

## ФОРМИРОВАНИЕ СПИРАЛЬНЫХ ПУЧКОВ СВЕТА В ВИДЕ ЗАМКНУТЫХ КРИВЫХ С ПОМОЩЬЮ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МОДУЛЯТОРА СВЕТА

Д. И. Кашапова<sup>1</sup>, Д. В. Прокопова<sup>2</sup>, С. П. Котова<sup>2</sup>

*Проведено исследование распределения интенсивности спиральных пучков света в форме замкнутой кривой, построенных голографическим методом с помощью пространственного модулятора света. Определены ограничения, накладываемые на пространственный спектр пучков формирующим их жидкокристаллическим фазовым пространственным модулятором света. Наряду с качественной оценкой экспериментально полученных распределений интенсивности исследуемых пучков определены значения среднеквадратической ошибки, пикового отношения сигнал/шум, коэффициента структурного подобия.*

**Ключевые слова:** спиральные пучки света, параметр квантования, анализ качества изображений, коэффициент структурного подобия, среднеквадратическая ошибка, пиковое отношение сигнал/шум, пространственный спектр, пространственный модулятор света.

*Введение.* В прикладных задачах оптики и фотоники структурированные световые поля представляют большой интерес [1–3]. В частности, следует отметить вихревые световые поля, к которым относятся спиральные пучки света (СПС). СПС и поля, построенные на их основе, используются в наноскопии, для передачи информации, микроманипуляции и др. [4–7]. Также СПС имеют потенциальный интерес для синтеза микроструктурированных металлоорганических координационных полимеров [5]. Как правило, структура пучка должна быть однородной, задаваемая форма – четкой и узнаваемой.

---

<sup>1</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086 Россия, г. Самара, Московское ш., 34; e-mail: dianazavrrr@mail.ru.

<sup>2</sup> Самарский филиал Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, 443011 Россия, г. Самара, Ново-Садовая ул., 221.

Для формирования и управления характеристиками структурированных световых полей используются различные инструменты, имеющие свои особенности и ограничения [1]. В настоящее время широкое распространение получили пространственные модуляторы света (ПМС), которые позволяют формировать изображения в режиме реального времени. Быстродействие таких систем определяется числом активных элементов дискретной структуры экрана ПМС и скоростью их переключения. На сегодняшний день есть два доступных типа устройств: жидкокристаллические (ЖК) ПМС и микроэлектромеханические системы (МЭМС). Коммерчески доступные ЖК ПМС бывают просветного и отражательного типа [1, 8]. Также выделяют группу жидкокристаллических ПМС на основе сегнетоэлектрических ЖК, обладающих частотой смены кадров, максимальной среди всех устройств на основе ЖК [9, 10]. МЭМС представлены двумя типами: системы на основе матрицы микрозеркал, такие как DMD (digital micromirror device) и АММ (active micro-mirror matrix), а также на основе решетчатого затвора GLVTM (grating light valve) [11, 12]. Кроме того, можно использовать стационарные дифракционные элементы.

Данная работа посвящена качественному и количественному анализу структуры распределения интенсивности спиральных пучков света в форме замкнутых кривых, сформированных голографическим методом с использованием ЖК ПМС. Определены условия записи голограммы в зависимости от полосы пропускания ЖК ПМС. Измерены количественные характеристики построенных изображений пучков в виде различных замкнутых кривых (“Звезда”, “Заяц”, “Бабочка”, “Слон”) при разных параметрах квантования.

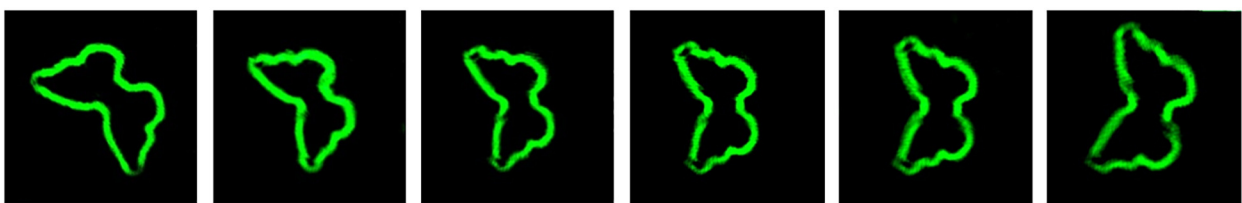


Рис. 1: Поворот распределения интенсивности спирального пучка в форме “Бабочки”. Расстояние между соседними кадрами 3 см.

