

УДК 523.9: 533.9: 534.2

**ЭВОЛЮЦИЯ СЛАБЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ,  
ЗАДАННЫХ В ОСНОВАНИИ КОРОНАЛЬНОЙ ПЕТЛИ.  
ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОВОГО ДИСБАЛАНСА  
НА МАГНИТОАКУСТИЧЕСКИЕ И ЭНТРОПИЙНЫЕ МОДЫ**

Р. В. Шевелев<sup>1</sup>, Д. И. Завершинский<sup>1,2</sup>, Н. Е. Молевич<sup>1,2</sup>

*В работе исследуется эволюция слабых возмущений, заданных на границе “теплой” корональной петли в сильном магнитном поле. Основное внимание уделено влиянию теплового дисбаланса, вызванного процессами нагрева и радиационного охлаждения, на дисперсионные свойства и распределение энергии между медленными магнитоакустическими и энтропийными модами. Получено точное аналитическое решение граничной задачи с использованием метода Фурье и принципа Дюамеля, что позволило проанализировать зависимость распределения энергии от характерных времен теплового дисбаланса. Показано, что локальные параметры нагрева и охлаждения определяют не только фазовые скорости и декременты затухания, но и начальный энергетический вклад каждой из мод. Результаты работы могут быть использованы для интерпретации наблюдательных данных и диагностики параметров плазмы в солнечной короне.*

**Ключевые слова:** МГД-волны, солнечная корона, тепловой дисбаланс.

*Введение.* Исследование атмосферы Солнца на протяжении уже многих десятилетий остается важным направлением в астрофизике. Данная область исследований представляет значительный интерес как с точки зрения решения прикладных задач, таких как прогнозирование солнечных вспышек, так и в контексте фундаментальных проблем,

---

<sup>1</sup> Самарский национальный исследовательский университет им. академика С. П. Королёва, 443086 Россия, Самара, Московское ш., 34; e-mail: zavershinskiy.di@ssau.ru.

<sup>2</sup> Самарский филиал Физического института им. П. Н. Лебедева РАН, 443011 Россия, Самара, ул. Ново-Садовая, 221.

включая задачу определения физических механизмов, ответственных за нагрев солнечной короны до экстремально высоких температур.

Значительное развитие в решении данных задач началось с появлением космических и наземных инструментов высокого пространственного и временного разрешения, позволивших начать системное объединение теоретических моделей и экспериментальных данных. На текущий момент одними из наиболее востребованных наблюдений являются данные в вакуумном ультрафиолете, полученные такими космическими инструментами как SDO/AIA [1] и SOLO/EUI [2]. В качестве альтернативного источника или источника дополнительной информации часто выступают данные, полученные в радиодиапазоне с помощью Сибирского Радиогелиографа [3, 4].

Имеющиеся наблюдения позволяют систематически изучать различные квазистационарные магнитные структуры в атмосфере Солнца, например, корональные петли, корональные перья, протуберанцы и т. д. Кроме того, они дают возможность исследовать мелкомасштабную динамику интенсивности, связанную с этими структурами. Существующие методы обработки данных о вариациях интенсивности в вакуумном ультрафиолете позволяют идентифицировать связанные с ними продольные и/или поперечные возмущения плотности и температуры плазмы (см., напр., [5, 9]). При этом, зачастую наблюдаемую динамику удаётся связать с эволюцией собственных мод волновода таких, например, как магнитоакустические волны. Благодаря разработанным математическим моделям поведение магнитоакустических волн удастся не только пронаблюдать, но и использовать для диагностики параметров среды [5]. В частности, быстрые магнитоакустические волны, видимые, например, как поперечные колебания корональных петель, активно применяются для диагностики магнитных полей [6, 7]. В свою очередь, медленные магнитоакустические волны, видимые как возмущения интенсивности, распространяющиеся вдоль корональных петель, применяют для диагностики температуры [8], магнитных полей [10], транспортных коэффициентов [9] и т. д.

Перспективным направлением является применение вариаций интенсивности внутри корональных петель для диагностики механизмов коронального нагрева [11, 12]. В основе данного подхода лежит известный факт, что мощность оптически тонкого радиационного охлаждения зависит от локальных значений температуры и плотности плазмы, а также предположение, что мощность нагрева также зависит от параметров среды. Наличие подобных зависимостей может выражаться в эффекте теплового дисбаланса (см. более подробно [13, 14]), который оказывает существенное влияние на дисперсионные свойства собственных мод внутри магнитных структур. Таким образом,

наблюдаемые отклонения дисперсионных характеристик волн от оценок, предлагаемых упрощенными теориями, можно применять для оценки зависимости коронального нагрева от параметров среды.

