

РАЗНОЕ

УДК 53.04; 51-7; 519.856; 519.21; 004.94

КОНЦЕПЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЛОВУШЕК И ТОЧКИ ДЕЙСТВИЯ

И. А. Лубашевский^{1,2}, В. И. Лубашевский³, Н. Г. Гусейн-заде^{2,4}

Предлагается новая модель динамических ловушек в описании общей стратегии управления при решении задачи о балансировке динамической системы вблизи неустойчивого равновесия – прерывистом управлении. Она описывает вероятностные, пошаговые переходы между двумя режимами поведения субъекта – активной и пассивной фазами в управлении динамикой объекта – с использованием оригинального стохастического дифференциального уравнения. Это уравнение определяет временные изменения специальной переменной, обозначенной как ζ , в пределах двух предельных значений $\zeta = 0$ и $\zeta = 1$. Введенная функция ловушки $\Omega(\Delta)$ количественно характеризует восприятие субъектом отклонения объекта от положения равновесия (желаемого состояния), тем самым определяя относительный приоритет двух режимов действий. Эти переходы – “точки действия” субъекта – происходят до того, как функция ловушки достигает своих предельных значений $\Omega(\Delta) = 0$ или $\Omega(\Delta) = 1$. Эта особенность позволяет применять предлагаемую математическую модель для описания осуществляемого человеком управления сложными динамическими системами – прерывистого управления.

Ключевые слова: динамическая ловушка, прерывистое управление, точки действия, вероятностные переходы.

¹ Московский институт электроники и математики им. А. Н. Тихонова НИУ “Высшая школа экономики”, 123458 Россия, Москва, Таллинская, 34; e-mail: ilubashevskii@hse.ru.

² РНИМУ им. Н. И. Пирогова Минздрава России, 117997 Россия, Москва, ул. Островитянова, 1.

³ Tokyo International University, Institute for International Strategy, 4 Chome-42-31 Higashiikebukuro, Toshima, 170-0013, Tokyo, Japan.

⁴ ИОФ РАН, 119991 Россия, Москва, ул. Вавилова, 38.

1. Введение

Прерывистое управление. Необходимость управления сложными динамическими системами, в которых человеческий фактор играет значительную роль, стимулирует развитие новых направлений в биомеханике, биоинформатике, нейрофизиологии, а также формирование новых концепций теории оптимального управления. В частности, концепция прерывистого контроля (Intermittent Control), связанная с физиологическими и когнитивными особенностями человека, привлекла значительное внимание в последние десятилетия. В общем виде эта концепция предполагает, что обратная связь при управлении движением объекта не является непрерывной на протяжении всего процесса, а реализуется фрагментарно, см., напр., [1, 2].

В рамках теории прерывистого управления активация или приостановка обратной связи определяется рядом факторов, включая текущее состояние движения объекта (напр., его близость к желаемому состоянию), неопределенность в идентификации параметров движения (напр., положения объекта в пространстве), временную задержку в обработке информации и другие аспекты. Прерывистое управление явно или неявно играет ключевую роль в различных явлениях и системах, хотя лучше всего проявляется при балансировке динамической системы вблизи неустойчивого равновесия. В частности, это касается поддержания равновесия человеческого тела (см., напр., [3, 4]), управления транспортными средствами [5] и минимизации энергетических затрат при стабилизации неустойчивых систем [6]. В физиологии человека прерывистое управление рассматривается как естественный и высокоэффективный механизм, надежный и устойчивый в условиях значительных временных задержек и сенсомоторного шума [7, 8].

Существуют несколько математических подходов, разработанных для описания характерных закономерностей, выявленных в экспериментах по балансированию обратного маятника или аналогичных неустойчивых систем (см., напр., [4]).

Во-первых, это *модель мертвой зоны* (Dead Zone) [9], в которой управление временно приостанавливается до тех пор, пока отклонение системы от равновесия остается ниже определенного порогового значения, но как только отклонение превышает этот порог, управление мгновенно активируется. Именно эту модель соотносят с прерывистым управлением – поочередной последовательности фаз *пассивного* и *активного* поведения человека, при этом переходы между ними инициируются изменениями в состоянии движения управляемого объекта.