*Спиральные пучки света.* Спиральные пучки света (СПС) – это класс параксиальных световых полей, сохраняющих структуру распределения интенсивности с точностью до масштаба и вращения при распространении и фокусировке (рис. 1) [13–15]. Особенность таких пучков в том, что в их структуре находятся оптические вихри –

особые точки, в которых фаза не определена, а интенсивность равна нулю. При обходе вокруг одной такой точки наблюдается скачок фазы на  $2\pi n$ , где  $n$  – топологический заряд оптического вихря.

Спиральные пучки света могут иметь распределение интенсивности самой разной формы (ансамбль пятен, область, кривая и др.). В работах [13–15] теоретически найдены и на отдельных примерах реализованы экспериментально спиральные пучки различной формы. Еще одна их особенность заключается в том, что СПС обладают ненулевым угловым моментом, который пучки могут передавать среде или микро- и нанообъектам при взаимодействии с ними.

Одной из разновидностей СПС являются пучки в форме замкнутых кривых. Отметим, что именно такие пучки представляют большой интерес для оптической микро-манипуляции и лазерных технологий [4]. Комплексная амплитуда спирального пучка в виде кривой  $\xi(t)$  [16], которая описывает кривую без самопересечения, с параметром  $t$ , принимающим значение от 0 до  $T$ :

$$\xi = u(t) + iv(t), \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

задается выражением:

$$J(z, \bar{z}|\xi(t), t \in [0, T]) = \exp\left(-\frac{z\bar{z}}{\rho^2}\right) \times \\ \times \int_0^T \exp\left\{-\frac{\xi(t)\bar{\xi}(t)}{\rho^2} + \frac{2z\bar{\xi}(t)}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \int_0^t [\bar{\xi}(\tau)\xi'(\tau) - \xi(\tau)\bar{\xi}'(\tau)] d\tau\right\} |\xi'(\tau)| dt. \quad (2)$$

В этом выражении  $J(z, \bar{z}|\xi(t), t \in [0, T])$  – функция, задающая комплексную амплитуду спирального пучка в начальной плоскости,  $\rho$  – гауссов параметр,  $z = x + iy$ ,  $\bar{z} = x - iy$  – комплексные переменные. Черта сверху означает комплексное сопряжение. Кривая  $\xi(t)$  – называется порождающей для спирального пучка (2).

Спиральные пучки в форме замкнутых кривых подчиняются условию квантования [16]:

$$S = \frac{1}{2}\pi\rho^2 N \quad (N = 1, 2, \dots), \quad (3)$$

где  $S$  – площадь под кривой,  $\rho$  – гауссов параметр,  $N$  – параметр квантования (рис. 2). Параметр квантования  $N$  определяет количество нулей (сингулярностей) комплексной амплитуды внутри замкнутой кривой.

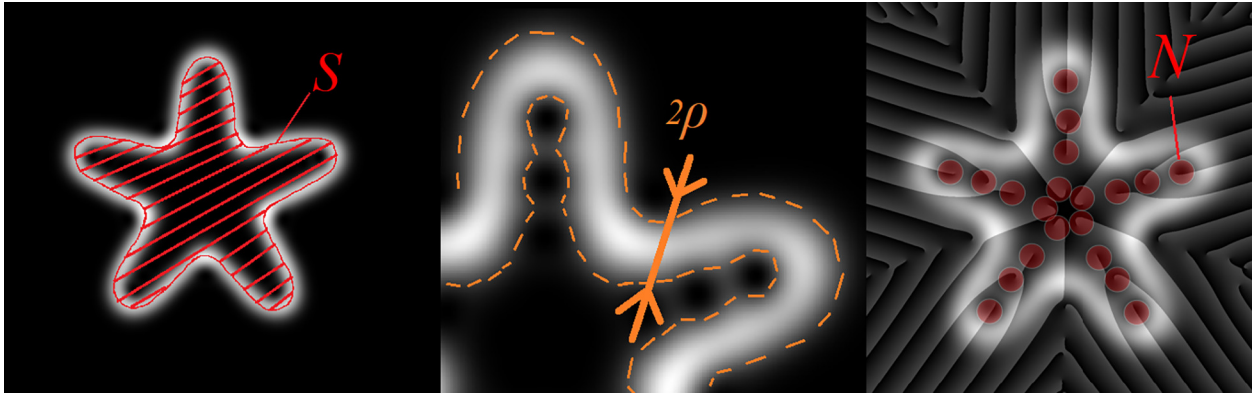


Рис. 2: Обозначение переменных в условии квантования:  $S$  – площадь под кривой отсчитывается от максимума интенсивности,  $\rho$  – гауссов параметр, определяющий полуширину интенсивности,  $N$  – параметр квантования, определяющий число нулей интенсивности внутри кривой.

