

АСТРОНОМИЯ И ФИЗИКА КОСМОСА

УДК 524.1-624

**МУЛЬТИПОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИНХРОТРОННОГО
ИЗЛУЧЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ
В СИНТЕТИЧЕСКОМ ТУРБУЛЕНТНОМ
МАГНИТНОМ ПОЛЕ**П. К. Батраков¹, И. А. Кудряшов²

В работе представлен метод численного моделирования синхротронного излучения релятивистских электронов в условиях турбулентного неоднородного галактического магнитного поля. С использованием разработанного программного инструмента построены карты распределения синхротронного фона на небесной сфере. Особое внимание уделено мультипольному анализу полученных карт, позволившему исследовать влияние глубины генерации распределённых источников на формирование угловой структуры излучения. Показано, что при малой глубине генерации в спектре мультипольного разложения доминируют низкочастотные гармоники. При этом наблюдается выраженная анизотропия, обусловленная ограниченными пространственными масштабами. С увеличением глубины спектры мультипольного разложения становятся более сглаженными и близкими к изотропным, что отражает усреднённый характер турбулентной среды. Было установлено, что для глубокой генерации пространственной структуры распределённых источников, изменение коэффициента наклона спектра турбулентности существенно влияет на форму углового распределения мощности, вызывая перераспределение энергии между крупномасштабными и мелкомасштабными компонентами. Результаты подчеркивают значимость масштабных параметров при моделировании структуры синхротронного фона и могут быть полезны для интерпретации данных радиоастрономических наблюдений.

Ключевые слова: синхротронное излучение, турбулентное магнитное поле, мультипольный анализ.

¹ ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: p.batrakov@lebedev.ru.

² МГУ им. М. В. Ломоносова, НИИЯФ МГУ им. Д. В. Скобельцына.

Введение. Исследование распространения галактических космических лучей и сопровождающего их синхротронного излучения остаётся важным направлением современной астрофизики. Для изучения структуры магнитного поля применяются различные методы, среди которых выделяется фарадеевское вращение, заключающееся в изменении плоскости поляризации электромагнитной волны при прохождении через намагниченную плазму [1, 2]. Другим ключевым подходом является анализ синхротронного излучения, возникающего при движении высокоэнергетичных заряженных частиц в галактическом магнитном поле. Характеристики этого излучения тесно связаны с особенностями структуры поля, что делает его, особенно в радиодиапазоне, ценным инструментом для изучения как крупномасштабной структуры галактического магнитного поля, так и его локальных особенностей [3–5].

Современные методы моделирования синтетических (искусственно смоделированных) магнитных полей позволяют создавать реалистичные карты неба, учитывающие как регулярную, так и стохастическую компоненты магнитного поля [6, 7]. Тем не менее, остаются нерешённые вопросы, касающиеся влияния турбулентности локальных структур магнитного поля в галактике на морфологию синхротронного излучения, регистрируемого в наблюдательных данных. Это имеет принципиальное значение для корректной интерпретации анизотропии и флуктуаций яркости, фиксируемых современными радиотелескопами.

В настоящей работе предлагается подход, основанный на разложении модельных синхротронных карт неба на сферические гармоники для различных конфигураций наклона спектра турбулентности. Такой спектральный анализ позволяет количественно описать угловую структуру синхротронного излучения. Спектры сферических гармоник отражают особенности проекции синтетического излучения в моделируемом магнитном поле, включая флуктуации и анизотропию, обусловленные турбулентностью. Это предоставляет ценный инструмент для интерпретации наблюдаемых радиоданных и построения более точных теоретических моделей транспорта космических лучей.

Синхротронное излучение. Синхротронное излучение представляет собой электромагнитное излучение, испускаемое релятивистскими заряженными частицами – преимущественно электронами и позитронами – при их движении в магнитном поле, поскольку интенсивность синхротронного излучения обратно пропорциональна массе заряженной частицы. Поэтому лёгкие частицы, такие как электроны и позитроны, из-

лучают значительно сильнее. В условиях межзвёздной среды галактики, обладающей высокой степенью замагниченности и выраженной турбулентностью, частицы описывают спиральные траектории вдоль силовых линий поля, испытывая ускорение, что приводит к потере энергии через торможение.

