

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД

УДК 538.945

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
НА НЕИДЕАЛЬНЫЕ ДЖОЗЕФСОНОВСКИЕ КОНТАКТЫА. Н. Лыков¹, И. А. Лыков²

Методом численного решения уравнений в рамках резистивной модели изучен характер отклонений вольт-амперных характеристик неидеальных джозефсоновских контактов от аналогичных характеристик идеальных (стандартных) контактов. Неидеальными джозефсоновскими контактами считаются контакты, в которых ток-фазовое соотношение содержит дополнительные джозефсоновские гармоники. Нами рассчитаны зависимости амплитуд ступенек тока (ступенек Шапиро) от мощности внешнего электромагнитного излучения. При этом обнаружено отклонение вида этих зависимостей от соответствующих зависимостей для идеальных джозефсоновских контактов. Кроме того, в работе изучены особенности возникновения дополнительных ступенек тока на вольт-амперных характеристиках джозефсоновских контактов, а также показана возможность их отсутствия в случае наличия дополнительных гармоник в ток-фазовом соотношении. Полученные результаты доказывают, что с помощью анализа ступенчатой структуры вольт-амперных характеристик можно получить информацию о свойствах джозефсоновских контактов и о свойствах сверхпроводников, формирующих такие контакты.

Ключевые слова: сверхпроводимость, критический ток, вольт-амперная характеристика, андреевское отражение, электромагнитное поле, нестационарные свойства.

Введение. Эффект Джозефсона является одним из наиболее известных эффектов в сверхпроводимости [1]. Основой данного эффекта является возможность протекания

¹ ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: lykovan@lebedev.ru.

² МФТИ, 141701 Россия, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9.

(туннелирования) сверхпроводящих носителей тока через тонкий слой диэлектрика. Обычно используется следующее соотношение для сверхпроводящего тока контакта:

$$I_s = I_c \sin \varphi, \quad (1)$$

где φ – разность фаз сверхпроводящего параметра порядка, возникающая между двумя сверхпроводниками и I_c – критический ток контакта. Поведение джозефсоновского контакта (ДК) обычно описывается в рамках резистивной модели [2–4], в которой задается ток (I), пропускаемый через контакт. В рамках данной модели поведение контактов описывается двумя уравнениями:

$$I + I_\omega \sin \omega t = I_s(\varphi) + \frac{\hbar}{2eR} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$V = \frac{\hbar}{2e} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (2.2)$$

где $\hbar$ – постоянная Планка, e – заряд электрона, R – сопротивление контакта в нормальном несверхпроводящем состоянии, t – время, I_ω и ω – амплитуда и угловая частота внешнего высокочастотного тока, пропускаемого через контакт в дополнении к постоянному току I . Отметим, что уравнение (2.1) справедливо для ДК с малыми геометрическими размерами, когда можно пренебречь координатной зависимостью разности фаз [5]. Обычно полагается, что ток-фазовое соотношение (ТФС) $I_s(\varphi)$ определяется соотношением (1). В данной работе мы называем такие контакты идеальными ДК. В этом случае уравнение (2.1) с учетом соотношения (2.2) для нахождения напряжения на контакте впервые решалось на аналоговой вычислительной машине [6]. Кроме того, в работе [7] разработан метод аналитического решения этого уравнения, который хорошо работает в пределе $I_\omega \ll I_c$. Как показывает расчет, на вольт-амперных характеристиках (ВАХ) ДК должны наблюдаться ступеньки тока при напряжениях:

$$V_n = n \frac{\hbar \omega}{2e}, \quad (3)$$

где n – целое число (номер ступеньки). В работе [8] было экспериментально подтверждено существование таких ступенек тока, и они получили название ступенек Шапиро в честь одного из авторов этой работы. Характерной особенностью поведения таких ступенек является осциллирующий характер зависимости их амплитуды от мощности внешнего электромагнитного излучения. Эти зависимости качественно напоминают функции Бесселя соответствующего порядка.