*Влияние параметров пространственного модулятора света.* Одним из наиболее практичных и простых способов формирования световых полей является голографический. Рассмотрим, какие ограничения накладывают параметры ПМС на генерацию световых полей данным методом. На ПМС формируется фазовый профиль голограммы, являющейся интерференционной картиной сигнальной и опорной волн. Направление распространения сигнальной волны совпадает с нормалью. В качестве опорной волны обычно используется плоская волна, падающая под углом  $\theta$  относительно нормали, что соответствует пространственной частоте  $\nu_{\text{ref}} = \sin \theta / \lambda$ . Пространственный спектр голограммы должен быть согласован с полосой пропускания модулятора. Обозначим через  $\nu_{\text{max}}$  максимальную пространственную частоту, формируемую ПМС, через  $\Delta\nu_{\text{sig}}$  ширину пространственного спектра сигнальной волны.

Пространственный спектр голограммы определяется как свертка фурье-спектров опорной  $f_{\text{ref}}$  и сигнальной  $f_{\text{sig}}$  волн:

$$f_{\text{ref}} * f_{\text{sig}} = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\text{ref}}(x) f_{\text{sig}}(x - x_0) dx_0. \quad (4)$$

Полная ширина пространственного спектра голограммы будет равняться сумме ширин спектров опорной и сигнальной волн. Отметим, что спектр плоской опорной волны можно считать  $\delta$ -функцией.

На пространственную частоту опорной волны накладываются два ограничения:

$$1) \nu_{\text{ref}} \geq \Delta\nu_{\text{sig}},$$

$$2) \nu_{\text{ref}} \leq \nu_{\text{max}} - \Delta\nu_{\text{sig}}/2.$$

Первое условие вытекает из требования отсутствия перекрытия между восстановленными изображениями нулевого и первого порядков. Второе условие задает максимально возможную ширину спектра сигнальной волны. Тогда, в случае равенства  $\nu_{\text{ref}} = \nu_{\text{max}} - \Delta\nu_{\text{sig}}/2$  максимально возможная ширина спектра сигнальной волны (спирального пучка)  $\Delta\nu_{\text{sig max}} = 2/3\nu_{\text{max}}$ .

Граничная пространственная частота зависит от расстояния между пикселями  $d_{px}$ , которое определяет частоту дискретизации  $\nu_d = 1/d_{px}$ . Согласно теореме Котельникова [17, 18] для правильного отображения функции потребуется, как минимум два элемента наименьшего размера. Отсюда  $\nu_{\text{max}} \leq 1/2d_{px}$ . Для более точной передачи фазового профиля голограммы можно увеличить число пикселей на отсчет, например, 4 или 6 пикселей.

В случае спиральных пучков ширина спектра будет зависеть от гауссова параметра  $\rho$ , то есть ширина спектра сигнальной волны  $\Delta\nu_{\text{sig}} \equiv \Delta\nu_{slb} \sim 1/\rho$ . Условие 2 в таком случае имеет следующий вид:

$$\frac{\sin \theta}{\lambda} \leq \frac{1}{2d_{px}} - \frac{1}{\rho}. \quad (5)$$

Оценим, с каким параметром квантования  $N$  можно реализовать пучки при помощи ПМС с числом пикселей  $M * M$  на примере спирального пучка в форме окружности. Площадь максимальной вписанной в рабочую область модулятора окружности  $S = \pi(M * d_{px}/2)^2$ . Тогда, воспользовавшись выражением (3), получим  $N = (M * d_{px})^2/2\rho^2$ . При  $\rho = 4d_{px}$ ,  $M = 1024$  параметр квантования  $N \approx 3.2 * 10^4$ ; при  $\rho = 4d_{px}$ ,  $M = 64$  параметр квантования  $N = 128$ . Таким образом, для имеющегося в наличии ЖК ПМС с числом элементов  $1920*1080$ , можно формировать спиральные пучки с большим параметром квантования.