Следует отметить, что наряду с магнитоакустическими волнами в плазменной среде могут возбуждаться также и энтропийные (тепловые) моды. Данный тип возмущений представляет собой нераспространяющиеся колебания плотности и температуры, протекающие практически без вариаций давления плазмы. Как медленные магнитоакустические волны, так и энтропийные волны подвержены эффекту теплового дисбаланса [14]. При этом оказывается, что их дисперсионные характеристики взаимосвязаны и определяются локальной зависимостью мощностей нагрева/охлаждения от параметров среды. Взаимосвязь касается также и распределения энергии между модами. Другими словами, процессы нагрева и охлаждения влияют на то, в форме каких волн магнитоакустических или энтропийных будет запасена энергия при инициировании возмущения в среде (см. подробнее рис. 4 в [14]).

Задача отождествления наблюдаемого возмущения интенсивности с тем или иным типом волны на практике является довольно нетривиальной. В общем случае индуцированное возмущение внутри корональной петли является суперпозицией двух магнитоакустических и одной энтропийной моды [14, 15]. По этой причине применение аналитических моделей, рассматривающих наблюдаемое возмущение только как магнитоакустическую волну, вероятно, не всегда является корректным. Ранее, вопрос об эволюции возмущения сжатия, подверженному влиянию теплового дисбаланса, аналитически рассматривался в рамках решения задачи Коши [14]. Однако во многих наблюдениях было замечено, что возмущение происходит в основании корональной петли (см. [16–18] и ссылки внутри). Для того чтобы глубже понять свойства медленных магнитоакустических и энтропийных волн при возмущении параметров плазмы на границе корональной петли, требуется решение граничной задачи, которому и посвящена данная работа.

*Математическая модель и приближения.* В данной работе мы исследуем возмущения параметров плазмы, полагая, что влияние магнитной и гравитационной стратификации слабое (т.е. среда однородна) и плазма находится в сильном магнитном поле таком, что бета-плазмы  $\beta$  (отношение газодинамического к магнитному давлению) много меньше единицы. В рамках данных приближений дисперсией, связанной с геометрией волновода, можно пренебречь. Воздействие неадиабатических процессов на волны описывается через обобщенный источник тепловыделения, зависящий от плотно-

сти и температуры плазмы. Кроме того, диссипацией за счет вязкости пренебрегается. Рассматриваются плотные  $n \sim 10^9 - 10^{11} \text{ см}^{-3}$  “теплые”  $T \sim 1 \text{ МК}$  корональные петли, такие в которых основным источником дисперсии является тепловой дисбаланс, а дисперсия, связанная с явлениями теплопроводности мала. Случай “горячих”  $T \gtrsim 6 \text{ МК}$  корональных петель, в которых основным источником дисперсии для магнитоакустических волн являлась теплопроводность, был рассмотрен в работе [19]. Таким образом, исходная система магнитогазодинамических (МГД) уравнений сводится к более простой системе:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad \rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nabla P, \quad c_V \rho \frac{dT}{dt} - \frac{k_B T}{m} \frac{d\rho}{dt} = -\rho Q(\rho, T), \quad P = \frac{k_B T \rho}{m}. \quad (1)$$

Обозначения  $\rho, T, P$  – плотность, температура и давление плазмы,  $\mathbf{V}$  – вектор скорости,  $Q(\rho, T)$  – мощность обобщенного источника тепловыделения. Данная функция может быть записана с использованием функции  $L(\rho, T)$ , отвечающей за оптически тонкое радиационное охлаждение [20], и функции  $H(\rho, T)$ , отражающей модельный нагрев (см., напр., [21, 22]):  $Q(\rho, T) = L(\rho, T) - H(\rho, T)$ . В системе (1) используется субстанциональная производная  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla$ .

