтому для тонкого трубчатого электронного пучка при описании высокочастотных процессов требование замагниченности, вообще говоря, необязательно [10].

следующее дисперсионное уравнение для определения комплексных спектров рассматриваемого плазменно-диэлектрического волновода с тонким трубчатым электронным пучком:

$$\varepsilon_2 \cdot D_0(\omega, k_z) = (U(\omega, k_z) I_0(\chi_2 r_b) + V(\omega, k_z) K_0(\chi_2 r_b)) F_0(\chi_2 r_b) \frac{\chi_2^2 \delta_b r_b \omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} = 0, \quad (3)$$

где $\varepsilon_2 = \varepsilon_p$, а

$$D_0(\omega, k_z) = \varepsilon_1 \chi_2 F_0(\chi_2 r_0) I_1(\chi_1 r_0) - \varepsilon_2 \chi_1 F_1(\chi_2 r_0) I_0(\chi_1 r_0). \quad (4)$$

Интерес представляет также и инверсная геометрия плазменно-диэлектрического волновода – плазма внутри, а диэлектрик снаружи. В этом случае $r_b < r_0$, и дисперсионное уравнение оказывается следующим:

$$\varepsilon_1 \cdot D_0(\omega, k_z) = (U^* I_0(\chi_1 r_b) + V^* K_0(\chi_1 r_b)) I_0(\chi_1 r_b) \frac{\chi_1^2 \delta_b r_b \omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2}, \quad (5)$$

где $\varepsilon_1 = \varepsilon_p$, а

$$U^* = \varepsilon_1 \chi_2 F_0(\chi_2 r_0) K_1(\chi_1 r_0) + \varepsilon_2 \chi_1 F_1(\chi_2 r_0) K_0(\chi_1 r_0),$$
$$V^* = \varepsilon_1 \chi_2 F_0(\chi_2 r_0) I_1(\chi_1 r_0) + \varepsilon_2 \chi_1 F_1(\chi_2 r_0) I_0(\chi_1 r_0). \quad (6)$$

Собственные волны плазменно-диэлектрического волновода. Левые части уравнений (3) и (5) являются дисперсионными уравнениями для спектров собственных волн плазменно-диэлектрического волновода без пучка. Так, уравнения

$$D_0(\omega, k_z) = 0 \quad (7)$$

определяют частоты сильно непотенциальных электромагнитных волн диэлектрического волновода и поверхностных волн на границе плазмы и диэлектрика. Помимо этих волн в волноводе имеется и потенциальная ленгмюровская волна с частотой $\omega = \omega_p(\varepsilon_p = 0)$. На рис. 1 представлены дисперсионные кривые волновода с диэлектриком во внутренней области $r < r_0$ без плазмы (рис. 1(а)) и с плазмой (рис. 1(б)). Параметры волновода следующие: $r_0 = 1$ см, $R = 3$ см, $\varepsilon_d = 3$, $\omega_p = 2 \cdot 10^{11}$ рад/с. На рис. 2 представлены те же дисперсионные кривые, но для случая инверсной геометрии – диэлектрик во внешней области $r > r_0$, параметры волновода прежние. На рисунках также показаны световая прямая в диэлектрике $\omega = k_z c/\sqrt{\varepsilon_d}$ (синяя штриховая линия) и линия черенковского резонанса $\omega = k_z u$ (красная штриховая линия). Скорость пучка $u = 2.27 \cdot 10^{10}$ см/с.

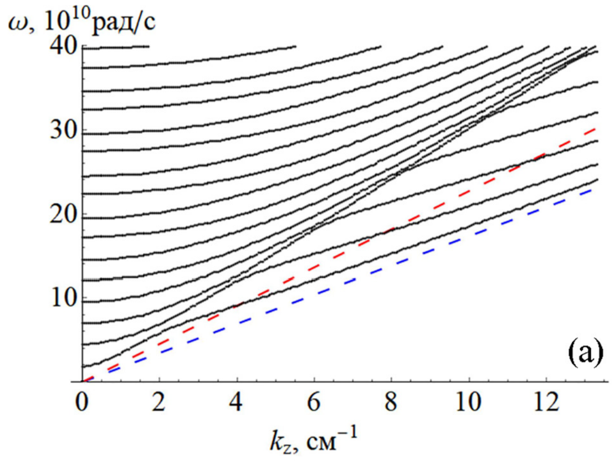

Рис. 1: *Дисперсионные кривые плазменно-диэлектрического волновода – прямая геометрия.*