Дальнейшее исследование эффекта Джозефсона [9–11] показало, что вместо зависимости (1) для ТФС надо использовать новое соотношение вида:

$$I_s(\varphi) = \sum_{k \geq 1} I_{ck} \sin(k\varphi), \quad (4)$$

где k – целые числа, а I_{ck} – некоторые коэффициенты. В нашей работе ДК, для которых справедливо это соотношение для ТФС, называются неидеальными ДК. Такое ТФС наблюдается в разнообразных микромостиках, в прижимных точечных контактах и даже в туннельных контактах с конечной проницаемостью туннельного барьера [11]. Главной причиной замены зависимости (1) на (4) является андреевское отражение [12]. Кроме влияния на ТФС, андреевское отражение может приводить к появлению щелевой структуры на ВАХ джозефсоновских контактов [13, 14]. Наблюдение осциллирующего характера зависимости амплитуд ступенек Шапиро от мощности внешнего электромагнитного излучения часто используется в качестве одного из доказательств существования эффекта Джозефсона в переходах [15, 16]. Актуальность данных исследований объясняется также тем, что эффект Джозефсона применяется при исследовании симметрии параметра порядка в высокотемпературных сверхпроводниках [11, 17, 18].

В работе [19] аналитически находились ВАХ с помощью модификации метода Томсона [7] на случай учета двух первых гармоник в соотношении (4). В работе [20] приведены примеры рассчитанных нами ВАХ для разных значений амплитуды внешнего высокочастотного тока. В этой работе было обнаружено, что наличие второй джозефсовской гармоники в ТФС мало влияет на ВАХ ДК. Даже в случае равного вклада в ТФС первой и второй джозефсоновских гармоник ВАХ таких контактов мало отличаются от ВАХ идеальных ДК с синусоидальным ТФС (1). На ВАХ наблюдаются только обычные ступеньки Шапиро при напряжениях, определяемым джозефсоновским соотношением (3). Это результат трудно объяснить. Очевидно, что появление ступенек тока на ВАХ вызвано синхронизацией собственной джозефсоновской генерации внешним переменным током. Вторая гармоника в ТФС должна приводить к генерации ДК излучения с частотой, превышающей обычную джозефсоновскую $eV/2\hbar$ в два раза. Казалось бы, что такое излучение должно приводить к возникновению дополнительных ступенек тока также при напряжениях [19]:

$$V_n = (2n + 1) \frac{\hbar\omega}{4e}. \quad (5)$$

Действительно, такие ступеньки тока наблюдались ранее экспериментально при исследовании взаимодействия прижимных точечных контактов Nb-Nb с внешним электромагнитным излучением [21]. Тем не менее, расчеты ВАХ, проведенные в работе

[20], показывают, что такие дополнительные ступеньки на ВАХ возникают лишь при больших амплитудах второй гармоники в ТФС и при больших амплитудах высокочастотного поля $I_\omega \geq I_c$. В данной работе для дальнейшего исследования нестационарных процессов в неидеальных джозефсоновских контактах нами изучен характер изменения зависимостей амплитуд ступенек на ВАХ от мощности внешнего электромагнитного излучения.

Формулировка задачи и метод расчета. На первом этапе в данной работе вычислялась зависимость усредненного от времени напряжения от тока I . При этом в уравнении (2.1) вместо синусоидальной зависимости критического тока от разности фаз использовалась зависимость вида (4). Для решения системы дифференциальных уравнений (2.1) и (2.2) была разработана компьютерная программа. Вначале для заданных значений I и I_ω находилась зависимость $\varphi(t)$ в интервале изменения времени от 0 до некоторого достаточно большого времени (T). При проведении расчетов мы полагали, что $T = 1000/\omega$ и $\omega = 2\pi \cdot 10^{11}$ сек $^{-1}$. Шаг по времени Δt , который использовался нами, равнялся $10^{-3}/\omega$. Пусть задано какое-то начальное значение разности фаз сверхпроводящего параметра порядка $\varphi(0)$, тогда разность фаз в момент времени $(i+1)\Delta t$, где i – какое-то натуральное число, приближенно можно найти с помощью соотношения:

$$\varphi_{i+1} = \varphi(0) + \sum_{j=0}^i \frac{\partial \varphi}{\partial t}(j\Delta t)\Delta t, \quad (6)$$