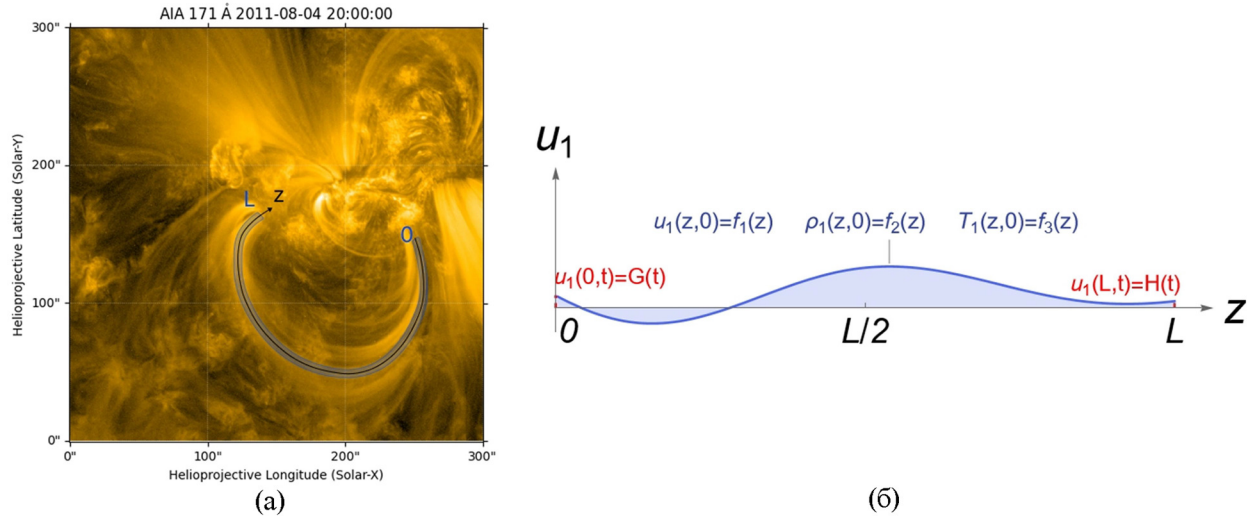


Рис. 1: (а) Пример корональной петли, видимой инструментом SDO/AIA в канале 171 Å; (б) схематическое представление математической постановки задачи.

Рассмотрим далее одномерную динамику волн, эволюционирующих внутри некоторого волновода примером, которого могут служить открытые магнитные структуры, такие как полярные перья или спикулы, а также закрытые магнитные структуры, такие

как корональные петли. На рис. 1(а) представлен пример корональной петли, видимой инструментом SDO/AIA в канале 171 Å максимум функции отклика для которого находится на температуре  $T \sim 0.6$  МК.

Динамику медленных магнитоакустических и энтропийных волн удобно рассматривать с помощью эволюционного уравнения, которое может быть получено с помощью теории возмущений. Далее величины с индексом “0” – значение в стационарном состоянии плазмы, а с индексом “1” – возмущения величины первого порядка малости  $\left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \sim \frac{T_1}{T_0} \sim \frac{P_1}{P_0} \sim \frac{u_1}{c_s} \sim \epsilon \ll 1\right)$ :  $\rho = \rho_0 + \rho_1$ ,  $P = P_0 + P_1$ ,  $T = T_0 + T_1$ ,  $\nu = u_1$ . Выполняя подстановку и ряд математических преобразований, система уравнений (1) может быть преобразована к эволюционному уравнению для возмущения скорости  $u_1$  следующего вида:

$$\frac{\partial^3 u_1}{\partial t^3} - C_s^2 \frac{\partial^3 u_1}{\partial t \partial z^2} = -\frac{1}{\tau_2} \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - C_{sQ}^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \right). \quad (2)$$

Здесь введены следующие обозначения:  $\tau_1 = \frac{c_P}{Q_{[P]T}}$  и  $\tau_2 = \frac{c_V}{Q_{[\rho]T}}$  – характерные времена на теплового дисбаланса, где  $c_P$  и  $c_V$  – удельные теплоёмкости при постоянном давлении и объёме, соответственно, а  $Q_{[\rho]T} = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_\rho$  и  $Q_{[P]T} = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_P = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_\rho - \frac{\rho_0}{T_0} \left(\frac{dQ}{d\rho}\right)_T$  – производные мощности источника тепловыделения по температуре при постоянных плотности и давлении, соответственно. Адиабатическая скорость звука  $C_s$  и скорость звука  $C_{sQ}$ , связанная с тепловым дисбалансом, представлены следующими обозначениями:

$$C_s = \sqrt{\gamma \frac{k_B T_0}{m}}, \quad C_{sQ} = \sqrt{\gamma_Q \frac{k_B T_0}{m}}, \quad \gamma_Q = \frac{Q_{[P]T}}{Q_{[\rho]T}} = \gamma \frac{\tau_1}{\tau_2}, \quad (3)$$

где  $\gamma$  – показатель адиабаты, а  $\gamma_Q$  – низкочастотный показатель адиабаты [23].

Как мы упоминали ранее, благодаря анализу вариации интенсивности в рассматриваемой магнитной структуре, могут быть определены пространственные распределения плотности и температуры, а также возмущения скорости. Таким образом, данное уравнение может быть дополнено начальными условиями вида:  $u_1(z, 0) = f_1(z)$ ,  $\rho(z, 0) = f_2(z)$ ,  $T(z, 0) = f_3(z)$ , где в целях общности будем полагать, что функции  $f_1(z)$ ,  $f_2(z)$ ,  $f_3(z)$  это некоторые произвольные функции, которые позволят нам определить начальные распределения:  $\partial u_1(z, 0)/\partial t$  и  $\partial^2 u_1(z, 0)/\partial t^2$ . Кроме того, возмущение может быть индуцировано на границе, например, благодаря вспышке близкой к основанию петли (см. [16–18] и ссылки внутри). В этом случае, мы также должны дополнить наше уравнение граничными условиями вида:  $u_1(0, t) = G(t)$ ,  $u_1(l, t) = H(t)$ , где  $G(t)$  и  $H(t)$  будем также в целях общности полагать некоторыми произвольными функциями.