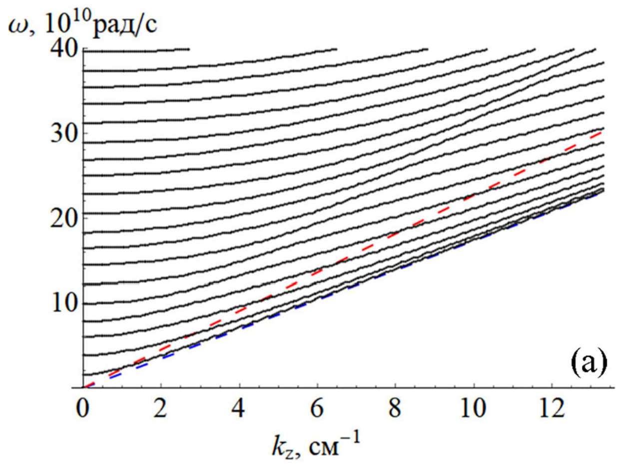

Рис. 2: *Дисперсионные кривые плазменно-диэлектрического волновода – инверсная геометрия.*

На рис. 1(а) и 2(а) присутствуют только дисперсионные кривые электромагнитных мод $E_{0n}, n = 1, 2 \ldots$. Как видим, все электромагнитные моды в достаточной степени замедлены ($u > c/\sqrt{\varepsilon_d}$), и черенковский резонанс имеется на всех электромагнитных модах. На рис. 1(б) и 2(б) появились дисперсионные кривые поверхностных плазменных волн (самые нижние кривые) и дисперсионные прямые $\omega = \omega_p$ потенциальных ленгмюровских волн (зеленые линии). Независимо от геометрии (прямая или инверсная) в коротковолновом пределе частоты поверхностных волн выходят на $\omega = \omega_p/\sqrt{\varepsilon_d + 1}$ (в нашем случае это $\omega_p/2$). В длинноволновой же области частоты поверхностных волн сильно зависят от геометрии. Так, в случае прямой геометрии (рис. 1(б)) поверхностная волна имеет отличную от нуля частоту отсечки. Поэтому она всегда, так же как и потенциальная волна $\omega = \omega_p$, находится в черенковском резонансе с пучком. В случае инверсной геометрии поверхностная волна имеет нулевую частоту отсечки (рис. 2(б)). Можно показать, что в длинноволновом пределе частота поверхностной плазменной волны определяется формулой

$$\omega = \frac{k_z c}{\sqrt{\varepsilon_d}} \left(1 + \frac{I_1(\omega_p r_0/c)}{I_0(\omega_p r_0/c)} \frac{\omega_p r_0}{c} \ln \frac{R}{r_0}\right)^{-1/2}. \tag{8}$$

Учитывая, что в длинноволновом пределе фазовая скорость поверхностной плазменной волны максимальна, из (8) видим, что при $u > c/\sqrt{\varepsilon_d}$ черенковский резонанс пучка и поверхностной плазменной волны отсутствует. Он может быть, но только при выполнении обратного неравенства $u < c/\sqrt{\varepsilon_d}$, когда черенковский резонанс пучка и электромагнитных волн отсутствует. Для данной работы случай $u < c/\sqrt{\varepsilon_d}$ интереса не представляет.