Для успешного формирования пучка его распределение интенсивности не должно превышать размер апертуры модулятора. Для спирального пучка в форме окружности это условие можно записать как  $d + 2\rho \leq 8$  мм. Для пучка с  $N = 1$ ,  $d = 3$  мм,  $\rho = 2.1$  мм, минимальный угол записи голограммы  $\theta_{\text{min}}$  согласно первому условию  $\theta_{\text{min}} = 0.015^\circ$ . Из второго условия (и формулы (5)) найдем максимальный угол  $\theta_{\text{max}} = 1.9^\circ$ .

*Экспериментальные результаты.* Экспериментально рассчитанные голограммы СПС были сформированы при помощи ЖК ПМС Holoeye Neo-1080P и восстановлены коллимированным пучком лазера на длине волны  $\lambda = 532$  нм (рис. 3). Для наблюдения восстановленного пучка в фурье-плоскости к фазовой функции голограммы добавлялась вписанная собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 50$  см. Регистрация

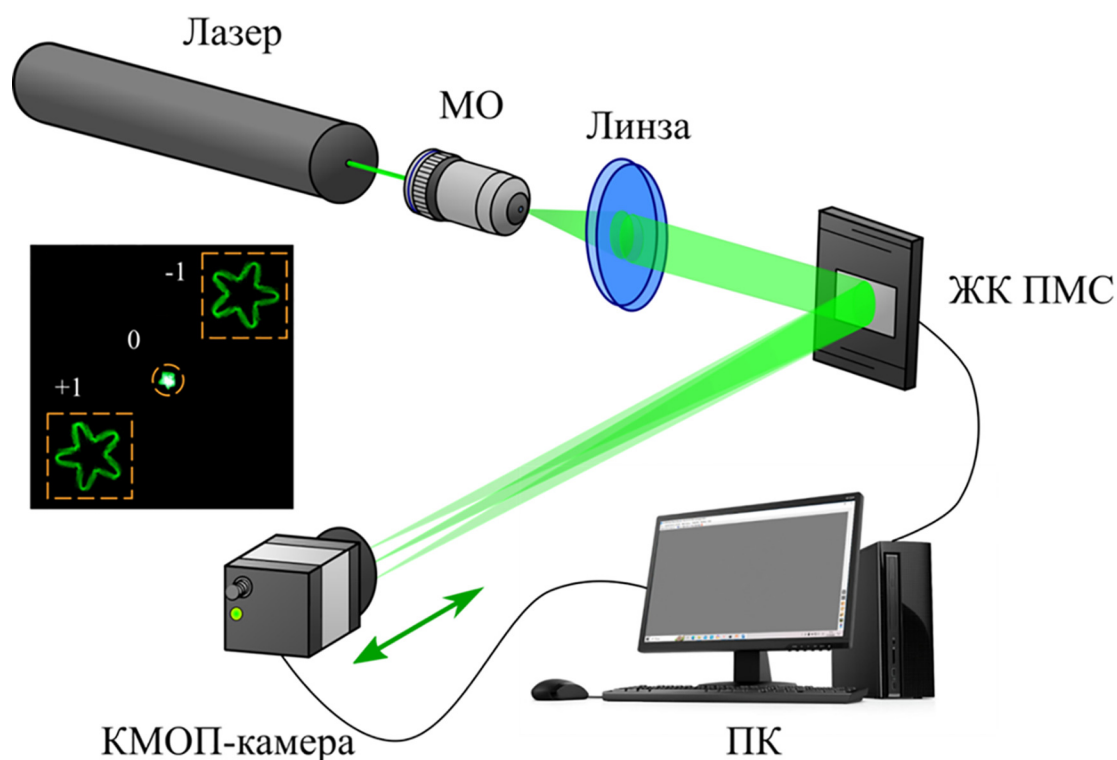


Рис. 3: Схема экспериментальной установки, которая включает в себя ЖК ПМС *Holoeye Neo-1080P* ( $1920 \times 1080$  пк), твердотельный лазер ( $\lambda = 532$  нм), камеру *Canon Eos 350D* (цветная,  $22.2 \times 14.8$  мм<sup>2</sup>,  $3456 \times 2304$  пк).