где j – натуральное число. Производная разности фаз по времени в момент $j\Delta t$ находится из уравнения (2.1):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t}(j\Delta t) = \frac{2eR}{\hbar} \{I - I_s(\varphi_j) + I_\omega \sin(j\omega\Delta t)\}. \quad (7)$$

Далее находилось усредненное напряжение $\langle V \rangle$ на ДК с помощью соотношения:

$$\langle V \rangle = \frac{\hbar}{2e} \frac{\varphi(T) - \varphi(0)}{T}. \quad (8)$$

Из выражений (6) и (8) следует, что величина $\langle V \rangle$ не зависит от начального значения фазы $\varphi(0)$. Это проверялось с помощью вычисления $\langle V \rangle$ при разных начальных условиях. При этом наблюдались заметные скачки φ_i при малых $i \leq 10$, которые не оказывали влияния на определяемую величину $\langle V \rangle$. Это объясняется большим количеством φ_i (в нашем случае 10^6) и большим интервалом времени T , которые использовались нами для нахождения только одного значения $\langle V \rangle$. Тем не менее мы постарались выбрать такое начальное условие, чтобы скачки фазы при малых i были возможно меньше.

В нашем случае мы полагали $\varphi(0) = I/I_c$. Очевидно, используемое нами условие не единственно. К примеру, начальные условия вида $\varphi(0) = I/I_c + 2\pi n$, где n – любое целое число, идентичны используемому нами начальному условию. Таким образом вычислялись зависимости $\langle V \rangle(I)$ – ВАХ ДК [20] и на этой основе зависимости амплитуд ступенек Шапиро от I_ω . В качестве одного из способов проверки данного метода расчета использовались подобные расчеты идеальных ДК, в которых для ТФС использовалось стандартное джозефсоновское соотношение (1). При этом обнаружено хорошее согласие наших зависимостей с аналогичными зависимостями, полученными ранее. Для облегчения сравнения с экспериментальными зависимостями мы использовали размерные единицы системы СИ. Один из источников ошибок наших вычислений – конечная величина шага по току. Очевидно, уменьшение шага приводило к увеличению времени вычислений. Его величина выбиралась с учетом компромисса между точностью и временем вычислений.

Зависимости $I_s(\varphi)$, которые были ранее найдены с помощью микроскопических расчетов [11], можно достаточно хорошо аппроксимировать с помощью первых двух членов ряда (4). Вклад членов с $k > 2$ может приводить к появлению не одного, как следует из микроскопических расчетов, а нескольких локальных максимумов на ТФС. Таким образом, джозефсоновские гармоники с $k > 2$ могут использоваться только с малыми коэффициентами для небольшой коррекции ТФС.

Зависимость амплитуд ступенек Шапиро от мощности внешнего электромагнитного излучения. Важной характеристикой ДК является зависимость амплитуд ступенек Шапиро от мощности внешнего электромагнитного излучения, которая пропорциональна квадрату амплитуды внешнего высокочастотного напряжения (V_ω^2) в режиме задания напряжения на ДК и I_ω^2 в режиме задания тока через этот контакт. Хорошо известно, что в случае идеальных ДК зависимость величины первой ступеньки тока (I_1) от амплитуды прикладываемого к контакту высокочастотного напряжения хорошо описывается функцией Бесселя первого порядка $J_1\left(\frac{2eV_\omega}{\hbar\omega}\right)$ [4, 18]. На рис. 1(а)–(в) показаны примеры рассчитанных нами зависимостей $I_1(I_\omega)$ для ДК с двумя гармониками в ТФС. В данных вычислениях полагалось, что $I_s(\varphi) = A \cdot (\sin \varphi + B \cdot \sin 2\varphi)$ с разными наборами параметров A и B . Параметр B определяет сравнительную долю второй гармоники в ТФС, а параметр A подбирался из условия равенства 1 максимума $I_s(\varphi)$. Величина I_1 определяется величиной разности пропускаемых токов, при которых вычисляемое напряжение $\langle V \rangle$ становилось, соответственно, больше $\hbar\omega/2e + 10^{-6}$ В и меньше $\hbar\omega/2e - 10^{-6}$ В. Подобным образом находилась высота и других ступенек тока.