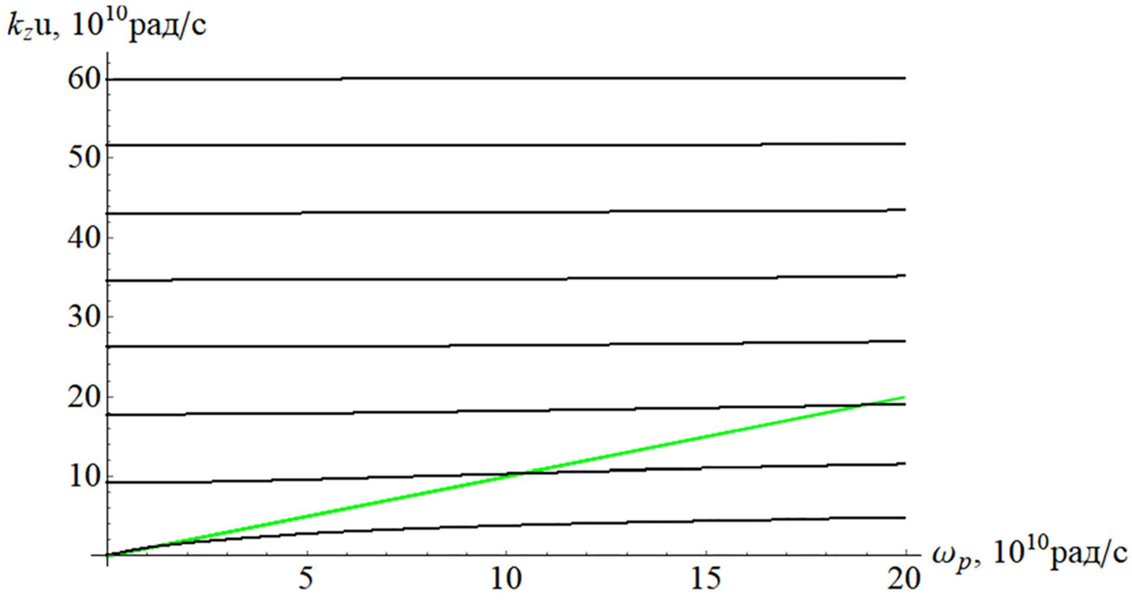

Рис. 3: *Черенковские резонансы в зависимости от плазменной частоты.*

Резонансные волновые числа $k_z = k_0$ определяются из уравнений (7), если в них подставить $\omega = k_z u$. Еще одно резонансное волновое число есть $k_0 = \omega_p/u$. Все резонансные частоты вычисляются по формуле $\omega_0 = k_0 u$. На рис. 3 в зависимости от плазменной частоты показаны резонансные частоты в плазменно-диэлектрическом волноводе для прямой геометрии. В случае инверсной геометрии зависимости резонансных частот примерно такие же, только при $u > c/\sqrt{\varepsilon_d}$ резонансы на поверхностной плазменной волне отсутствуют (нет самой нижней кривой на рис. 3).

Расчет спектров неустойчивостей. Приближенные аналитические решения дисперсионных уравнений (3) и (5) стандартным образом находятся в предельных случаях одночастичного и коллективного вынужденных эффектов Черенкова [4, 13]. Здесь мы ограничимся рассмотрением результатов численного решения дисперсионных уравнений.

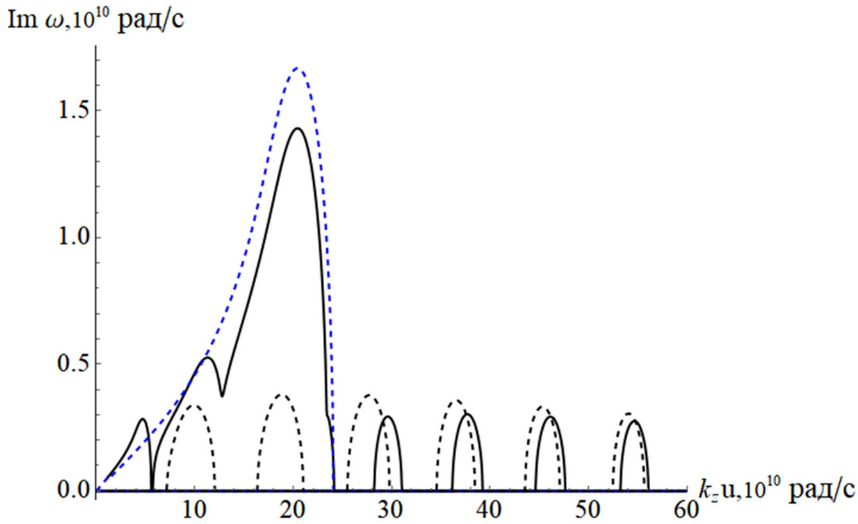

Рис. 4: *Инкременты черенковской неустойчивости в диэлектрическом волноводе в прямой геометрии без плазмы (чёрная штриховая) и с плазмой (чёрная сплошная), и в волноводе с однородным плазменным заполнением (синяя штриховая).*