Характерной особенностью синхротронного излучения является его направленность вдоль касательной к траектории частицы в пределах узкого конуса с угловым радиусом порядка $\theta \sim \arcsin\left(\frac{1}{\gamma}\right)$, где γ – релятивистский фактор Лоренца. При этом частота обращения (гирочастота) и радиус спирали (гирорадиус) определяются выражениями [8, 9]

$$\omega_b = \frac{eB}{\gamma m_e c}, \quad R = \frac{\gamma v_e}{\omega_b}, \quad (1)$$

где e – заряд электрона, B – напряжённость магнитного поля, m_e – масса электрона, c – скорость света, v_e – скорость частицы.

Энергетический спектр синхротронного излучения охватывает диапазон от радиоволнового до мягкого рентгеновского излучения и отражает распределение энергий релятивистских электронов. В рамках степенной модели плотность потока частиц описывается как $N(E) \propto E^{-\delta}$, где спектральный индекс δ из наблюдательных данных составляет ~ 2.7 – 3.2 , что согласуется с результатами прямых измерений компонент космических лучей [10].

Полная интенсивность синхротронного излучения с учетом распределения частиц по энергиям и углам может быть представлена в интегральной форме [11]

$$P = \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} \left(\frac{\gamma_0}{\gamma}\right)^3 P\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) d\omega d\gamma, \quad (2)$$

где

$$P\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^3 B \sin \alpha}{m_e c^2} f\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right), \quad f(x) = x \int_x^{\infty} K_{5/3}(z) dz. \quad (3)$$

Здесь ω_c – критическая частота, α – угол между вектором скорости частицы и вектором магнитной индукции, $K_{5/3}(z)$ – модифицированная функция Бесселя второго рода.

Генерация синтетического магнитного поля. В рамках работы был реализован метод генерации синтетического магнитного поля, имитирующего турбулентную составляющую галактического магнитного поля. Магнитное поле \mathbf{B} генерируется через суперпозицию N плоских волн с случайными амплитудами A_n , фазами ϕ_n и поляризации

ями $\mathbf{p}(n)$ и случайными направлениями волнового числа равномерно распределенными по сфере k_n

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^N A_n \mathbf{p}_n \cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{k}_n + \phi_n). \quad (4)$$