Во-вторых, это два типа моделей [10], развитых в [11] и [12], которые объединены концепцией *управления с упреждением* (Open-Loop Control); данный термин подчеркивает отсутствие обратной связи и акцентирует предсказательный характер коррекции. В основе обеих моделей лежит идея прерывистого управления как последовательности баллистических движений (ballistic movements), которые выполняются запрограммированным образом без воздействия сенсорной обратной связи. По завершении текущего баллистического движения обратная связь инициирует новый фрагмент баллистического движения на основе накопленной сенсорной информации. Управление этого типа можно описать в терминах “*точек действия*” (action points), введенных в [13] для описания действий водителей автомобилей. Точки действия представляют собой дискретные во времени реализации сенсорной обратной связи, определяющие смену одного баллистического движения на другое. В поведении водителей точки действия связываются со скачкообразными изменениями ускорения автомобилей.

Неопределенность человеческого восприятия придает прерывистому управлению вероятностные свойства. В частности, переходы между активной и пассивной фазами управления, а также между последовательными баллистическими режимами могут становиться значительно размытыми с точки зрения событий, их инициирующих. Например, при балансировании обратного маятника с сильно демпфированной динамикой активация управления выглядит скорее индуцированной шумом, нежели просто критическим отклонением от равновесия [14]. В результате управление динамикой различных объектов может приобретать вид случайных процессов. При этом распределения их случайных величин принципиально отличаются от нормального распределения (распределения Гаусса $\exp(-x^2)$). Например, полученные распределения при балансировании обратного маятника [14–16] или распределения относительных скоростей в транспортных потоках [17] имеют схожий с распределением Лапласа ($\exp -|x|$) с “жирными хвостами”.

Динамические ловушки. Неопределенность человеческого восприятия проявляется в неспособности человека различать близкие состояния наблюдаемого объекта и, например, может приводить к существенным погрешностям в определении пространственного положения. Концепция динамической ловушки, развитая в [18, 19], учитывает эту особенность и фактически переносит понятия мертвой зоны на динамические системы, расширяя представление о стационарной точке – ключевом понятии теории динамических систем – до области с размытыми границами для описания динамики системы в условиях неопределенности. По сути, динамическими ловушками называются низ-

коразмерные области в соответствующем фазовом пространстве, где все кинетические коэффициенты принимают аномально малые (большие) значения, и, следовательно, когда динамическая система попадает в область ловушки, она может остаться в ней аномально длительное время. Проявление эффекта динамических ловушек встречается и в физических системах, например, они могут обуславливать немонотонную релаксацию структур в металлических сплавах типа Pd-Er после их насыщения водородом [20].

Как было отмечено выше, использование модели динамической ловушки для математического описания балансирования обратного маятника с сильно демпфированной динамикой [14] или управления автомобилем при следовании за лидером [5], демонстрирует адекватное соответствие экспериментальным данным и отвечает концепции прерывистого управления. В этой модели учитывалось: ограниченность человеческой способности различать состояния контролируемого объекта вблизи желаемого положения и неопределенность действий человека при активации или приостановке управления, что придает переходам между пассивной и активной фазами поведения человека выраженные вероятностные свойства. Модель динамической ловушки отличается от модели мертвой зоны, она описывает переходы к активации или приостановке контроля – точки действия – как переходы между предельными состояниями индивидуальной фазовой переменной, динамика которой содержит случайный шум. Иными словами, она вводит дополнительную размерность в описание процесса принятия решения человеком о моде его поведения [21].

Цель данной работы – инициировать развитие теории динамических ловушек, позволяющей в рамках единого подхода описывать, например, прерывистое управление без выделения отдельно моды поведения человека с ярко выраженными переходами между активной и пассивной фазами и моды с баллистической реализацией управляющих движений. Также здесь дается более полное описание динамики точек действия, определение которых в рамках прерывистого управления дано в [22].

2. Модель

Как сказано выше, предлагаемая модель динамической ловушки учитывает два фактора. Первое, это близость текущего состояния системы к состоянию равновесия (ожидаемому состоянию), что численно описывается величиной $\Delta(t)$. Ее сравнение с величиной Δ_c , характеризующую неопределенность восприятия, определяет необходимость активации управления динамикой объекта через обратную связь. Аналогично [18, 19], свяжем степень этой необходимости с величиной Δ , например, формулой

$$\Omega(\Delta) = \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + \Delta_c^2}, \quad (1)$$