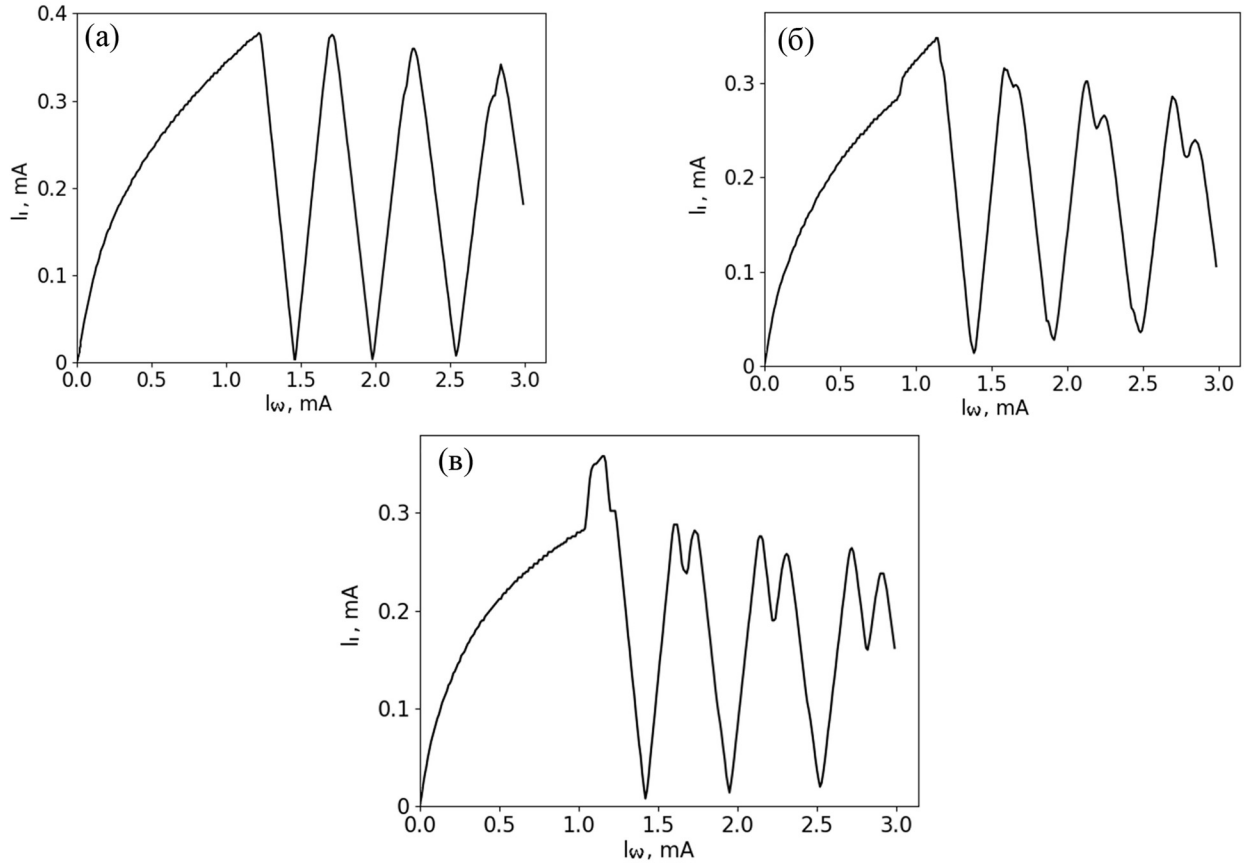


Рис. 1: (а)–(в). Примеры рассчитанных зависимостей первой ступеньки Шапиро I_1 от I_ω для ДК с двумя гармониками в ТФС. В данном случае: (а) $I_s(\varphi) = \sin \varphi$, (б) $I_s(\varphi) = 0.57 \cdot (\sin \varphi + \sin 2\varphi)$ и (в) $I_s(\varphi) = 0.37 \cdot (\sin \varphi + 2 \sin 2\varphi)$.

Как видно на рис. 1(а) и 1(б) зависимости $I_1(I_\omega)$ существенно различаются, при этом осциллирующий характер зависимости I_1 от I_ω сохраняется. Эти зависимости качественно напоминают функции Бесселя $J_1\left(\frac{2eRI_\omega}{\hbar\omega}\right)$. Как отмечалось в предыдущем разделе, при равном вкладе членов, содержащих $\sin \varphi$ и $\sin 2\varphi$ в разложении (4), влияние второго члена мало проявляется на ступенчатой структуре ВАХ [20]. В отличие от зависимости $I_1(I_\omega)$ для идеального ДК, показанной на рис. 1(а), на зависимости, показанной на рис. 1(б), возникает трансформация каждого локального максимума в два близко расположенных. При дальнейшем увеличении параметра B , как показано на рис. 1(в), такая структура с двумя локальными максимумами вместо одного становится более