УДК 533.9.01

## ВЛИЯНИЕ ЗАТУХАНИЯ ЛАНДАУ НА ПУЧКОВО-ПЛАЗМЕННУЮ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В КОАКСИАЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

## А.М. Игнатов

Приведены результаты расчетов электродинамических характеристик пучково-плазменного волновода для случая конечной температуры плазмы. Показано, что увеличение температуры плазмы приводит к существенному уменьшению инкремента пучковоплазменной неустойчивости.

Ключевые слова: пучково-плазменная неустойчивость, затухание Ландау.

Одна из проблем плазменной электроники [1] заключается в срыве генерации электромагнитного поля при прохождении сильноточного электронного пучка через электродинамическую систему. При этом длительность СВЧ-излучения оказывается существенно меньшей длительности электронного пучка. Обзор различных причин, вызывающих срыв генерации, дан в [2]. В частности, численное моделирование показывает, что в процессе развития пучково-плазменной неустойчивости возникает существенный разогрев плазмы и ее электронная температура может достигать величин порядка 10<sup>5</sup> эВ [2, 3]. Основная физическая причина столь существенного разогрева заключается, видимо, в накоплении колебаний с малой групповой скоростью в плазменной подсистеме.

Простые оценки влияния температуры плазмы на развитие пучково-плазменной неустойчивости даны в работе [3]. В настоящей заметке приведены результаты расчетов электродинамических характеристик пучково-плазменной системы в зависимости от температуры плазмы. Используется следующая модель. В волноводе радиуса  $R_0$  расположен тонкий цилиндрический слой плазмы радиуса  $R_p$  и распространяется тонкий трубчатый пучок радиуса  $R_b$ . Вдоль оси z волновода приложено достаточно сильное магнитное поле, что позволяет пренебречь поперечными движениями частиц. Толщины  $\Delta$  пучка и плазмы предполагаются исчезающе малыми. Рассматривается TM-волна  $(E_z \neq 0, E_\rho \neq 0, B_\theta \neq 0)$ , и все компоненты поля зависят от координат и времени как  $f(\rho)e^{-i\omega t+ikz}$ .

ИОФ РАН, 119991 Россия, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: aign@fpl.gpi.ru.

номер 6, 2025 г.

В линейном приближении полный высокочастотный ток в пучковой и плазменной подсистемах пропорционален z-компоненте электрического поля  $I_{\alpha} = \eta_{\alpha}(\omega, k)E_{z}(R_{\alpha})$ ( $\alpha = b, p$ ). Из уравнений Максвелла следует дисперсионное уравнение для пучковоплазменных волн

$$D_{p}(\omega, k)D_{b}(\omega, k) = \Lambda(\omega, k), \qquad (1)$$

где

$$D_{\alpha}(\omega,k) = 1 + \frac{2i\lambda^2 \eta_{\alpha} I_0(\lambda R_{\alpha})}{\omega I_0(\lambda R_0)} (I_0(\lambda R_0) K_0(\lambda R_{\alpha}) - K_0(\lambda R_0) I_0(\lambda R_{\alpha})),$$
(2)

 $\lambda = \sqrt{k^2 - \omega^2/c^2}$  и  $I_0, K_0$  – функции Бесселя мнимого аргумента. Функции (2) определяют дисперсию плазменных и пучковых волн в отсутствие связи между ними. Величина в правой части уравнения (1) определяет связь между пучковой и плазменной подсистемами

$$\Lambda(\omega,k) = \frac{4\lambda^4 \eta_b \eta_p I_0(\lambda R_{\min})^2}{\omega^2 I_0(\lambda R_0)^2} \left(K_0(\lambda R_0) I_0(\lambda R_{\max}) - I_0(\lambda R_0) K_0(\lambda R_{\max})\right)^2, \quad (3)$$

где  $R_{\min} = \min(R_b, R_p), R_{\max} = \max(R_b, R_p).$ 

Предполагается, что температура электронов пучка пренебрежимо мала и в этом случае высокочастотная проводимость пучка равна

$$\eta_b = \frac{ic^2 \omega Q_b}{2\gamma^3 (\omega - ku)^2},\tag{4}$$

где u – скорость пучка и  $\gamma = 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$ .

Пренебрегая релятивистскими эффектами, проводимость плазмы удобно записать в виде

$$\eta_p = \frac{\sqrt{\pi}c^2\omega^2 Q_p e^{-\frac{\omega^2}{k^2 V_T^2}}}{k^3 V_T^3} + \frac{ic^2\omega Q_p \Phi\left(\frac{\omega}{kV_T}\right)}{k^2 V_T^2},\tag{5}$$

где  $V_T = \sqrt{2T/m}$  – тепловая скорость и функция  $\Phi(x) = 2xe^{-x^2} \int_0^x dy e^{y^2} - 1$  выражается через интеграл вероятностей. Заметим, что первый член в выражении (5) приводит к затуханию Ландау плазменных волн. В формулах (4), (5) использованы безразмерные величины, пропорциональные погонным плотностям пучка и плазмы,  $Q_{\alpha} = 4\pi e^2 R_{\alpha} n_{\alpha} \Delta / (mc^2) \ (\alpha = b, p)$ , где  $n_{\alpha}$  – объемные плотности. Полный ток пучка при этом равен  $I_b = \frac{u}{c} \frac{mc^3}{2e} Q_b$ .