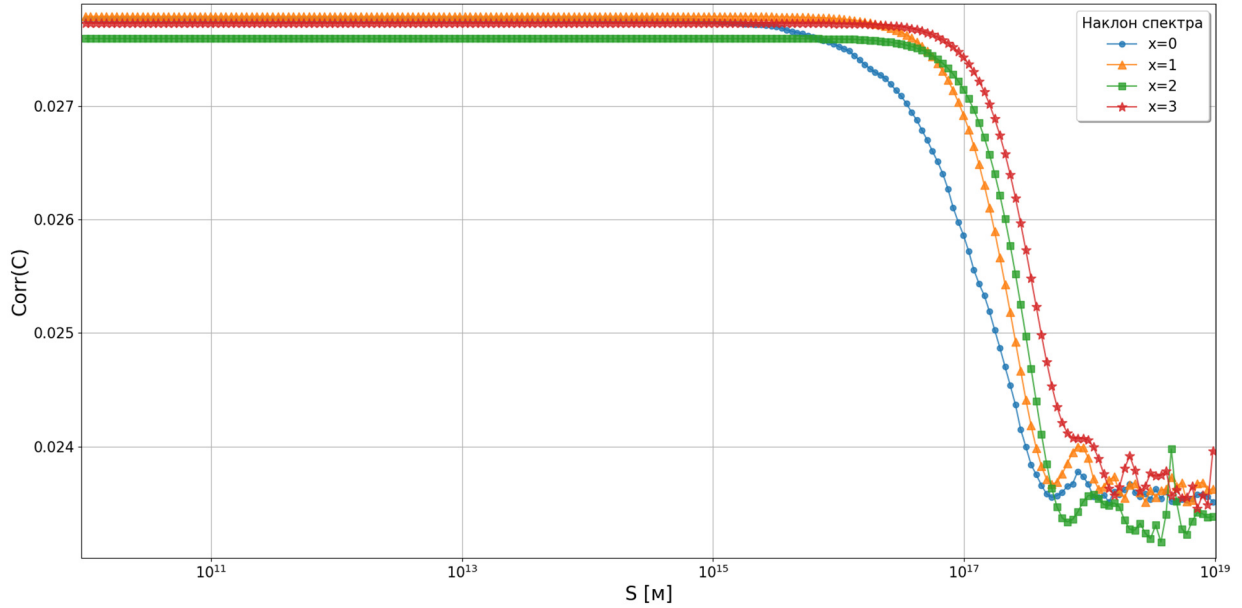


Рис. 1: Поведение коэффициента корреляции на широком диапазоне смещений C при различных значениях наклона спектра турбулентности.

Данный метод широко используется для моделирования турбулентных магнитных полей и подробно рассматривается в ряде работ [12–14].

Для моделирования турбулентных свойств магнитного поля использовался Колмогоровский спектр, согласно которому энергия распределяется по волновым числам как

$$E(k) \propto k^x, \quad (5)$$

где $x = -\frac{5}{3}$, что характерно для развитой турбулентности в жидкости и плазме [15]. Минимальные и максимальные масштабы выбраны как $L_{\min} = 100$ а.е. и $L_{\max} = 100$ пк. Этот подход фокусируется исключительно на турбулентной составляющей магнитного поля, поскольку влияние регулярного поля на локальные неоднородности считается незначительным. В будущем, для улучшения точности моделирования распределения частиц в галактических магнитных структурах, будет учтено воздействие регулярного магнитного поля.

Коэффициент корреляции. Коэффициент корреляции для величин магнитного поля позволяет оценить его изменчивость и структуру в зависимости от положения наблюдателя [13]. Методика расчёта коэффициента корреляции заключается в вычислении магнитного поля, полученного по формуле (4), в имеющихся распределённых точках в некотором объёме пространства, каждая из которых имеет радиус-вектор \mathbf{r} . После смещения точки на вектор $\mathbf{s} = (C, C, C)$, где C – величина смещения по одной координате, новое положение точки \mathbf{r}' будет равно $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{s}$. Величина магнитного поля в этой новой точке вычисляется аналогично по формуле (4).

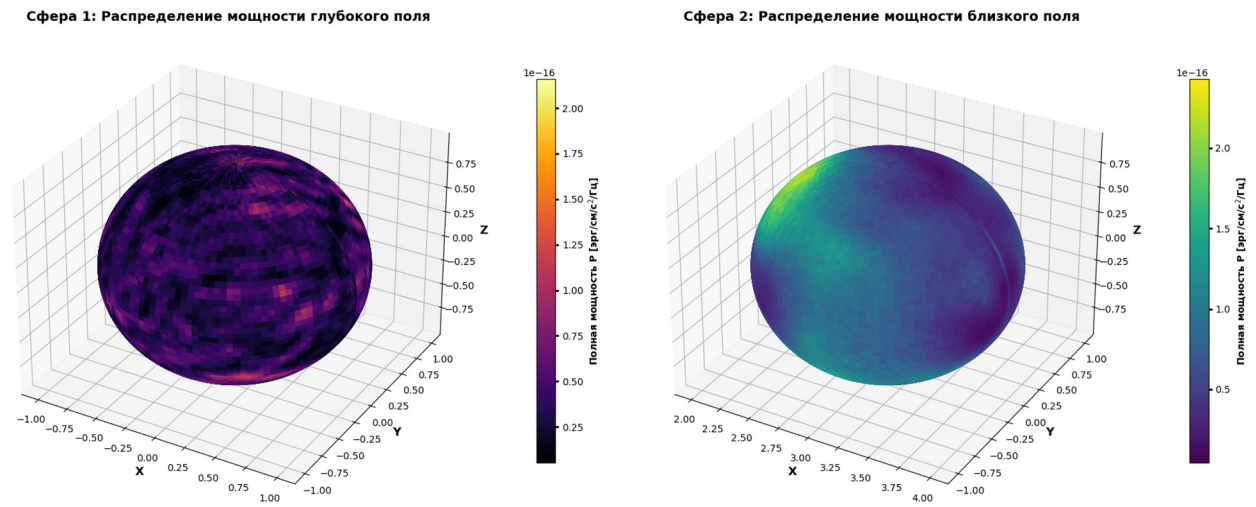


Рис. 2: Проекция синхротронного фона в радиодиапазоне при глубинах генерации 100 пк и 2000 пк, рассчитанная для спектра турбулентности с наклоном $x = -2$.