Таким образом, задача об эволюции энтропийных и медленных магнитоакустических волн схематически может быть представлена как показано на рис. 1(б). Перейдем далее к решению данной задачи.

Запишем эволюционное уравнение в безразмерной форме:

$$\frac{\partial^3 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{t}^3} - \gamma \frac{\partial^3 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{t} \partial \tilde{z}^2} = -\nu_2 \left( \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{t}^2} - \gamma_Q \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{z}^2} \right), \quad (4)$$

где  $\tilde{u}_1 = \frac{u_1}{C_{s0}}$ ,  $\tilde{z} = \frac{z}{l}$ ,  $\tilde{t} = \frac{t C_{s0}}{l}$ ,  $\nu_2 = \frac{l}{C_{s0} \tau_2}$ ,  $C_{s0} = \sqrt{\frac{k_B T_0}{m}}$ ,  $l$  – характерная длина, например, длина петли. Вышеупомянутые произвольные начальные и граничные условия в безразмерном виде могут быть переписаны как:

$$\tilde{u}_1(0, t) = g(t), \quad \tilde{u}_1(l, t) = h(t);$$

$$\tilde{u}_1(z, 0) = \Phi(z), \quad \frac{\partial \tilde{u}_1(z, 0)}{\partial t} = \Psi(z), \quad \frac{\partial^2 \tilde{u}_1(z, 0)}{\partial t^2} = \zeta(z). \quad (5)$$

*Решение уравнения.* Для поиска решения уравнения (4), являющимся однородным уравнением в частных производных с неоднородными граничными условиями воспользуемся подходом, ранее использованным в работе [19]. Согласно данному подходу путем замены переменных уравнение (4) можно свести к неоднородному уравнению в частных производных с однородными граничными условиями, которое можно решить благодаря принципу Дюамеля. Ниже кратко описан путь нахождения решения.

Заменяем искомую функцию суммой двух функций:

$$\tilde{u}_1(z, t) = \nu(z, t) + U(z, t). \quad (6)$$

Функция  $U(z, t)$  выбирается таким образом, что она удовлетворяет граничным условиям:

$$U(0, t) = g(t), \quad U(l, t) = h(t). \quad (7)$$

Для этого зададим функцию  $U(z, t)$  в виде:

$$U(z, t) = \frac{h(t) - g(t)}{l} z + g(t). \quad (8)$$

Таким образом, эволюционное уравнение (4) с неоднородными граничными условиями (5) сводится к линейному неоднородному уравнению вида:

$$\frac{\partial^3 \nu}{\partial \tilde{t}^3} - \gamma \frac{\partial^3 \nu}{\partial \tilde{t} \partial \tilde{z}^2} + \nu_2 \left( \frac{\partial^2 \nu}{\partial \tilde{t}^2} - \gamma_Q \frac{\partial^2 \nu}{\partial \tilde{z}^2} \right) = -\frac{\partial^3 U}{\partial \tilde{t}^3} - \nu_2 \frac{\partial^2 U}{\partial \tilde{t}^2} \quad (9)$$

с граничными условиями:

$$\nu(0, t) = 0, \quad \nu(l, t) = 0 \quad (10)$$

и начальными условиями:

$$\nu(z, 0) = \Phi(z) - U(z, 0), \quad \frac{\partial \nu(z, 0)}{\partial t} = \Psi(z) - \frac{\partial U(z, 0)}{\partial t}, \quad \frac{\partial^2 \nu(z, 0)}{\partial t^2} = \zeta(z) - \frac{\partial^2 U(z, 0)}{\partial t^2}. \quad (11)$$

Решение уравнения (9) по принципу Дюамеля представляется в виде суммы соответствующего решения однородного уравнения:

$$\frac{\partial^3 \nu}{\partial t^3} - \gamma \frac{\partial^3 \nu}{\partial t \partial z^2} + \nu_2 \left( \frac{\partial^2 \nu}{\partial t^2} - \gamma_Q \frac{\partial^2 \nu}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (12)$$

и интеграла Дюамеля.