В случае пространственно разделенных пучка и плазмы можно выделить два режима развития неустойчивости. При достаточно малом расстоянии между ними неустойчивы колебания с волновыми векторами в интервале от нуля до некоторого максимального значения (0,  $k_{\text{max}}$ ). При этом временной инкремент неустойчивости превосходит частоту колебаний пучка в собственной системе отсчета, и этот режим условно называется одночастичным. При увеличении расстояния между пучком и плазмой связь между двумя колебательными подсистемами уменьшается. В этом случае неустойчивы колебания в конечном интервале волновых векторов ( $k_{\min}, k_{\max}$ ), инкремент неустойчивости меньше или сравним с частотой колебаний пучка, и этот режим условно называется коллективным.

Численные расчеты электродинамических характеристик пучково-плазменного волновода проводились для наборов параметров, характерных для обоих режимов. В обоих случаях радиус волновода равен  $R_0 = 3 \text{ см}$ ,  $I_b = 2 \text{ кA}$ ,  $\Delta = 0.1 \text{ см}$ ,  $\gamma = 1.8$ . Остальные параметры для одночастичного режима равны  $R_p = 2 \text{ см}$ ,  $R_b = 1.8 \text{ см} n_p = 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ , для коллективного режима –  $R_p = 2.1 \text{ см}$ ,  $R_b = 0.8 \text{ см} n_p = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . Расчеты проводились для различных температур плазменных электронов: T = 0,  $T = 10^4$  эВ,  $T = 5 \cdot 10^4$  эВ,  $T = 10^5$  эВ.

Зависимости действительных корней уравнения (1) при  $\omega < kc$  для холодной плазмы приведены на рис. 1, где также показаны дисперсия плазменных колебаний в отсутствие пучка (кривые 1) и пучковых колебаний в отсутствие плазмы (кривые 2).



Рис. 1: Сплошные линии – дисперсионные кривые плазменного волновода (T = 0). Слева – одночастичный режим ( $k_{max} \approx 1.53 \text{ cm}^{-1}$ ), справа – коллективный режим ( $k_{min} \approx 1.6 \text{ cm}^{-1}$ ,  $k_{max} \approx 2.4 \text{ cm}^{-1}$ ). Кривая 1 – плазменная ветвь, кривая 2 – пучковая ветвь.

Зависимости пространственного инкремента неустойчивости  $\kappa = -$  Im k от частоты для различных значений температуры плазмы приведены на рис. 2. Из рис. 2 видно, что для холодной плазмы как в одночастичном, так и в коллективном режимах колебания неустойчивы в достаточно широком диапазоне частот (кривые 1). При увеличении температуры плазмы до  $T = 10^4$  эВ (кривые 2) максимум пространственного инкремента сдвигается в высокочастотную область. При этом величина максимального инкремента в одночастичном режиме неустойчивости немного увеличивается, а в коллективном – уменьшается. При дальнейшем увеличении температуры плазмы (кривые 3, 4 на рис. 2) полоса неустойчивости существенно расширяется, а максимальный пространственный инкремент уменьшается в 5–6 раз.



Рис. 2: Пространственный инкремент как функция частоты.  $1 - T = 0, 2 - T = 10^4 \ \partial B, 3 - T = 5 \cdot 10^4 \ \partial B, 4 - T = 10^5 \ \partial B.$  Слева – одночастичный режим, справа – коллективный режим.

При относительно незначительном разогреве плазмы (кривые 1, 2 на рис. 2) полученные закономерности объясняются в первую очередь изменением дисперсионных характеристик плазменных волн. При дальнейшем разогреве (кривые 3, 4 на рис. 2) существенную роль играет конкуренция между пучково-плазменной неустойчивостью и затуханием Ландау плазменных волн. В работе [3] этот процесс был назван переходом к диссипативной неустойчивости, что не вполне корректно, поскольку затухание Ландау не является диссипативным процессом.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, П. С. Стрелков, *Плазменная релятивистская СВЧ*электроника. Изд. 2-е (М., ЛЕНАНД, 2018).
- [2] С. Е. Ернылева, О. Т. Лоза, Труды ИОФАН 72, 118 (2016).
- [3] I. L. Bogdankevich, A. A. Rukhadze, P. S. Strelkov, V. P. Tarakanov, Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Plasma Phys. No. 1(9), 102 (2003).

Поступила в редакцию 28 марта 2025 г. После доработки 22 апреля 2025 г. Принята к публикации 23 апреля 2025 г.