распределения интенсивности СПС проводилась с помощью камеры *Canon Eos 350D* (цветная,  $22.2 \times 14.8$  мм<sup>2</sup>,  $3456 \times 2304$  пк), расположенной в фурье-плоскости.

Для расчета голограммы нужна информация о комплексной амплитуде СПС и накладываемой на нее плоской опорной волны. Комплексную амплитуду СПС можно рассчитать, используя различные подходы: непосредственно по формуле (2), использовать разложение спиральных пучков по коэффициентам полиномов [19]. Последний из перечисленных подходов был реализован в программе [20], в которой есть блок, позволяющий рассчитать голограмму исследуемого СПС. Полученное фазовое распределение передается на матрицу ЖК ПМС. Оценки, приведенные в конце предыдущего раздела, показали, что с имеющимся ЖК ПМС можно реализовать пучки с большим предельным значением параметра квантования  $N$ . Однако типичный персональный компьютер (процессор AMD Ryzen 5 4500U, 6 ядер, частота 2.38 ГГц) позволяет рассчитать комплексную амплитуду спирального пучка примерно за приемлемое время (несколько минут) с параметром квантования в несколько сотен. При этом значение гауссова пара-

метра  $\rho$  будет превышать толщину линии входного контура. Для используемых в работе контуров она составляла 10–14 пк. Поэтому важно оценить, насколько качественно и близко к исходной кривой можно сформировать спиральный пучок предложенным методом в рамках имеющихся аппаратных ограничений.

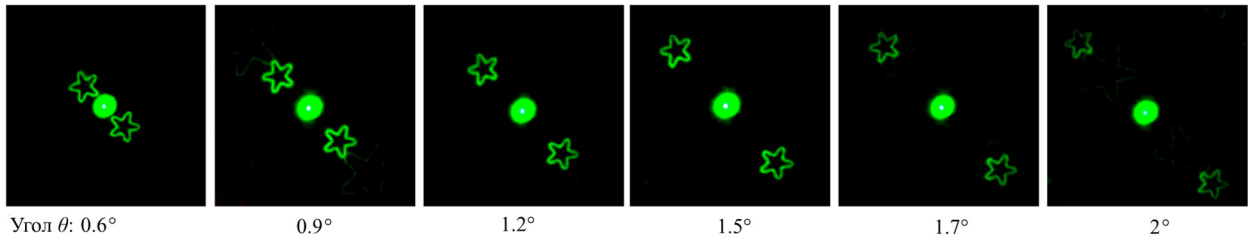


Рис. 4: Экспериментально зарегистрированные распределения интенсивности спиральных пучков света при  $N = 100$  и разных углах дифракции  $\theta$ .