Согласно результатам работы [14] решение однородного уравнения (12) может быть найдено путем разделения переменных в виде  $S_n(z, t) = \eta_n(z)\xi_n(t)$ . Выполняя разделение переменных, получим два обыкновенных дифференциальных уравнения:

$$\frac{\partial \eta_n}{\partial z} + k_n^2 \eta_n = 0, \quad \frac{\partial^3 \xi_n}{\partial t^3} + \nu_2 \frac{\partial^2 \xi_n}{\partial t^2} + k_n^2 \gamma \frac{\partial \xi_n}{\partial t} + \nu_2 k_n^2 \gamma_Q \xi_n = 0. \quad (13)$$

С учётом граничных условий (10) получим, что  $\eta_n(t) = \sin(k_n z)$ , где  $k_n = \frac{\pi n}{l}$  с натуральными значениями  $n$ . Вид функции  $\xi_n(t)$  зависит от знака дискриминанта кубического характеристического уравнения, соответствующего (13),  $\Delta = -108(R^3 + U^2)$ , где  $R = (3k^2\gamma - \nu_2^2)/9$ ,  $U = (2\nu_2^3 - 9\nu_2 k^2\gamma + 27k^2\gamma_Q\nu_2)/54$  (см. подробнее в [14]).

Корни характеристического уравнения имеют вид:

$$\omega_1 = i \left( -\frac{\nu_2}{3} + A + B \right), \quad \omega_2 = \frac{A - B}{2} \sqrt{3} - i \left( \frac{\nu_2}{3} + \frac{A + B}{2} \right),$$

$$\omega_3 = -\frac{A - B}{2} \sqrt{3} - i \left( \frac{\nu_2}{3} + \frac{A + B}{2} \right),$$

$$A = \sqrt[3]{-U + \sqrt{-\frac{\Delta}{108}}}, \quad B = -\frac{R}{A}. \quad (14)$$

В случае положительного значения дискриминанта  $\Delta > 0$  энтропийная и две магнитоакустические волны не распространяются, и  $\xi_n(t) = C_{1n}e^{-i\omega_1 t} + C_{2n}e^{-i\omega_2 t} + C_{3n}e^{-i\omega_3 t}$ . Для определения амплитуд каждой из мод  $C_{1n}, C_{2n}, C_{3n}$  используем начальные условия (11), ведущие к системе линейных уравнений:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -i\omega_1 & -i\omega_2 & -i\omega_3 \\ -\omega_1^2 & -\omega_2^2 & -\omega_3^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{1n} \\ C_{2n} \\ C_{3n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{1n} \\ I_{2n} \\ I_{3n} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где  $I_{1n}, I_{2n}, I_{3n}$  – интегральные коэффициенты разложения начальных условий в ряд Фурье при  $n$ -ой гармонике:

$$\begin{aligned}
 I_{1n} &= \frac{2}{l} \int_0^l \nu(z, 0) \sin(k_n z) dz = \frac{2}{l} \int_0^l (\Phi(z) - U(z, 0)) \sin(k_n z) dz, \\
 I_{2n} &= \frac{2}{l} \int_0^l \frac{\partial \nu(z, 0)}{\partial t} \sin(k_n z) dz = \frac{2}{l} \int_0^l \left( \Psi(z) - \frac{\partial U(z, 0)}{\partial t} \right) \sin(k_n z) dz, \\
 I_{3n} &= \frac{2}{l} \int_0^l \frac{\partial^2 \nu(z, 0)}{\partial t^2} \sin(k_n z) dz = \frac{2}{l} \int_0^l \left( \zeta(z) - \frac{\partial^2 U(z, 0)}{\partial t^2} \right) \sin(k_n z) dz.
 \end{aligned} \tag{16}$$

При отрицательном дискриминанте  $\Delta < 0$  распространяются две магнитоакустические волны, а энтропийная волна все также не распространяется. Функция  $\xi_n(t)$  принимает вид:  $\xi_n(t) = C_{1n} e^{\omega_{EI} t} + e^{-\omega_{AI} t} (C_{2n} \cos(\omega_{AR} t) + C_{3n} \sin(\omega_{AR} t))$ , где

$$\omega_{EI} = -\frac{\nu_2}{3} + A + B, \quad \omega_{AI} = \frac{\nu_2}{3} + \frac{A + B}{2}, \quad \omega_{AR} = \frac{A - B}{2} \sqrt{3}. \tag{17}$$

Поиск амплитуд  $C_{1n}, C_{2n}, C_{3n}$  осуществляется также путём решения системы уравнений:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ \omega_{EI} & -\omega_{AI} & \omega_{AR} \\ \omega_{EI}^2 & \omega_{AI}^2 - \omega_{AR}^2 & -2\omega_{AI}\omega_{AR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{1n} \\ C_{2n} \\ C_{3n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{1n} \\ I_{2n} \\ I_{3n} \end{pmatrix}. \tag{18}$$

Применяя принцип Дюамеля, запишем общее решение (9):

$$\nu(z, t) = S(z, t) + \int_0^t \bar{S}(z, t - s) ds. \tag{19}$$

Функция  $S(z, t)$  – решение однородного эволюционного уравнения (12) с нулевыми граничными условиями:

$$S(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n(z) \xi_n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} S_n(z, t). \tag{20}$$