Корреляция между полем до и после смещения в каждой точке пространства характеризуется степенью их взаимосвязи. В данном случае мы вычисляем корреляцию между магнитными полями $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{B}'(\mathbf{r}')$ в каждой точке. Корреляция может быть выражена через сумму произведений величин магнитного поля до и после смещения для всех точек [13]

$$Corr(s) = \frac{1}{B_0^2 P} \sum_{j=1}^P |B_j| |B'_j|, \quad (6)$$

где P – общее количество точек, $|B_j|$ и $|B'_j|$ – величины магнитного поля в точке j до и после смещения, B_0^2 – нормировка, связанная с квадратом среднего значения турбулентной составляющей магнитного поля, равной $B_0 = 6$ мкГ.

Мультипольное разложение. Для глобального анализа углового распределения функцию интенсивности P раскладывают по сферическим гармоникам $Y_{\ell m}(\theta, \phi)$, образующим полный ортонормированный базис на сфере [16]

$$f(\theta, \phi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \phi). \quad (7)$$

Коэффициенты $a_{\ell m}$ в этом разложении вычисляются по формуле

$$a_{\ell m} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} f(\theta, \phi) Y_{\ell m}^*(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi. \quad (8)$$

Параметр ℓ определяет угловой масштаб колебаний: малые значения ℓ соответствуют крупномасштабным структурам (например, монополь, диполь, квадруполь), тогда как большие ℓ описывают более мелкие детали распределения.

Для количественного анализа вклада каждой угловой компоненты в общее распределение используются коэффициенты мультипольного разложения фона, которые определяются как [16]

$$C_{\ell} = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} |a_{\ell m}|^2, \quad (9)$$

и отражают среднюю интенсивность флуктуаций на угловом масштабе, соответствующем ℓ . Анализ зависимости C_{ℓ} от ℓ позволяет выделить доминирующие угловые структуры в рассматриваемом поле.

Результаты. В ходе данного исследования была проверена работа модели генерации синтетического магнитного поля для различных значений наклона спектра турбулентности $x = 0, -1, -2, -3$. Анализ был проведён на широком диапазоне смещений s , изменяющихся в пределах $r_{\min} = 10^{10}$ м и $r_{\max} = 10^{19}$ м. Такой подход позволил исследовать поведение коэффициента корреляции $Corr(C)$ и изучить зависимости его изменения от наклона спектра турбулентности (рис. 1). Согласно результатам проверки модели в пределах локальной структуры синтетического магнитного поля (до радиуса $r_{\text{local}} = 10^{16}$ м) коэффициент корреляции остаётся постоянным для различных конфигураций магнитного поля. Однако при увеличении радиуса и переходе к более крупным масштабам наблюдается значительное снижение корреляции, что указывает на локальный характер генерации турбулентности. Также было установлено, что наклоны спек-

тров систематически увеличиваются с уменьшением значения коэффициента наклона спектра турбулентности $x = 0, -1, -2, -3$.

На основе метода расчёта магнитного поля в произвольных точках пространства и излучения релятивистских электронов была построена модельная проекция синхротронного фона в радиодиапазоне на небесную сферу (рис. 2). Модель допускает произвольный выбор начальной системы угловых координат и предусматривает вычисление интенсивности синхротронного излучения, полученной путём интегрирования по гамма-фактору в каждой точке пространства, находящейся в синтетическом магнитном поле. Основная идея модели заключается в изотропном распределении N точечных источников синхротронного излучения по небесной сфере, что позволяет реализовать численное интегрирование интенсивности.