согласно которой чем больше отношение Δ/Δ_c , тем выше необходимость активной коррекции текущего состояния управляемого объекта, в частности, при $\Delta/\Delta_c \gg 1$, степень $\Omega(\Delta)$ стремится к своему предельному значению $\Omega(\infty) = 1$. В обратном случае, при $\Delta/\Delta_c \ll 1$, величина $\Omega(\Delta) \ll 1$ и естественным действием субъекта является приостановление коррекции текущей динамики управляемого объекта. Второе, это принятие решения субъектом об активации или приостановке коррекции текущего состояния объекта на основе обратной связи, что описывается непрерывной переменной $\zeta \in [0, 1]$. Ее предельное значение $\zeta = 0$ соответствует отказу субъекта от активного контроля, тогда как $\zeta = 1$ характеризует непрерывную обратную связь в ответ на изменения динамики системы. Относительно резкие переходы ζ между 0 и 1 представляют собой *точки действия*. Кроме того, малые флуктуации $\delta\zeta|_{\zeta=0} > 0$ и $\delta\zeta|_{\zeta=1} < 0$ вблизи этих предельных значений служат количественной мерой готовности субъекта переключать режим, когда его предпочтение становится не очевидным.

Функция $\Omega(t) \in (0, 1)$, определяемая выражением (1) через временную зависимость переменной $\Delta(t)$, количественно характеризует близость динамики системы к ситуациям, когда ($\Omega(t) \approx 1$) корректирующее вмешательство субъекта становится необходимым или когда ($\Omega(t) \ll 1$) дальнейшее активная реакция не только избыточно, но и может привести к нежелательным эффектам вследствие неопределенности человеческого восприятия. В данном исследовании, ориентированном на ζ -динамику, функция $\Omega(t)$ рассматривается как заданная функция времени t .

Поскольку приостановка и активация управления обратной связью рассматриваются как чисто вероятностные явления, предельные состояния $\zeta = 0, 1$ в ζ -динамике должны быть метастабильными. Области устойчивости состояний $\zeta = 0, 1$, составляющие интервал $(0, 1)$, соответственно расширяются или сужаются по мере приближения Ω к 0 или 1. В частности, при $\Omega \rightarrow 0, 1$ точки $\zeta = 1, 0$ теряют свою устойчивость, соответственно.

Этот тип ζ -динамики можно описать следующим уравнением:

$$\tau_\zeta \frac{d\zeta}{dt} = \mathcal{F}(\zeta, \Omega) + \tilde{f}(t, \zeta, \Omega), \quad (2)$$

где временной масштаб τ_ζ – характеризует нейрофизиологическую задержку в реакции субъекта на изменения состояний системы, функция $\mathcal{F}(\zeta, \Omega)$ задается выражением

$$\mathcal{F}(\zeta, \Omega) = -12\sqrt{3} \cdot \zeta \cdot (\zeta - 1 + \Omega) \cdot (\zeta - 1), \quad (3)$$

а стохастический член $\tilde{f}(t, \zeta, \Omega)$, для которого выполняются условия

$$\tilde{f}(t, \zeta, \Omega)|_{\zeta=0} \geq 0, \quad \tilde{f}(t, \zeta, \Omega)|_{\zeta=1} \leq 0, \quad (4)$$

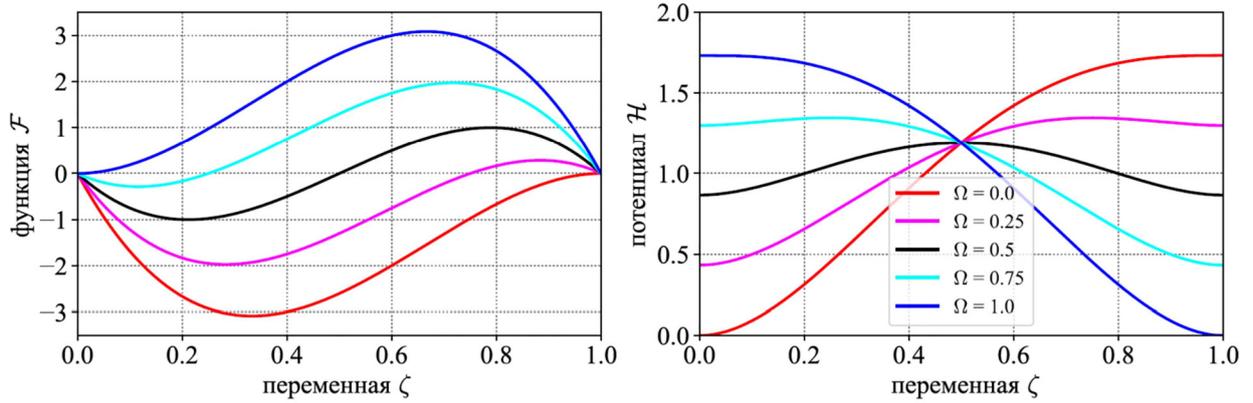


Рис. 1: Зависимость функции $\mathcal{F}(\zeta, \Omega)$ и потенциала $\mathcal{H}(\zeta, \Omega)$ от переменной ζ для нескольких значений Ω .