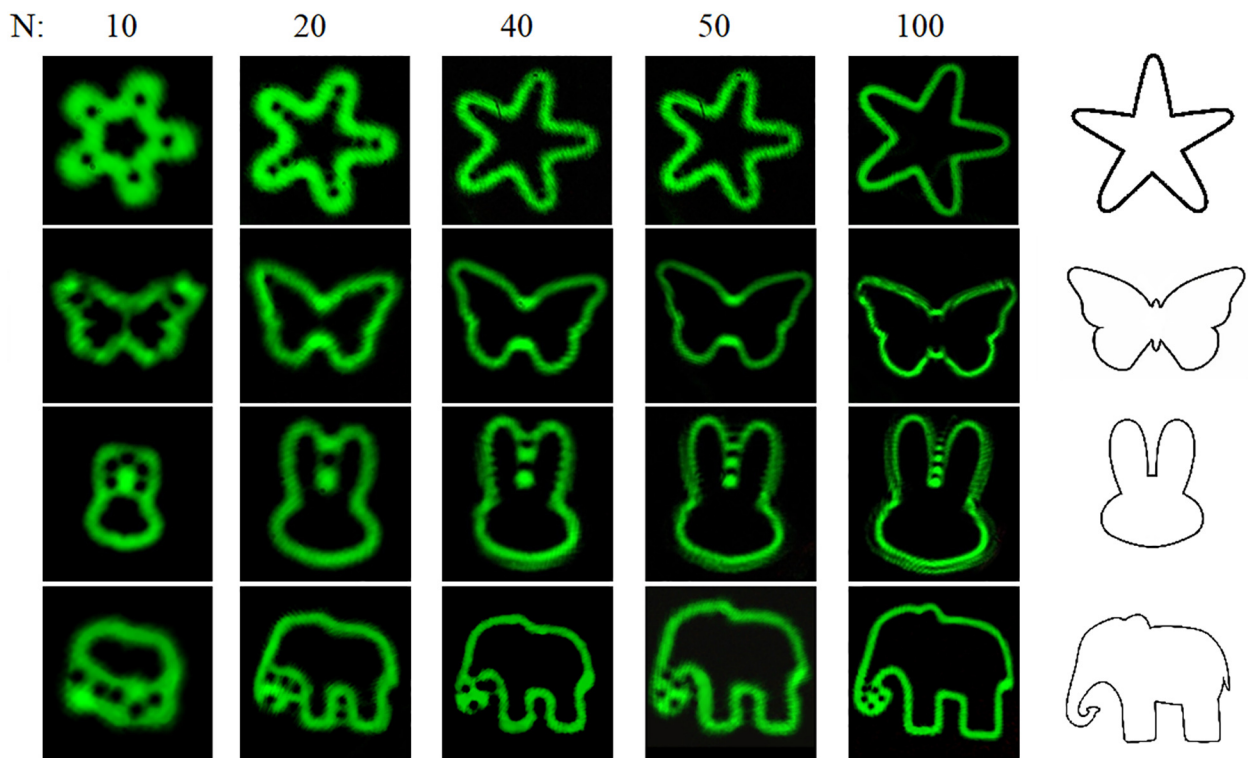


Рис. 5: Экспериментально зарегистрированные распределения интенсивности спиральных пучков света в форме разных замкнутых кривых (“Звезда”, “Бабочка”, “Заяц”, “Слон”) с разными параметрами квантования  $N$ . Справа представлены замкнутые кривые, являющиеся порождающими для рассматриваемых спиральных пучков света.

Для рассмотрения влияния угла записи голограммы на СПС был проведен эксперимент по построению спиральных пучков света голографическим методом и оценке граничных углов для ЖК ПМС (рис. 4). Эксперимент показал, что также необходимо учесть отражение света от передней грани ЖК ПМС. В нашей серии экспериментов отраженный пучок распространяется под углом  $0.45^\circ$ , поэтому минимальный угол записи голограммы пучков должен быть больше  $\theta_{\min} = 0.5^\circ$ . При превышении  $\theta_{\max} = 1.9^\circ$  происходит наложение различных порядков дифракции (рис. 4) и снижается доля энергии, приходящаяся на первые порядки. Это приводит к интерференции пучков и снижению качества формируемого поля. Диапазон углов, в которых можно строить пучки без потерь энергии – от  $0.5^\circ$  до  $1.5^\circ$ . Была проведена серия экспериментов на построение СПС в форме различных замкнутых кривых при угле  $\theta = 1^\circ$  при разных параметрах квантования  $N$  (рис. 5).

При обработке и анализе изображений возникает вопрос об их качестве. Возможны два подхода к оценке качества изображений: количественная оценка с помощью использования математических критериев и качественная оценка на основе зрительного восприятия. В данной работе рассмотрены наиболее часто используемые сравнительные оценки качества двух изображений [21, 22]

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} |X(i, j) - Y(i, j)|^2, \quad (6)$$

среднеквадратическая ошибка  $MSE$  (Mean Square Error) – рассчитывается для двух монохромных изображений  $X$  и  $Y$  размера  $m \times n$ , с индексами пикселей  $i$  и  $j$ .

Пиковое отношение сигнал-шум  $PSNR$  (Peak Signal-to-Noise Ratio) – соотношение между максимумом возможного значения сигнала и мощностью шума, искажающего значения сигнала:

$$PSNR = \left( \frac{MAX_I}{\sqrt{MSE}} \right). \quad (7)$$

Коэффициент структурного подобия  $SSIM$  (Structure SIMilarity) – критерий оценки качества изображений, рассматривающий структурное подобие в пространственной области:

$$SSIM = \left( \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \right) \left( \frac{2\bar{X}\bar{Y}}{(\bar{X})^2 + (\bar{Y})^2} \right) \left( \frac{2\sigma_x \sigma_y}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \right), \quad (8)$$

где  $X$  и  $Y$  – сравниваемые изображения,  $\bar{X}$  и  $\bar{Y}$  – средние значения изображений;  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  – дисперсии от  $X$  и  $Y$ ;  $\sigma_{xy}$  – корреляционный момент.