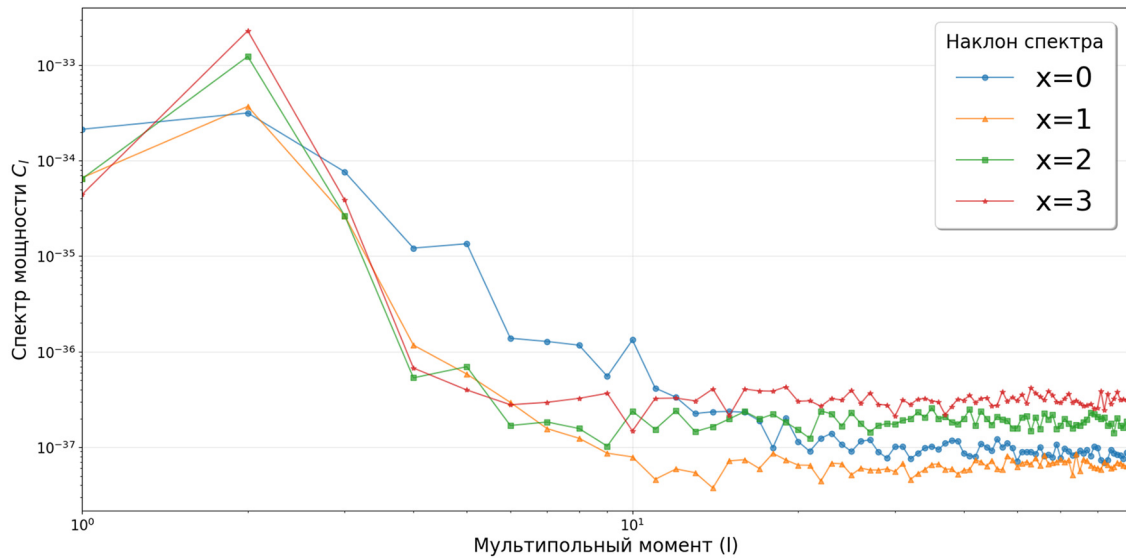


Рис. 3: Зависимость коэффициентов мультипольного разложения C_l синхротронного фона при локальной глубине моделирования от номера l мультипольного момента для разных значений спектрального индекса турбулентности x .

Основным инструментом анализа структур синхротронного фона в проекции на небесную сферу является мультипольное разложение, выполняемое для различных конфигураций магнитного поля с заданными спектрами турбулентности, соответствующими ближнему и дальнему диапазонам. Как видно на рис. 1, наибольший интерес представляет сравнение результатов при глубинах генерации 100 пк и 2000 пк.

На рис. 2 показано, что при генерации изотропного распределения источников синхротронного излучения при малом значении радиуса пространственной сферы (100 пк)

наблюдается выраженная дипольная структура, обусловленная ограниченным диапазоном масштабов турбулентности: от $L_{\min} = 100$ а.е. и $L_{\max} = 100$ пк. В случае большого радиуса генерации (до 2000 пк) структура становится близкой к изотропной, что соответствует ожидаемому поведению при заданных масштабах турбулентности. Таким образом, результаты проекции подтверждают согласованность модели с физическими предпосылками, заложенными в параметрах турбулентного поля, и демонстрируют её применимость для описания различных глубинных слоёв галактического фонового синхротронного излучения.

Для оценки угловой структуры синхротронного излучения, моделируемого в синтетическом турбулентном магнитном поле, было проведено мультипольное разложение по сферическим гармоникам с последующим построением спектров мультипольного разложения фона C_l . Мультипольное разложение для синхротронного фона позволило детально анализировать структуру излучения изотропно распределенных источников в пространстве и выявлять компоненты, связанные с особенностями турбулентного магнитного поля.

В случае малого радиуса генерации пространственной структуры (рис. 3) спектры мультипольного разложения продемонстрировали выраженный вклад малых гармоник ($l < 10$), что указывает на доминирование крупных угловых структур, обусловленных ограниченным пространственным моделированием (100 пк), укладывающимся в задаваемый масштаб турбулентности: $L_{\min} = 100$ а.е. и $L_{\max} = 100$ пк. Важно отметить, что при малых масштабах выраженной зависимости поведения спектров от задаваемого в рамках генерации спектра турбулентности не наблюдается. При $x = 0$ спектр характеризуется выраженным спадом с увеличением мультипольного момента, что может быть связано с плоской формой спектра турбулентности в этом случае. Для остальных $x = 1, 2, 3$ ярких особенностей не наблюдается.