описывает влияние неопределенности в восприятии субъектом состояний системы на процесс принятия решений при переключении между режимами действий. Числовой коэффициент $12\sqrt{3}$ в выражении (3) выбран таким образом, чтобы при $\Omega = 1/2$ функция $\mathcal{F}(t, \zeta, \Omega)$ достигала максимального значения, равного единице (см. рис. 1).

Для того чтобы случайный член $\tilde{f}(t, \zeta, \Omega)$ обладал требуемыми свойствами, мы сначала используем процесс Орнштейна–Уленбека $w(t)$, подчиняющийся уравнению:

$$\tau_f \frac{dw}{dt} = -w + \sqrt{2\tau_f} \cdot \xi(t), \quad (5)$$

где временной масштаб $\tau_f \lesssim \tau_\zeta$ характеризует корреляции в \tilde{f} , а $\xi(t)$ – белый шум с амплитудой 1, и задаём

$$\tilde{f}(t, \zeta, \Omega) \propto [w(t)]^2. \quad (6)$$

Решение уравнения (5) имеет вид:

$$w(t) = \sqrt{\frac{2}{\tau}} \int_{-\infty}^t dt' \cdot e^{-(t-t')/\tau} \cdot \xi(t'), \quad (7)$$

что непосредственно даёт следующую статистическую характеристику процесса $[w(t)]^2$:

$$\langle w^2(t) \cdot w^2(t + \delta t) \rangle = 1 + 2e^{-2|\delta t|/\tau_f}. \quad (8)$$

Во-вторых, амплитуда случайных флуктуаций $\tilde{f}(t, \zeta, \Omega)$ должна увеличиваться по мере сужения соответствующей области стабильности $(0, 1 - \Omega)$ или $(1 - \Omega, 1)$. Для учета этого мы записываем

$$\tilde{f}(t, \zeta, \Omega) \propto [\mathcal{H}(\zeta, \Omega)]^p, \quad (9)$$

где показатель степени $p > 0$, а потенциал $\mathcal{H}(\zeta, \Omega)$ формирует функцию $\mathcal{F}(\zeta, \Omega)$ как

$$\mathcal{F}(\zeta, \Omega) = -\frac{\partial \mathcal{H}(\zeta, \Omega)}{\partial \zeta}, \quad (10)$$

и дополнительно выполняет условия

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\zeta, \Omega) &> 0 \quad \text{для } 0 < \Omega < 1, \\ \mathcal{H}(0, \Omega) &= 0 \quad \text{для } \Omega = 0, \\ \mathcal{H}(1, \Omega) &= 0 \quad \text{для } \Omega = 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Другими словами, потенциал $\mathcal{H}(\zeta, \Omega)$ количественно оценивает относительный приоритет состояний $\zeta = 0, 1$. Более того, в предельных случаях $\Omega = 0$ и $\Omega = 1$ состояния $\zeta = 0$ и $\zeta = 1$, соответственно, становятся полностью доминирующими. Потенциал $\mathcal{H}(\zeta, \Omega)$, удовлетворяющий этим условиям, задается выражением:

$$\mathcal{H}(\zeta, \Omega) = \sqrt{3} \cdot [3\zeta^4 - 4(2 - \Omega)\zeta^3 + 6(1 - \Omega)\zeta^2 + \Omega], \quad (12)$$

как показано на рис. 1. Ниже мы устанавливаем показатель степени $p = 1/2$, поскольку на временных масштабах, значительно больших τ_f , экстремальные флуктуации в $\tilde{f}(t, \zeta, \Omega)$ могут рассматриваться как экстремальные флуктуации белого шума благодаря выражению (12), и именно величина $[\tilde{f}(t, \zeta, \Omega)]^2$ вместе с $\mathcal{F}(\zeta, \Omega)$ определяет выход из соответствующей потенциальной ямы.