ярко выраженной. В этом случае $I_s(\varphi) = 0.37 \cdot (\sin \varphi + 2 \sin 2\varphi)$, и на ВАХ появляются дополнительные ступеньки тока при напряжениях, определяемых соотношением (5) [20]. Как

показали теоретические расчеты [11] ТФС с таким большим вкладом второй гармоники реальны для некоторых видов ДК. Например, они должны наблюдаться в случае туннельных ДК типа сверхпроводник-тонкий слой ферромагнетика-изолятор-тонкий слой ферромагнетика-сверхпроводник (SFIFS) [22]. В предельном случае $I_s(\varphi) = \sin 2\varphi$ зависимость $I_1(I_\omega)$ становится осциллирующей функцией с в 2 раза меньшим периодом осцилляций по I_ω .

Проведенные нами расчеты показывают, что зависимости величины критического тока и второй ступеньки Шапиро от I_ω также меняются подобным образом при изменении вида зависимости $I_s(\varphi)$. Хотелось бы отметить, что такой характер зависимости амплитуд первых ступенек Шапиро от мощности излучения наблюдался в работе [17] при исследовании свойств точечных ДК типа $\text{Pb}_{0.6}\text{In}_{0.4}/\text{FeSe}_{0.4}\text{Te}_{0.6}$, что указывает на существование второй гармоники в ТФС изучаемых контактов.