В случае большого радиуса генерации пространственной структуры с глубиной L до 2000 пк мультипольный анализ (рис. 4) демонстрирует иное поведение. Отмечается стабильное уменьшение спектров мультипольного разложения фона по мере увеличения мультипольного момента вплоть до значений $l < 50$. Подобная зависимость указывает на значительный вклад высоких гармоник и отражает более однородное распределение синхротронного излучения по небесной сфере. Это свидетельствует о высокой степени изотропии, обусловленной вкладом излучения на больших пространственных масштабах. В результате угловая структура теряет чувствительность к локальным неоднородностям и становится отображением усреднённых характеристик турбулентного поля.

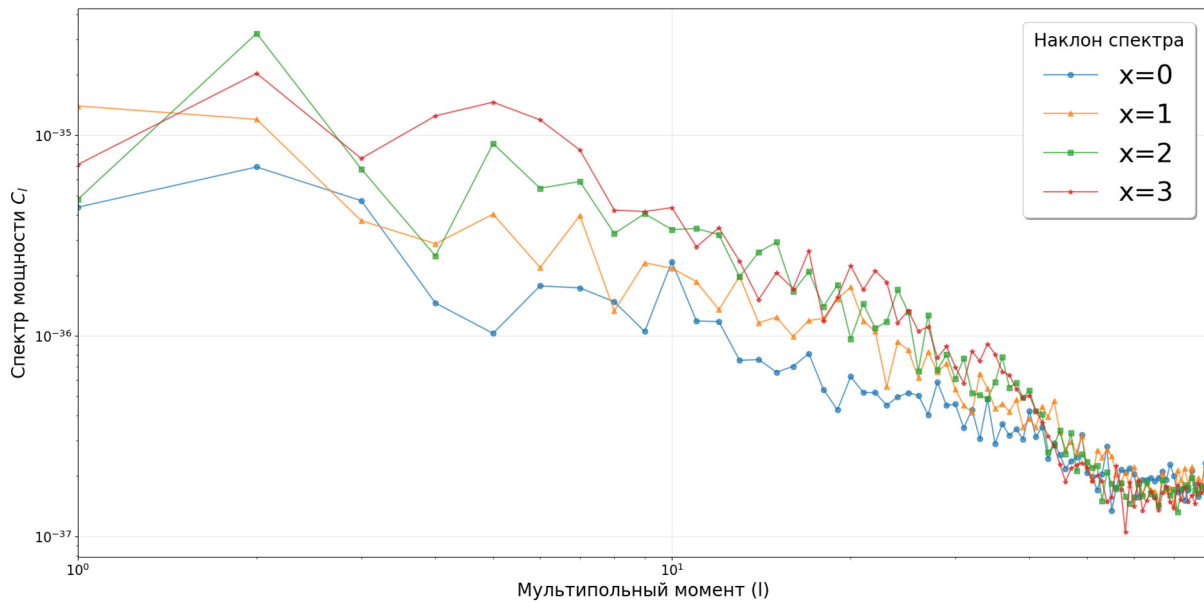


Рис. 4: Зависимость коэффициентов мультипольного разложения C_l синхротронного фона при глубокой глубине моделирования от номера l мультипольного момента для разных значений спектрального индекса турбулентности x .

Таким образом, сравнительный анализ спектров мультипольного разложения свидетельствует о том, что глубина генерации магнитного поля оказывает значительное влияние на характер углового спектра. При увеличении глубины спектры становятся более сглаженными и изотропными, что связано с усреднением флуктуаций на больших масштабах. Это подчёркивает важность пространственного охвата при моделировании турбулентных магнитных полей.

Выводы. Проведённый мультипольный анализ показал, что глубина генерации пространственной структуры распределённых источников оказывает существенное влияние на формирование угловой структуры синхротронного фона, наблюдаемого на небесной сфере. Анализ спектров, полученных для различных моделей турбулентности, указывает на то, что при малой глубине генерации преобладают низкочастотные гармоники, а само распределение излучения характеризуется выраженной анизотропией, обусловленной ограниченными пространственными масштабами генерации. При увеличении глубины масштаба моделирования структуры синхротронного фона спектры становятся более сглаженными и изотропными, что отражает усреднённые характеристики турбулентной среды.