Наконец, мы вводим коэффициент $\cos(n\zeta)$, чтобы обеспечить выполнение неравенств (4). В результате предложенная модель неопределенности в действиях субъекта задается следующим выражением:

$$\tilde{f}(t, \zeta, \Omega) = \epsilon \sqrt{\mathcal{H}(\zeta, \Omega)} \cdot \cos(\pi\zeta) \cdot [w(t)]^2, \quad (13)$$

где $\epsilon \ll 1$ – параметр модели.

3. Численное моделирование

Для анализа вероятностных свойств точек действия, представленных резкими переходами между состояниями $\zeta = 0$ и $\zeta = 1$ в динамике ζ , была изучена численно разработанная модель, переписанная в безразмерной форме:

$$\frac{d\zeta}{dt} = \mathcal{F}(\zeta, \Omega(t)) + \epsilon \sqrt{\mathcal{H}(\zeta, \Omega(t))} \cdot \cos(\pi\zeta) \cdot w^2, \quad (14a)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\rho w + \sqrt{2\rho}\xi(t), \quad (14b)$$

$$\Omega(t) = \frac{1}{2}[1 + \Lambda \sin(t/S_t)], \quad (14c)$$

где параметр $\rho = \tau_c/\tau_f \gtrsim 1$, а временная зависимость (14c) имитирует динамику управляемого объекта, в котором субъект должен регулярно переключаться между двумя режимами действия на характерном (безразмерном) временном масштабе S_t . Изначально можно предположить, что $S_t \geq 1$, поскольку на временных масштабах, сравнимых с τ_c , субъект не может эффективно управлять движением объекта. Параметр $0 < \Lambda < 1$ учитывает тот факт, что субъект должен реагировать на изменения в движении объекта, когда $\Delta \sim \Delta_c$ (формула (1)), а не в крайних случаях, когда $\Delta \gg \Delta_c$ или $\Delta \ll \Delta_c$. Время нормируется на τ_c .

Система (14) была интегрирована численно с использованием сильного стохастического метода Рунге–Кутты SRI2W1 порядка 1.5 для стохастических дифференциальных уравнений с масштабным шумом [23]. Общее время интеграции составило $T = 10^6$, шаг по времени был установлен равным 0.001, а параметры ϵ , ρ и Λ были зафиксированы на значениях $\epsilon = 0.15$, $\rho = 3$ и $\Lambda = 0.6$.

Рис. 2 и 3 представляют результаты компьютерного моделирования. В частности, на рис. 2 показаны характерные закономерности динамики ζ для двух значений S_t , а именно 6 и 18. Эти закономерности можно интерпретировать как последовательность ступенчатых переходов между состояниями $\zeta = 0$ и $\zeta = 1$, что соответствует моментам, когда субъект принимает решение изменить режим управления системой. Эти закономерности иллюстрируют, что динамическая ловушка функции Ω , при фиксированных параметрах системы ϵ и ρ , определяет характерное время \bar{T}_Ω для возникновения точек действия. Иными словами, \bar{T}_Ω представляет собой типичную продолжительность времени, в течение которого субъект решает изменить текущий режим поведения для оптимизации управления движением объекта. Математически этот процесс принятия решений соответствует выходу из потенциальной ямы. Для $S_t = 6$ значения $\bar{T}_{\Omega=0,2}$ и $\bar{T}_{\Omega=0,8}$ значительно превышают S_t , что препятствует переходам между состояниями $\zeta = 0$ и $\zeta = 1$ каждый раз, когда $\Omega(t)$ достигает своих крайних значений $\Omega_{\min} = 0.2$ и $\Omega_{\max} = 0.8$. Как показано на рис. 2, при $S_t = 18$ временные масштабы $\bar{T}_{\Omega=0,2}$, $\bar{T}_{\Omega=0,8}$ и S_t становятся сопоставимыми, что способствует более частым переходам между состояниями.

Рис. 3 подтверждает гипотезу относительно временной шкалы \bar{T}_Ω . На нем представлены гистограммы интервалов времени Δ_{AP} между последовательными точками действия (переходы $0 \leftrightarrow 1$) для различных значений S_t . Из-за выбранной формы функции $\Omega(t)$ (формула (14c)) эти гистограммы демонстрируют серию пиков с уменьшающейся