Т а б л и ц а 1

Количественные оценки пучков в форме замкнутых кривых  
при разных параметрах квантования

Форма	“Звездочка”					“Бабочка”				
$N$	10	20	50	<b>70</b>	100	5	10	20	<b>50</b>	100
$MSE$	0.43	0.36	0.26	0.25	0.23	0.52	0.29	0.25	0.24	0.23
$PSNR$	2.32	2.78	3.80	4.00	4.29	1.94	3.82	3.98	4.09	4.20
$SSIM$	0.15	0.19	0.34	0.46	0.53	0.02	0.14	0.16	0.23	0.33
Форма	“Заяц”					“Слон”				
$N$	5	10	20	50	100	5	10	20	50	<b>100</b>
$MSE$	0.35	0.30	0.26	0.33	0.33	0.88	0.30	0.28	0.27	0.25
$PSNR$	2.88	3.33	3.82	2.29	3.02	1.14	3.31	3.54	3.71	3.99
$SSIM$	0.06	0.07	0.12	0.15	0.19	0.04	0.04	0.04	0.08	0.24

С использованием данных критериев была проведена оценка качества пучков – сравнение экспериментальных данных с кривой, по которой производился расчет комплексной амплитуды СПС. Результаты оценки пучков в форме “Бабочки”, “Звездочки”, “Слона” и “Зайца” при разных параметрах квантования занесены в табл. 1. Анализ полученных значений показал, что с увеличением параметра  $N$  качество пучка становится лучше, так как  $MSE$  уменьшается,  $PSNR$  и  $SSIM$  увеличивается. То же самое показывает качественный анализ изображений (рис. 5) – при увеличении параметра  $N$  пучок становится более четким, однородным.

При сравнении качественного восприятия распределения интенсивности пучков и их количественных оценок, найдено, что при достижении параметров  $MSE = 0.25$ ,  $PSNR = 3.7$ ,  $SSIM = 0.2$  сформированный пучок имеет близкий к кривой вид, в табл. 1 эти значения выделены жирным. Как можно заметить, в табл. 1 не отмечен ни один параметр для пучков в форме “Зайца”. На рис. 5 видно, что у пучков происходит интерференция между близко расположенными частями кривой – ушами “Зайца”. Это снижает качество изображения, что отражается в полученных значениях  $MSE$ ,  $PSNR$  и  $SSIM$  для этого пучка. Оценка интенсивности интерференционной картины между двумя одинаковыми гауссовыми пучками с полушириной  $\rho$  при разных расстояниях между ними показала, что при расстоянии между центрами пучков менее  $3\rho$  интерференция существенна. Для качественного формирования СПС необходимо учитывать этот факт.

*Заключение.* В ходе работы была исследована структура распределения интенсивности СПС в форме разных замкнутых кривых, сформированных голографическим методом, в зависимости от параметров СПС и ЖК ПМС. Найдено соотношение, связывающее частоту дискретизации устройства воспроизведения голограммы с её углом записи и параметрами спирального пучка (формула (5)). С использованием фурье-анализа определено, что для ЖК ПМС HOLOEYE NEO-1080P с разрешением  $1920 \times 1080$  пк и размером пикселя 8 мкм можно построить СПС с большим параметром квантования  $N$ .

Экспериментально показано, что изменение угла  $\theta$  позволяет разделить порядки дифракции в пространстве, но конечное разрешение ПМС ограничивает значение угла до  $\theta_{\max}$ . Увеличение  $\theta$  приводит к уменьшению пространственного спектра формируемого поля (формула (5)). При несоблюдении этих соотношений происходит наложение высших порядков дифракции и снижение энергетической эффективности формирования СПС. Диапазон углов, в которых можно строить пучки без потерь энергии, – от  $0.5^\circ$  до  $1.5^\circ$ .

Экспериментально показано, что с ростом параметра квантования  $N$  (от 5 до 100) меняется структура распределения интенсивности спирального пучка, она становится более четкой и однородной. В ходе качественного и количественного анализа полученных изображений (рис. 5, табл. 1) установлено, что при достижении параметров  $MSE = 0.25$ ,  $PSNR = 3.7$ ,  $SSIM = 0.2$  структура интенсивности спирального пучка становится близкой к форме кривой. Также важно учитывать тот факт, что между близко расположенными частями кривой (меньше  $3\rho$ ) происходит интерференция (рис. 5, табл. 1, “Заяц”), которая снижает качество изображения.