На рис. 4 для случая прямой геометрии в зависимости от величины $k_z u$ представлены инкременты Imω черенковской пучковой неустойчивости в диэлектрическом волноводе без плазмы (чёрная штриховая линия) и с плазмой (черная сплошная). Параметры волновода те же, что и на предыдущих рисунках, ленгмюровская частота электронов пучка $\omega_b = 2.5 \cdot 10^{10}$ рад/с, радиус пучка $r_b = 1.05$ см. На том же рисунке представлен инкремент неустойчивости в волноводе такого же радиуса с однородным плазменным заполнением, т. е. без диэлектрика (синяя штриховая линия). Напомним, что в случае чисто плазменного заполнения имеются два вида пучковой неустойчивости. При $k_z u = \omega_p$ развивается резонансная неустойчивость, обусловленная черенковским возбуждением потенциальной ленгмюровской волны. При $k_z u < \omega_p$ развивается апериодическая неустойчивость, при которой из-за отрицательности диэлектрической проницаемости плазмы происходит самомодуляция электронного пучка. Как видно из рис. 4, в отсутствие плазмы имеется последовательность достаточно узких областей, в которых инкремент $\mathrm{Im}\omega$ отличен от нуля. Каждая из этих областей описывает черенковскую неустойчивость на одной из поперечных мод диэлектрического волновода. Точки, в которых инкременты достигают максимумов, хорошо согласуются с данными, приведенными на рис. 3. При наличии плазмы картина усложняется: самый левый максимум инкремента обусловлен неустойчивостью на поверхностной плазменной волне (резонансное значение $k_z u$ определяется нижней кривой на рис. 3); второй максимум обусловлен неустойчивостью на первой электромагнитной моде диэлектрического волновода (резонансное значение $k_z u$ определяется второй снизу кривой на рис. 3) и значительной примесью апериодической пучковой неустойчивости; третий, самый интенсивный, максимум инкремента обусловлен резонансной пучковой неустойчивостью на потенциальной ленгмюровской волне $\omega = \omega_p$. В области $k_z u < \omega_p$ неустойчивость определяется именно плазмой, а диэлектрик играет второстепенную роль, что видно из сравнения в этой области черной и синей кривых. Более высокие области неустойчивости (четвертая, пятая и т. д.) обусловлены неустойчивостями на высоких (третьей, четвертой и т. д.) электромагнитных модах диэлектрического волновода. Эти области примерно такие же, как и без плазмы, но только незначительно сместились в область более высоких частот, что согласуется с рис. 3.

Для случая инверсной геометрии инкременты неустойчивостей представлены на рис. 5. Видно, что в отсутствие плазмы (чёрные штриховые линии) число областей неустойчивости в том же частотном диапазоне увеличилось. Это обусловлено тем, что различные поперечные моды в волноводе с диэлектриком во внешней области $r > r_0$ располагаются теснее. При наличии плазмы в области $k_z u < \omega_p$, как и в случае прямой геометрии, наблюдаются значительные изменения. При инверсной геометрии отсутствует резонанс с поверхностной плазменной волной. Поэтому слабо выраженные первый, второй и третий максимумы инкремента обусловлены резонансами с первой, второй и третьей электромагнитными модами диэлектрического волновода. Но эти резонансы имеют второстепенное значение. Определяющей здесь является апериодическая неустойчивость, обусловленная отрицательностью диэлектрической проницаемости плазмы. Чисто плазменную природу имеет и четвертый, самый интенсивный, максимум инкремента. То, что в области $k_z u < \omega_p$ именно плазма играет определяющую роль видно из сравнения черной и синей кривых, которые, если не вдаваться в мелкие детали, практически совпадают. В области $k_z u > \omega_p$ роль плазмы сводится к небольшому уменьшению инкрементов и к незначительному смещению подобластей неустойчивости различных поперечных мод в сторону коротких длин волн.