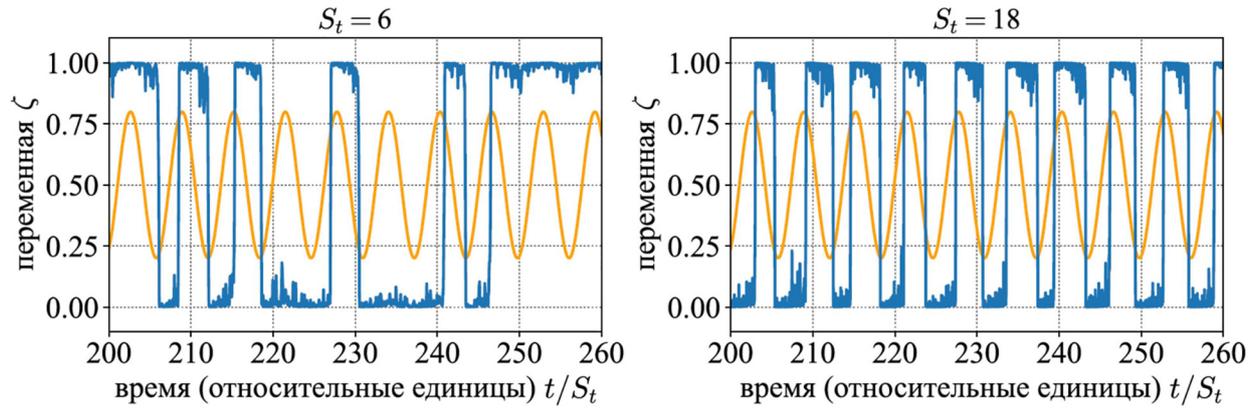


Рис. 2: Характерные временные паттерны динамики ζ для различных значений S_t . Оранжевые линии показывают временную зависимость $\Omega(t)$, определяемую по уравнению (14с) при $\Lambda = 0.6$.

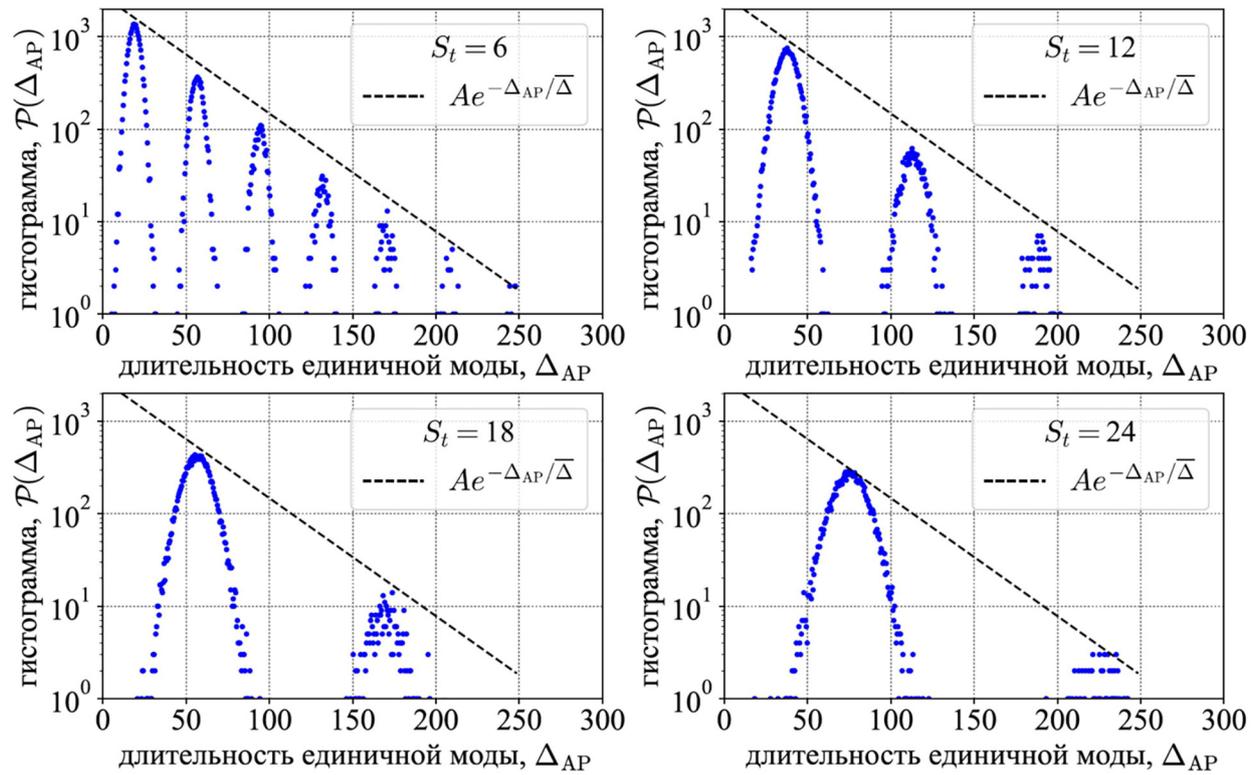


Рис. 3: Гистограммы временных интервалов между последовательными точками действия, представляющие продолжительность однотипных фрагментов в ζ -динамике для $\Omega(t)$, как определено в уравнении (14с).