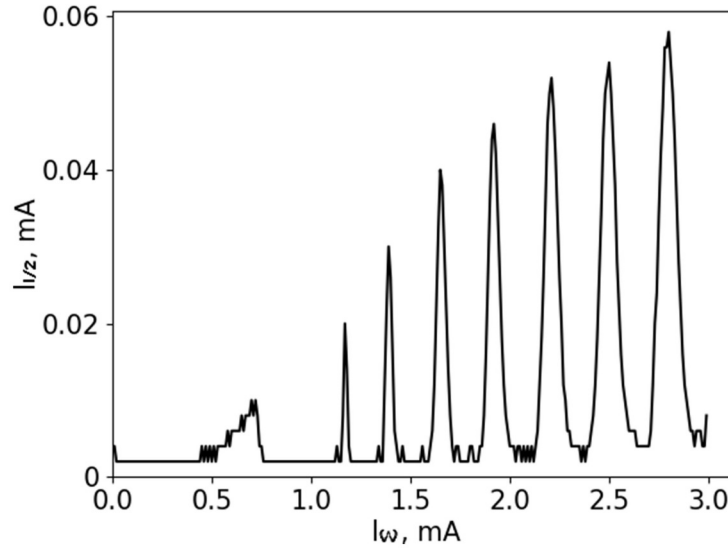


Рис. 2: Зависимость амплитуды ступеньки тока при напряжении $\hbar\omega/4e(I_{1/2})$ от I_ω для ДК с двумя гармониками в ТФС. В данном случае $I_s(\varphi) = 0.57 \cdot (\sin \varphi + \sin 2\varphi)$.

Зависимость амплитуд дополнительных ступенек тока от мощности внешнего электромагнитного излучения. Наличие второй гармоники в ТФС должно приводить к появлению дополнительных ступенек тока при напряжении, определяемом соотношением (5) [19–21]. К примеру, зависимость ее амплитуды от I_ω должна описываться функцией Бесселя $J_1\left(\frac{4eRI_\omega}{\hbar\omega}\right)$. Рассчитанные нами зависимости существенно отличаются от ранее предсказанных [19]. На рис. 2 показан пример рассчитанной нами зависимости величины ступеньки тока при напряжении $\hbar\omega/4e(I_{1/2})$ от I_ω . При $B \neq 0$, как

и ожидалось, появляется ступенька тока при этом напряжении $\hbar\omega/4e$. Как видно из рис. 2, заметный рост этой ступеньки тока возникает только при достаточно больших $I_\omega (I_\omega > I_c)$. Это объясняет причину, почему не видно ступеньки тока на ВАХ при напряжении $\hbar\omega/4e$ при малых $I_\omega (I_\omega < I_c)$ [20]. Отметим большое различие зависимостей $I_1(I_\omega)$ и $I_{1/2}(I_\omega)$ для ДК с $I_s(\varphi) = 0.57 \cdot (\sin \varphi + \sin 2\varphi)$, в котором вклады первой и второй джозефсоновских гармоник в ТФС одинаковы. На наш взгляд такое различие зависимостей $I_1(I_\omega)$ и $I_{1/2}(I_\omega)$ объясняется разным влиянием джозефсоновских гармоник при формировании этих ступенек тока. Ступенька тока при напряжении $\hbar\omega/4e$ возникает только из-за влияния второй гармоники. В то же время излучение с частотой $\omega/2$, возникающее из-за первой джозефсоновской гармоники, является возмущением, препятствующим достижению когерентности между внешним излучением и излучением, генерируемым второй гармоникой. С другой стороны, ступенька тока при напряжении $\hbar\omega/2e$ возникает как из-за влияния первой джозефсоновской гармоники, так и из-за влияния второй гармоники в ТФС. Для второй гармоники это будет вторая ступенька на ВАХ ДК. С увеличением второй гармоники в ТФС величина ступеньки тока $I_{1/2}$ возрастает.