Важным результатом анализа является установление чёткой зависимости формы спектров мультипольного разложения фона от показателя наклона спектра турбулентности при генерации пространственной сферы с большим радиусом (2000 пк). При уменьшении значения спектрального индекса x (рассматриваются случаи $x = 0, -1, -2, -3$) наблюдается увеличение относительного вклада крупных масштабов, что выражается в росте мощности на низких мультипольных моментах l . Одновременно происходит перераспределение величины спектра мультипольного разложения при больших значениях мультипольных моментов ($l > 20$), что связано с увеличением энергии в мелкомасштабных флуктуациях. Таким образом, изменение наклона турбулентного спектра оказывает существенное влияние на угловую структуру синхротронного фона.

Полученные результаты подчёркивают значимость учёта масштабных параметров при моделировании пространственной структуры источников синхротронного фона. Интерпретация результатов, полученных с использованием готового инструмента для моделирования синхротронного фона, может представлять ценность для анализа и интерпретации экспериментальных данных, получаемых в ходе радиоастрономических наблюдений.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 25-22-00246).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] J. D. Livingston, A. S. Nikonov, S. A. Dzib, et al., *Astronomy & Astrophysics* **695**, A260 (2025). DOI: 10.1051/0004-6361/202453056.
- [2] A. Pandhi, B. M. Gaensler, Z. Pleunis, et al., *The Astrophysical Journal* **982**(2), 146 (2025). DOI: 10.3847/1538-4357/adb8e3.
- [3] H. S. Zhang, G. Ponti, E. Carretti, et al., *Nature Astronomy* **8**, 1416 (2024). DOI: 10.1038/s41550-024-02362-0.
- [4] F. A. Martire, A. J. Banday, E. Martínez-González, R. Barreiro, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2023**(04), 049 (2023). DOI: 10.1088/1475-7516/2023/04/049.
- [5] B. Page, N. Bassett, A. Lecacheux, et al., *Astronomy & Astrophysics* **668**, A30 (2022). DOI: 10.1051/0004-6361/202244621.
- [6] J. Wang, T. R. Jaffe, T. A. Enßlin, et al., *The Astrophysical Journal Supplement Series* **247**(1), 18 (2020).

- [7] T. A. Porter, G. Jóhannesson, I. V. Moskalenko, *The Astrophysical Journal Supplement Series* **262**(1), 30 (2022). DOI: 10.3847/1538-4365/ac80f6.
- [8] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields*, Vol. 2 of Course of Theoretical Physics (Butterworth-Heinemann, 1980).
- [9] M. S. Longair, *High Energy Astrophysics* (Moscow, Mir Publishers, 1983) [russian translation from English].
- [10] D. Collaboration, *Nature* **552**(7683), 63 (2017).
- [11] P. K. Batrakov, V. O. Yurovsky, I. A. Kudryashov, Study of spatial inhomogeneities of cosmic rays in a synthetic turbulent magnetic field, arXiv preprint (2024). arXiv: 2411.03868.
- [12] V. O. Yurovsky, I. A. Kudryashov, *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics* **87**, 1032 (2023). DOI: 10.3103/S1062873823702337.
- [13] C. Tautz, A. Dosch, *Physics of Plasmas* **20**(2), (feb 2013). DOI: 10.1063/1.4789861.
- [14] P. K. Batrakov, V. O. Yurovsky, I. A. Kudryashov, *Bulletin of the Lebedev Physics Institute* **52**(3), 233 (2025). DOI: 10.3103/S1068335624602231.
- [15] A. Lazarian, S. Xu, *The Astrophysical Journal* **923**(1), 53 (2021). DOI: 10.3103/S1068335624602231.
- [16] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (John Wiley & Sons, Inc., New York, London, 1962), 1st Edition.

Поступила в редакцию 26 мая 2025 г.

После доработки 7 ноября 2025 г.

Принята к публикации 9 ноября 2025 г.