высотой. Огибающая этих пиков, одинаковая для всех значений S_t , определяет распределение вероятности $\mathcal{P}(\Delta_{AP})$ для интервалов времени между точками действия, представляющее продолжительность фрагментов с одним режимом. Как видно из рис. 3, это распределение имеет форму распределения Лапласа:

$$\mathcal{P}(\Delta_{AP}) \propto \exp\left(-\frac{\Delta_{AP}}{\bar{\Delta}}\right), \quad (15)$$

что дает оценку $\bar{T}_{\Omega=0,2} = \bar{\Delta}$. Конкретные значения A и $\bar{\Delta}$ зависят от параметров модели ϵ , ρ и Λ , зафиксированных в представленной симуляции. Примечательно, что A также пропорционально общему времени интеграции T . В данном случае $A = 2800$ и $\bar{\Delta} = 34$.

Заключение

В работе предложена обобщенная концепция динамической ловушки, которая оперирует с вероятностными переходами между двумя модами поведения субъекта в зависимости от состояния движения управляемого объекта. Эти переходы можно интерпретировать как точки действия, в которых субъект решает изменить текущую моду поведения. Одна из этих мод представляет собой управление динамикой объекта на основе непрерывной обратной связи на изменения в движении объекта. В рамках другой моды действие обратной связи приостанавливается. Примечательно, что последний случай учитывает как полное прекращение действий субъекта, так и баллистическую реализацию ранее инициированного движения контролируемого объекта.

Введенная функция ловушки $\Omega(\Delta)$ количественно оценивает неопределенность восприятия субъектом отклонения объекта (Δ) от желаемого состояния. Эта функция служит мерой необходимости обратной связи с изменениями в движении объекта в действиях субъекта. Другими словами, $\Omega(\Delta)$ количественно оценивает приоритет двух мод поведения субъекта. Стоит отметить, что эти переходы могут происходить намного раньше, чем величина $\Omega(\Delta)$ приближается к своим предельным значениям, т. е. когда $\Omega(\Delta) \ll 1$ или $1 - \Omega(\Delta) \ll 1$. Эта особенность открывает возможность применения предложенной модели для описания реальных процессов прерывистого управления.

Обнаруженное распределение фрагментов одномодового режима – временных интервалов между последовательными точками действия – подчиняется распределению Лапласа, которое было обнаружено в экспериментах с балансированием обратного маятника [14].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] P. Gawthrop, H. Gollee, M. Lakie, I. D. Loram, Intermittent control of movement and balance, in: D. Jaeger, R. Jung (Eds.), Encyclopedia of Computational Neuroscience,