Функция  $\bar{S}(z, t)$  – общее решение однородного эволюционного уравнения (12), которое представляется аналогичным образом, т.е.  $\bar{S}(z, t - s) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\eta}_n(z) \bar{\xi}_n(t, s) =$

$\sum_{n=1}^{\infty} \bar{S}_n(z, t-s)$ . Функция  $\bar{\eta}_n(z)$  совпадает с соответствующей ей  $\eta_n(z)$  в разложении (20), т.е.  $\bar{\eta}_n(z) = \eta_n(z) = \sin(k_n z)$ . Функция  $\bar{\xi}_n(t, s)$  в зависимости от кубического дискриминанта принимает тот же вид, что и  $\xi_n(t)$ . Однако в отличие от  $\xi_n(t)$  амплитуды  $D_{1n}, D_{2n}, D_{3n}$  мод  $\bar{\xi}_n(z, s)$ , как и сама функция, зависят от параметра  $s$ . При положительном дискриминанте  $\Delta > 0$ , данная функция определяется как  $\bar{\xi}_n(t, s) = D_{1n}(s)e^{-i\omega_1(t-s)} + D_{2n}(s)e^{-i\omega_2(t-s)} + D_{3n}(s)e^{-i\omega_3(t-s)}$ , в противоположном случае, т.е. при  $\Delta < 0$  данная функция определяется как  $\bar{\xi}_n(t, s) = D_{1n}(s)e^{\omega_{EI}(t-s)} + e^{-\omega_{AI}(t-s)}(D_{2n}(s) \cos(\omega_{AR}(t-s)) + D_{3n}(s) \sin(\omega_{AR}(t-s)))$ .

Функция  $\bar{S}(z, t)|_{t=s}$  и её первая производная по времени  $\partial S(z, t)/\partial t|_{t=s}$  равны нулю, а вторая производная  $\partial^2 S(z, t)/\partial t^2|_{t=s}$  принимает значения неоднородности уравнения (9) в момент времени  $t = s$ :

$$\bar{S}(z, t)|_{t=s} = 0, \quad \left. \frac{\partial \bar{S}(z, t)}{\partial t} \right|_{t=s} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 \bar{S}(z, t)}{\partial t^2} \right|_{t=s} = \left( -\frac{\partial^3 U(z, t)}{\partial t^3} - \nu_2 \frac{\partial^2 U(z, t)}{\partial t^2} \right) \Big|_{t=s}. \quad (21)$$

По этой причине для определения амплитуд  $D_{1n}(s), D_{2n}(s), D_{3n}(s)$  необходимо решить системы линейных уравнений, указанные далее. Для случая  $\Delta > 0$  система записывается как:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -i\omega_1 & -i\omega_2 & -i\omega_3 \\ -\omega_1^2 & \omega_2^2 & -\omega_3^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{1n}(s) \\ D_{2n}(s) \\ D_{3n}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ I_n(s) \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Для противоположного случая  $\Delta < 0$  система записывается в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ \omega_{EI} & -\omega_{AI} & \omega_{AR} \\ \omega_{EI}^2 & \omega_{AI}^2 - \omega_{AR}^2 & -2\omega_{AI}\omega_{AR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{1n}(s) \\ D_{2n}(s) \\ D_{3n}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ I_n(s) \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Здесь  $I_n(s) = \frac{2}{l} \int_0^l \left. \frac{\partial^2 \bar{S}(z, t)}{\partial t^2} \right|_{t=s} \sin(k_n z) dz = \frac{2}{l} \int_0^l \left( -\frac{\partial^3 U(z, t)}{\partial t^3} - \nu_2 \frac{\partial^2 U(z, t)}{\partial t^2} \right) \Big|_{t=s} \sin(k_n z) dz$ .

Таким образом, решение неоднородного уравнения (9) принимает вид:

$$\nu(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} S_n(z, t) + \int_0^t \sum_{n=1}^{\infty} \bar{S}_n(z, t-s) ds. \quad (24)$$

С его помощью, окончательно, решение эволюционного уравнения (4), позволяющее описывать эволюцию двух медленных магнитоакустических волн и одной энтропийной волны, в случае, когда возмущение задается внутри волновода или на его границе

записывается в виде:

$$\tilde{u}_1(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} S_n(z, t) + \int_0^t \sum_{n=1}^{\infty} \bar{S}_n(z, t-s) ds + U(z, t). \quad (25)$$

Как упоминалось ранее [14] при рассмотрении решения задачи Коши, распределение энергии между модами (энтропийной и магнитоакустическими) оказывается сильно зависимым от величин характерных времен  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , связанных с тепловым дисбалансом. Покажем далее, с помощью полученного решения, что подобная особенность сохраняется даже, если возмущение индуцируется возмущением скорости на границе среды. Для этого воспользуемся подходом, ранее примененным в работе [14], и оценим отношение энергии в энтропийной моде и магнитоакустической волне, как:

$$\frac{E_{\text{tot}}}{MA_{\text{tot}}} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} C_{1n}^2}{2 \sum_{n=1}^{\infty} C_{0n}^2}, \quad C_{0n} = \frac{\sqrt{C_{2n}^2 + C_{3n}^2}}{2}. \quad (26)$$