Таким образом, исследование распределения интенсивности СПС показало, что при учете ограничений формирующей среды и выборе рекомендуемых параметров для СПС, можно эффективно и качественно реализовать их голографическим методом при помощи ЖК ПМС. Структура распределения интенсивности СПС обладает хорошим качеством, пучки могут применяться для различных практических задач.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] C. Rosales-Guzmán, A. Forbes, *Structured Light with Spatial Light Modulators* (SPIE, 2024). DOI: 10.1117/3.100024.
- [2] H. Rubinsztein-Dunlop et al., *Journal of Optics* **19**(1), 013001 (2017). DOI: 10.1088/2040-8978/19/1/013001.

- [3] A. Forbes, M. Oliveira, M. Dennis, *Nature photonics* **15**, 253 (2021). DOI: 10.1038/s41566-021-00780-4.
- [4] С. П. Котова, Н. Н. Лосевский, А. М. Майорова, Д. В. Прокопова, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **49**(11), 9 (2022). DOI: 10.3103/S1068335622110045.
- [5] N. Armon, E. Greenberg, E. Edri, *Chemical Commun.* **55**(85), 12773 (2019). DOI: 10.1039/C9CC05990C.
- [6] В. Г. Волостников, С. А. Кишкин, С. П. Котова, *Квантовая электроника* **48**(3), 268 (2018). DOI: 10.1070/QEL16553.
- [7] Д. В. Прокопова, С. П. Котова, *Фотоника* **14**(2), 170 (2020). DOI: 10.22184/1993-7296.
- [8] Y. Yang, A. Forbes, L. Cao, *OptoElectron Sci.* **2**(8), 230026 (2023). DOI: 10.29026/oes.2023.230026.
- [9] N. A. Clark, S. T. Lagerwall, *Appl. Phys. Lett.* **36**(11), 899 (1980). DOI: 10.1063/1.91359.
- [10] W. J. Hossack, E. Theofanidou, J. Crain, et al., *Optics Express* **11**(17), 2053 (2003). DOI: 10.1364/OE.11.002053.
- [11] E. Y. Zlokazov, *Quantum Electronics* **50**(7), 643 (2020). DOI: 10.1070/QEL17291.
- [12] D. M. Bloom, *Proc. IEEE Int. Electron Devices Meeting* (San Francisco, 1994). DOI: 10.1134/S1062873824708390.
- [13] Е. Г. Абрамочкин, В. Г. Волостников, *Современная оптика гауссовых пучков* (М., Физматлит, 2010).
- [14] В. Г. Волостников, С. А. Кишкин, С. П. Котова, *Квантовая электроника* **43**(7), 646 (2013). DOI: 10.1070/QE2013v043n07ABEH015189.
- [15] В. Г. Волостников, *Методы анализа и синтеза когерентных световых полей* (М., Физматлит, 2014).
- [16] E. Abramochkin, V. Volostnikov, *Optics Communications* **125**(4-6), 302 (1996). DOI: 10.1016/0030-4018(95)00640-0.
- [17] В. А. Котельников, *УФН* **176**(7), 762 (2006). DOI: 10.1070/PU2006v049n07ABEH006160.
- [18] А. Б. Сергиенко, *Цифровая обработка сигналов* (СПб., Питер, 2006).
- [19] С. А. Кишкин, С. П. Котова, *Компьютерная оптика* **48**(2), 204 (2024). DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1365.

- [20] С. А. Кишкин, С. В. Аверкиев, С. П. Котова, В. Г. Волостников, “Подсистема управления программно-аппаратным комплексом распознавания контурных изображений”. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2018661537 Российская Федерация: № 2018618695: заявл. 14.08.2018, опубликован 07.09.2018.
- [21] Z. Wang, A. C. Bovik., H. R. Sheikh, E. P. Simoncelli, IEEE Transactions on Image Processing **13**(4), 600 (2004). DOI: 10.1109/TIP.2003.819861.
- [22] А. Л. Конюхов, А. Г. Костевич, М. И. Курячий, Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники **26**(2), 111 (2012).

Поступила в редакцию 31 июля 2025 г.

После доработки 9 октября 2025 г.

Принята к публикации 27 октября 2025 г.