- 2nd Edition, Springer Science+Business Media, New York, 2022, pp. 1689-1694. DOI: 10.1007/978-1-4614-7320-6_100701-1.
- [2] T. Nomura, Y. Suzuki, P. G. Morasso, A model of the intermittent control strategy for stabilizing human quiet stance, in: D. Jaeger, R. Jung (Eds.), *Encyclopedia of Computational Neuroscience*, 2nd Edition, Springer Science+Business Media, New York, 2022, pp. 1694-1704. DOI: 10.1007/978-1-4614-7320-6100698-1.
- [3] P. Gawthrop, H. Gollee, I. Loram, Intermittent control in man and machine, in: M. Miskowicz (Ed.), *Event- Based Control and Signal Processing*, CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, FL, 2016, pp. 282-349. DOI: 10.1201/b19013.
- [4] T. Insperger, J. Milton, *Delay and Uncertainty in Human Balancing Tasks*, Springer Nature Switzerland AG, Cham, Switzerland, 2021. DOI: 10.1007/978-3-030-84582-7.
- [5] I. Lubashevsky, K. Morimura, Physics of mind and car-following problem, in: B. S. Kerner (Ed.), *Complex Dynamics of Traffic Management*, Encyclopedia of Complexity and Systems Science Series, Springer Science+Business Media, LLC, New York, NY, 2019, pp. 559-592. DOI: 10.1007/978-1-4939-8763-4_714.
- [6] J. Milton, R. Meyer, M. Zhvanetsky, et al., *Journal of The Royal Society Interface* **13**(119), 20160212 (2016). DOI: 10.1098/rsif.2016.0212.
- [7] I. D. Loram, H. Gollee, M. Lakie, P. J. Gawthrop, *The Journal of Physiology* **589**(2), 307 (2011). DOI: 10.1113/jphysiol.2010.194712.
- [8] I. D. Loram, C. van de Kamp, M. Lakie, et al., *Exercise and Sport Sciences Reviews* **42**(3), 117 (2014). DOI: 10.1249/jes.0000000000000018.
- [9] T. Insperger, J. Milton, Stick balancing with feedback delay, sensory dead zone, acceleration and jerk limitation, *Procedia IUTAM* **22**, 59 (2017), iUTAM Symposium on Nonlinear and Delayed Dynamics of Mechatronic Systems. DOI: 10.1016/j.piutam.2017.08.009.
- [10] P. Gawthrop, I. Loram, H. Gollee, M. Lakie, *Biological Cybernetics* **108**(2), 159 (2014). DOI: 10.1007/s00422-014-0587-5.
- [11] P. Gawthrop, I. Loram, M. Lakie, H. Gollee, *Biological Cybernetics* **104**(1-2), 31 (2011). DOI: 10.1007/s00422-010-0416-4.
- [12] Y. Suzuki, H. Morimoto, K. Kiyono, et al., Dynamic Determinants of the Uncontrolled Manifold during Human Quiet Stance, *Frontiers in Human Neuroscience* 10 (Article 618) (2016) 20 pages. DOI: 10.3389/fnhum.2016.00618.
- [13] E. P. Todosiev, The action point model of the driver-vehicle system, Ph.D. thesis, The Ohio State University (Ph.D. Dissertation, Ohio State University, 1963) (Aug. 1963).

- [14] A. Zgonnikov, I. Lubashevsky, S. Kanemoto, et al., *Journal of The Royal Society Interface* **11**(99), 20140636 (2014). DOI: 10.1098/rsif.2014.0636.
- [15] J. L. Cabrera, J. G. Milton, Human stick balancing: Tuning levy flights to improve balance control, *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science* **14**(3), 691 (2004). DOI: 10.1063/1.1785453.
- [16] J. L. Cabrera, J. G. Milton, *Physical Review Letters* **89**(15), 158702 (2002). DOI: 10.1103/PhysRevLett.89.158702.
- [17] P. Wagner, Empirical description of car-following, in: S. P. Hoogendoorn, S. Luding, P. H. L. Bovy, M. Schreckenberg, D. E. Wolf (Eds.), *Traffic and Granular Flow '03*, Springer-Verlag, Berlin, 2005, pp. 15-27. DOI: 10.1007/3-540-28091-x-2.
- [18] I. Lubashevsky, Human fuzzy rationality as a novel mechanism of emergent phenomena, in: C. H. Skiadas, C. Skiadas (Eds.), *Handbook of Applications of Chaos Theory*, CRC Press, Taylor & Francis Group, London, 2016, pp. 827-878. <https://doi.org/10.1201/b20232>.
- [19] I. Lubashevsky, *Physics of the Human Mind*, Springer International Publishing AG, Cham, 2017. DOI: 10.1007/978-3-319-51706-3.
- [20] И. А. Лубашевский, Н. Г. Гусейн-заде, Э. М. Черниговская, Л. И. Осипова, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **34**(1), 25 (2007). DOI: 10.3103/s1068335607010046.
- [21] I. A. Lubashevsky, V. I. Lubashevskiy, *Computer Research and Modeling* **16**(1), 79 (2024). DOI: 10.20537/2076-7633-2024-16-1-79-87.
- [22] A. Zgonnikov, I. Lubashevsky, *Cognitive Processing* **16**(4), 351 (2015). DOI: 10.1007/s10339-015-0653-5.
- [23] C. Stone, J. B. Mattingley, D. Rangelov, *Trends in Cognitive Sciences* **26**(5), 419 (2022). DOI: 10.1016/j.tics.2022.02.004.
- [24] A. RoBler, *SIAM Journal on Numerical Analysis* **48**(3), 922 (2010). DOI: 10.1137/09076636x.

Поступила в редакцию 5 апреля 2025 г.

После доработки 29 мая 2025 г.

Принята к публикации 30 мая 2025 г.