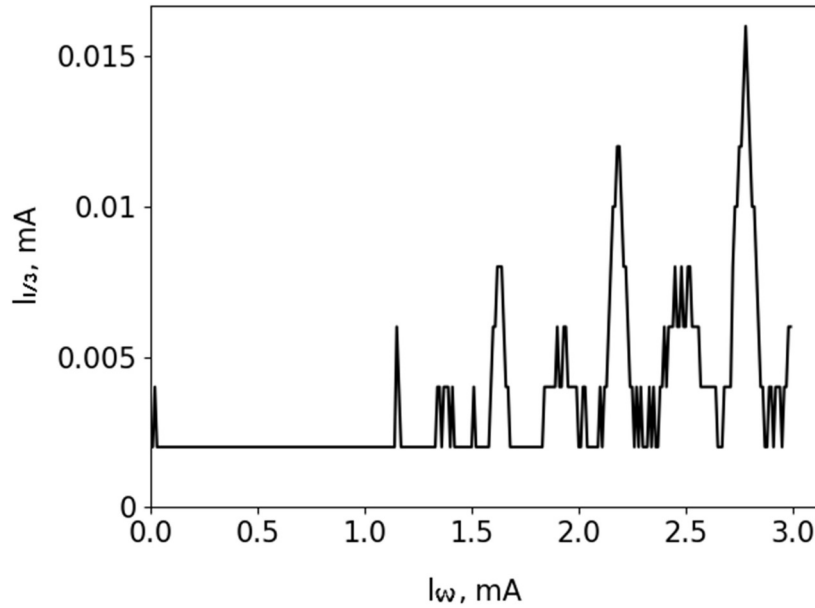


Рис. 3: Зависимость амплитуды ступеньки тока при напряжении $\hbar\omega/6e(I_{1/3})$ от I_ω для переходов с $I_s(\varphi) = 0.52 \cdot (\sin \varphi + \sin 2\varphi + 0.3 \cdot \sin 3\varphi)$.

В разложении (4) для зависимости $I_s(\varphi)$, кроме $\sin \varphi$ и дополнительного члена $\sin 2\varphi$ возможно и наличие других членов. Поэтому было бы интересно понять, как влияют

эти члены на изучаемые нами зависимости. При проведении данных расчетов нами использовалась зависимость $I_s(\varphi) = 0.52 \cdot (\sin \varphi + \sin 2\varphi + 0.3 \cdot \sin 3\varphi)$. Если коэффициент при $\sin 3\varphi$ больше, чем 0.3, в ТФС появятся дополнительно 2 локальных максимума. В то время как на зависимостях $I_s(\varphi)$, полученных разными исследователями [9–11] для различных типов ДК, такие дополнительные максимумы отсутствуют. На рис. 3 показан пример рассчитанной нами зависимости ступеньки тока ($I_{1/3}$) на ВАХ при напряжении $\hbar\omega/6e$ от I_ω . Рис. 3 показывает, что существование дополнительной третьей гармоники в ТФС приводит к возникновению ступеньки тока при напряжении $\hbar\omega/6e$, которая имеет малую в сравнении с другими ступеньками тока величину (примерно в 4 раза меньше, чем $I_{1/2}$ и в 25 раз меньше, чем I_1). Ее величина сравнима с шагом по току ($2 \cdot 10^{-6}$ А), который использовался при данных вычислениях. То есть даже в случае предельно большого вклада третьей джозефсоновской гармоники в ТФС амплитуда ступеньки тока при напряжении $\hbar\omega/6e$ остается малой и трудно наблюдаемой на эксперименте. Это объясняется тем, что ступенька тока при напряжении $\hbar\omega/6e$ возникает только из-за влияния третьей джозефсоновской гармоники в ТФС. В то же время излучение с частотой $\omega/3$, возникающее из-за первой джозефсоновской гармоники, и с частотой $2\omega/3$, возникающее из-за второй джозефсоновской гармоники, являются возмущениями, препятствующими когерентности между внешним излучением и излучением, генерируемым третьей гармоникой. Кроме того, уравнения (2.1) и (2.2) не учитывают влияния флуктуаций на ДК. Такие флуктуации приводят к сглаживанию ступенчатых особенностей на ВАХ ДК [4]. Это создает дополнительные сложности экспериментальной регистрации ступенек тока малой величины. В то же время на ВАХ ДК с таким ТФС наблюдается также ступенька тока и при напряжении $\hbar\omega/4e$. При этом получаемая зависимость высоты ступеньки $I_{1/2}(I_\omega)$ для близка к зависимости, показанной на рис. 2.