Рассмотрим два типа возмущения. Первый тип возмущения записывается как  $\tilde{u}_1(0, t) = \sin(t)$  и соответствует периодическому воздействию [17], которое оказывается на основании корональной петли нижележащими слоями. Второй тип граничного условия выглядит следующим образом  $\tilde{u}_1(0, t) = te^{-t}$ , и соответствует импульсному возмущению, быстро затухающему около границы. Как и ранее в работе [14], мы рассмотрим параметры  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , соответствующие случаю затухания всех трех мод и отсутствия области нераспространения у медленных магнитоакустических волн:  $\tau_1/9 \leq \tau_2 \leq \tau_1$ . Результаты расчетов показаны на рис. 2.

Как в случае эволюции начального возмущения [14], так и в случае эволюции граничного возмущения, распределение энергии демонстрирует чувствительность к значениям характерных временных параметров  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , связанных с тепловым дисбалансом. Для обоих рассмотренных типов возмущений на границе существуют как и области параметров, в которых подавляющая часть энергии запасена в форме магнитоакустических волн, так и области, в которых большая или сопоставимая часть энергии запасена в виде энтропийной моды. Последний случай, как можно видеть, проявляется, когда характерные времена  $\tau_1$  и  $\tau_2$  близки к периоду колебаний на фундаментальной гармонике. Это говорит в пользу того, что часто применяемая аппроксимация наблюдений посредством только магнитоакустических волн, не является корректной. Для более точной диагностики желательно использовать полное решение, описывающее весь спектральный и модовый состав возмущения сжатия.

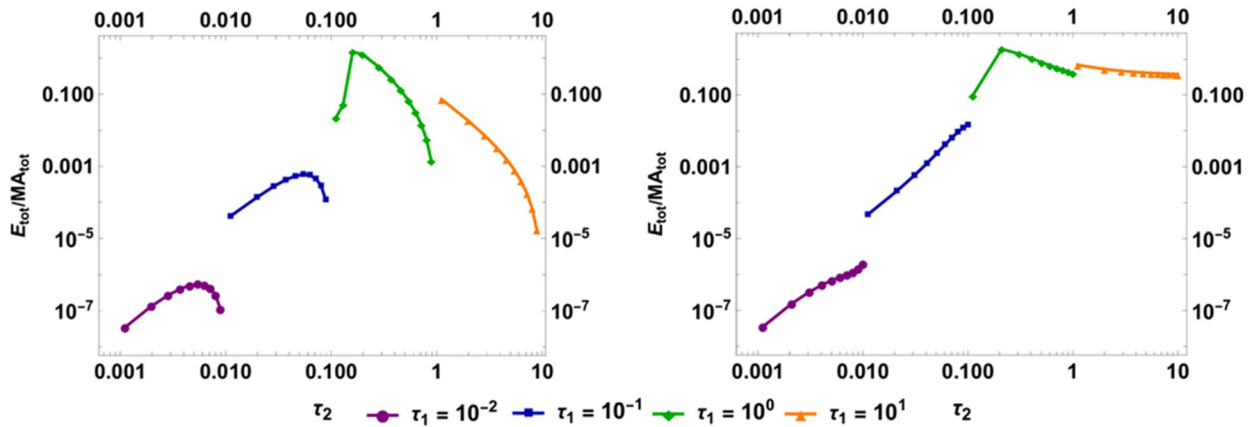


Рис. 2: Зависимость отношения энергий в энтропийной и магнитоакустических волн от характерных времен  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , связанных с тепловым дисбалансом, рассчитанные для первых 200 гармоник. Случай периодического граничного условия показан (слева), а случай импульсного сигнала на границе показан (справа). Характерные времена безразмерены на время  $l/C_{s0}$ .

*Заключение.* В данной работе было получено аналитическое решение задачи об эволюции начального возмущения и возмущения, заданного на границе корональной петли в сильном магнитном поле, для которой основным источником дисперсии для магнитоакустических и энтропийных волн являются процессы нагрева и радиационного охлаждения. С помощью полученного решения был исследован вопрос о распределении энергии между модами в случае индуцирования возмущения скорости на границе. Показано, что даже в этом случае сопоставимая или даже большая часть энергии может быть запасена в форме энтропийной моды. Другими словами локальная зависимость нагрева и охлаждения от параметров среды определяет не только дисперсионные характеристики, такие как фазовая скорость или декремент затухания, но и начальный запас энергии в каждой из мод. Это говорит в пользу того, что для интерпретации наблюдаемых быстро затухающих осцилляций внутри корональных петель и более точной диагностики корональной плазмы применение полного решения является более подходящим.