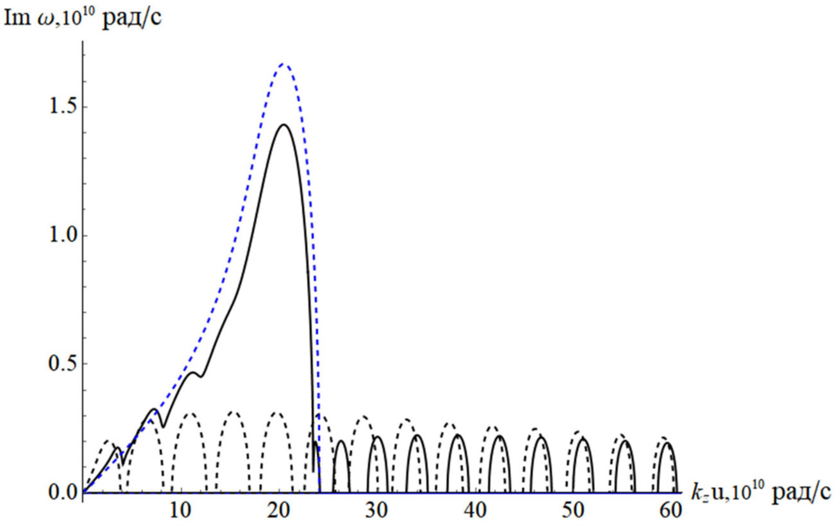

Рис. 5: *Инкременты черенковской неустойчивости в диэлектрическом волноводе в инверсной геометрии без плазмы (чёрная штриховая) и с плазмой (чёрная сплошная), и в волноводе с однородным плазменным заполнением (синяя штриховая).*

Заключение. Таким образом, в отсутствие плазмы область развития неустойчивости состоит из множества не перекрывающихся подобластей, в которых неустойчивость обусловлена вынужденным черенковским излучением различных замедленных поперечных мод диэлектрического волновода; максимумы инкрементов неустойчивости на различных поперечных модах медленно убывают при укорочении длины волны. При наличии плазмы в длинноволновой области $k_z < \omega_p$ механизм неустойчивости иной: она обусловлена возбуждением продольной ленгмюровской волны, поверхностной плазменной волны (в волноводе с прямой геометрией) и апериодической самомодуляцией пучка из-за отрицательности диэлектрической проницаемости плазмы. Инкременты неустойчивостей, связанных с наличием плазмы, значительно превышают инкременты неустойчивостей на поперечных модах диэлектрического волновода.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] М. А. Красильников, М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, ЖЭТФ **108**(2), 521 (1995).

[2] М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, П. С. Стрелков, *Плазменная релятивистская СВЧ-электроника* (М., Ленанд, 2018).

[3] П. С. Стрелков, УФН **189**, 494 (2019). DOI: 10.3367/UFNe.2018.09.038443.

[4] И. Н. Карташов, М. В. Кузелев, ЖЭТФ **161**(2), 281 (2022). DOI: 10.1134/S1063776122020054.

[5] W. Main, R. Cherry, E. Garate, IEEE Transactions on Plasma Science **18**(3), 507 (1990). DOI: 10.1109/27.55921.

[6] W. Main, R. Cherry, E. Garate, Appl. Phys. Lett. **55**, 1498 (1989). DOI:10.1063/1.101589.

[7] E. Garate et al., Appl. Phys. Lett. **56**, 1092 (1990). DOI: 10.1063/1.102577.

[8] W. Peter, E. Garate, W. Main, A. Fisher, Phys. Rev. Lett. **65**, 2989 (1990). DOI: 10.1103/PhysRevLett.65.2989.

[9] H. P. Freund, A. K. Ganguly, Methods in Phys. Res. A **304**(1-3), 612 (1991). DOI: 10.1016/0168-9002(91)90938-M.

[10] М. В. Кузелев, Физика плазмы **28**(6), 544 (2002).

[11] А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, *Основы электродинамики плазмы* (М., Высшая школа, 1988).

[12] А. В. Ершов, И. Н. Карташов, М. В. Кузелев, ЖЭТФ **165**(6), 857 (2024). DOI: 10.31857/S0044451024060130 [in Russian].

[13] В. В. Богданов, М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, Физика плазмы **10**(3), 548 (1984).

Поступила в редакцию 10 декабря 2024 г.

После доработки 26 января 2025 г.

Принята к публикации 27 января 2025 г.