Заключение. Таким образом, наличие ступенек тока на ВАХ при напряжениях $\hbar\omega/4e$ и $\hbar\omega/6e$ указывает на отклонение $I_s(\varphi)$ от простой синусоидальной зависимости (1), характерной для идеальных ДК. В то же время наши вычисления показывают, что такие ступеньки обычно возникают лишь при больших амплитудах высокочастотного тока, когда $I_\omega > I_c$, и могут иметь малую высоту. Таким образом, отсутствие таких дополнительных ступенек тока на ВАХ ДК не является безусловным доказательством справедливости соотношения (1) для ТФС. Полученный результат важен при разработке технологии создания джозефсоновских переходов. Отметим, что спектр генерации ДК также дает важную информацию о ТФС. Зная амплитуды ступенек тока на ВАХ

при напряжениях $\hbar\omega/2ke$, можно оценить величину добавки соответствующего члена в разложении (4) для ТФС. Кроме того, нами установлено, что при существовании в ТФС дополнительных гармоник, то есть членов в соотношении (4), пропорциональных $\sin k\varphi$ (k – натуральные числа больше 2), осциллирующий характер амплитуд ступенек Шапиро сохраняется. При этом нами обнаружено отклонение зависимостей $I_n(I_\omega)$ от соответствующих зависимостей для идеальных ДК. Наиболее ярко это проявляется в трансформации каждого локального максимума в два близко расположенных. Такая трансформация становится более ярко выраженной при увеличении второй гармоники в ТФС.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] B. D. Josepson, Phys. Lett. **1**, 251 (1962).
- [2] W. C. Stewart, Appl. Phys. Lett. **12**, 277 (1968).
- [3] D. E. J. McCumber, J. Appl. Phys. **39**, 3113 (1968).
- [4] К. К. Лихарев, Б. Г. Ульрих, *Системы с джозефсоновскими контактами* (Москва, МГУ, 1978).
- [5] Л. Солимар, *Туннельный эффект в сверхпроводниках и его применение* (Москва, Мир, 1974).
- [6] P. Russer, J. Appl. Phys. **43**, 2008 (1972).
- [7] E. D. Thompson, J. Appl. Phys. **44**, 5587 (1973).
- [8] C. C. Grimes, S. Shapiro, Phys. Rev. **169**, 397 (1968).
- [9] И. О. Кулик, ЖЭТФ **57**, 1745 (1969).
- [10] И. О. Кулик, А. Н. Омелянчук, Письма в ЖЭТФ **21**, 216 (1975).
- [11] A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, E. Il'ichev, Rev. Mod. Phys. **76**, 411 (2004).
- [12] А. Ф. Андреев, ЖЭТФ **46**, 1823 (1964).
- [13] J. M. Rowell, W. L. Feldman, Phys. Rev. **172**, 393 (1968).
- [14] M. Octavio, M. Tinkham, G. E. Blonder, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **27**, 6739 (1983).
- [15] В. Н. Губанков, В. П. Кошелец, Г. А. Овсянников, Письма в ЖЭТФ **21**, 489 (1975).
- [16] T. W. Lee, C. M. Falco, Appl. Phys. Lett. **38**, 567 (1981).
- [17] В. А. Степанов, М. В. Голубков, ЖЭТФ **157**(2), 245 (2020). DOI: 10.31857/S0044451020020054.
- [18] М. В. Голубков, В. А. Степанов, А. В. Садаков и др., ЖЭТФ **163**(2), 180 (2023). DOI: 10.31857/S0044451023020050.
- [19] Yu.V. Fominov, D. S. Mikhailov, Phys. Rev. B **106**(13), 134514 (2022).
- [20] А. Н. Лыков, И. А. Лыков, Краткие сообщения по физике ФИАН **51**(5), 58 (2024). DOI: 10.3103/S1068335624600050.

- [21] Э. М. Беленов, С. И. Веденеев, Г. П. Мотулевич и др., *ЖЭТФ* **76**, 791 (1979).
[22] А. А. Голубов, М. Ю. Куприянов, Ю. В. Фоминов, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 588 (2002).

Поступила в редакцию 20 января 2025 г.

После доработки 26 февраля 2025 г.

Принята к публикации 7 марта 2025 г.