Отметим, что рассмотренная модель, полученная в приближении бесконечно сильного поля, учитывает только энтропийные и медленные магнитоакустические возмущения плазмы в корональных петлях. В более общем случае внутри плазменных структур возможно возбуждение также и других типов мод, например, быстрых магнитоакусти-

ческих волн [24] и нижнегибридных волн [25, 26]. Возбуждение данных мод может существенно повлиять на распределение энергии между модами. Исследования вклада других типов волн на модовый состав и энергетику наблюдаемых возмущений выходят за рамки данной работы, но являются важной задачей для дальнейшего рассмотрения.

Работа частично поддержана в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проекты FSSS-2023-0009, FFMR-2024-0017).

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] J. R. Lemen, A. M. Title, D. J. Akin, et al., *Solar Physics* **275**(1-2), 17 (2012).
- [2] P. Rochus, F. Auchère, D. Berghmans, et al., *Astronomy & Astrophysics* **642**, A8 (2020).
- [3] S. Lesovoi, A. Altyntsev, A. Kochanov, et al., *Solar-Terrestrial Physics* **3**(1), 3 (2017).
- [4] A. Altyntsev, S. Lesovoi, M. Globa, et al., *Solar-Terrestrial Physics* **6**(2), 30 (2020).
- [5] V. M. Nakariakov, S. Zhong, D. Y. Kolotkov, et al., *Reviews of Modern Plasma Physics* **8**(1), 19 (2024).
- [6] V. M. Nakariakov, L. Ofman, *Astronomy & Astrophysics* **372**(3), L53 (2001).
- [7] D. J. Pascoe, A. J. B. Russell, S. A. Anfinogentov, et al., *Astronomy and Astrophysics* **607**, (2017).
- [8] M. S. Marsh, R. W. Walsh, *The Astrophysical Journal Letters* **706**(1), L76 (2009).
- [9] T. Wang, L. Ofman, X. Sun, et al., *Astrophysical Journal Letters* **811**, 1 (2015).
- [10] I. H. Cho, K. S. Cho, S. C. Bong, et al., *The Astrophysical Journal Letters*. **837**(1), L11 (2017).
- [11] D. Y. Kolotkov, T. J. Duckenfield, V. M. Nakariakov, *Astronomy & Astrophysics* **644**, A33 (2020).
- [12] D. Riashchikov, E. Scoptsova, D. Zavershinskii, *Solar Physics* **299**(9), 136 (2024).
- [13] D. I. Zavershinskii, D. Y. Kolotkov, V. M. Nakariakov, et al., *Physics of Plasmas* **26**(8), 82113 (2019).
- [14] D. I. Zavershinskii, N. E. Molevich, D. S. Riashchikov, S. A. Belov, *Frontiers in Astronomy and Space Sciences* **10**, 1167781 (2023).
- [15] D. Zavershinskii, D. Kolotkov, D. Riashchikov, N. Molevich, *Solar Physics* **296**(6), 96 (2021).
- [16] M. Selwa, K. Murawski, S. K. Solanki, *Astronomy & Astrophysics* **436**, 701 (2005).

- [17] Y. Taroyan, R. Erdélyi, J. G. Doyle, S. J. Bradshaw, *Astronomy & Astrophysics* **438**(2), 713 (2005).
- [18] L. Ofman, T. Wang, *The Astrophysical Journal* **926**(1), 64 (2022).
- [19] А. С. Фролова, Д. И. Завершинский, Н. Е. Молевич, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **51**(7), 12 (2024).
- [20] G. Del Zanna, K. P. Dere, P. R. Young, E. Landi, *The Astrophysical Journal* **909**(1), 38 (2021).
- [21] R. Rosner, W. H. Tucker, G. S. Vaiana, *The Astrophysical Journal* **220**, 643 (1978).
- [22] C. H. Mandrini, P. Démoulin, J. A. Klimchuk, *The Astrophysical Journal* **530**, 999 (2000).
- [23] N. E. Molevich, A. N. Oraevskii, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **94**(3), 128 (1988).
- [24] U. Baweja, V. Pant, S. Krishna Prasad, et al., *The Astrophysical Journal Letters* **991**(2), L45 (2025).
- [25] S. I. Popel, S. V. Vladimirov, V. N. Tsytovich, *Physics Reports* **259**(6), 327 (1995).
- [26] S. I. Popel, A. I. Kassem, Y. N. Izvekova, L. M. Zelenyi, *Physics Letters A* **384**, 126627 (2020).

Поступила в редакцию 24 июля 2024 г.

После доработки 26 октября 2024 г.

Принята к публикации 30 октября 2024 г.