

УДК 537.9; 519.633.6

## Моделирование процесса нагрева пленки NbN токовым импульсом

Н.Д. Кузьмичев, Е.В. Данилова, М.А. Васютин, Д.А. Шилкин

Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева,  
430005 Россия, Саранск; e-mail: kuzmichevnd@mail.ru

*Выполнено численное моделирование нагрева токовым импульсом высокой плотности ( $\sim 10^5$  А/см<sup>2</sup>) плёнки нитрида ниобия при низких температурах ( $T < 20$  К) в её продольном сечении на основании двумерного неоднородного уравнения теплопроводности. Показано, что при импульсе тока 0.25 ns максимальная температура нагрева пленки не превышает 0.8 К при использовании прижимных контактов из бериллиевой бронзы.*

**Ключевые слова:** пленка NbN, токовый импульс, прижимные контакты, неоднородное уравнение теплопроводности, максимальный нагрев.

*Введение.* Для практического применения и надежности полученных результатов исследования вольт-амперных характеристик (ВАХ) сверхпроводящих пленок в сильных магнитных полях необходимо знать, на сколько и как быстро они нагреваются при пропускании через них электрического тока. При этом возникает ряд вопросов. Например, не приводит ли это к переходу пленки в нормальное состояние, и каково распределение температуры внутри пленки? Особенно это важно тогда, когда изучаются сверхпроводники в резистивном состоянии. Комплексное изучение сильноточных характеристик сверхпроводящего образца неразрушающими методами можно обеспечить прижимными контактами. В этом случае материал контактов должен обладать высокими характеристиками упругих свойств и хорошими электро- и теплопроводностью. В реальности, кроме контактов имеются межконтактные области, теплоотвод от которых является незначительным и осуществляется за счет теплообмена с газовой средой. Важно знать температуры нагрева указанных областей при пропускании через пленку импульса тока.

*Объект исследования, задача и математическая модель.* Исследовался образец (пленка) NbN, который имел длину  $L_y = 9$  mm, ширину  $w = 5$  mm и толщину  $d = 400$  nm. При экспериментальном исследовании ВАХ пленки необходимо обеспечить хороший теплоотвод, чтобы ее нагрев не превышал нескольких десятых градуса. Эта задача решается путем использования прижимных контактов из бериллиевой бронзы толщиной 0.13 mm и медной основы (термостата). К основе крепится пленка, напыленная на кварцевую пластину. Высокое теплопоглощение контактами обязано увеличением

теплопроводности меди и бериллиевой бронзы более чем на порядок при температурах от 5 до 50 К [1, 2]. Учитывая высокую теплопроводность контактов и еще более высокую теплопроводность медной основы, будем считать их температуру  $T$  постоянной и равной температуре, поддерживаемой в эксперименте. В нашем случае  $T = 14$  К.

Численное моделирование осуществлялось в интегрированной среде Microsoft Visual Studio. Была написана программа на языке C++, которая решает двумерное уравнение теплопроводности. Решением данного уравнения является распределение температуры в продольном сечении плёнки по координатам  $x$ ,  $y$  и от времени  $t$  в системе контакты-плёнка-подложка-термостат. Уравнение есть:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = c^2 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + f(x, y, t), \quad (1)$$

где  $c^2 = 4.3 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}$  – коэффициент температуропроводности пленки при 20 К,  $T$  – температура плёнки,  $t$  – время,  $x$  – координата с началом на внешней от подложки плоскости плёнки, направленная перпендикулярно в сторону подложки,  $y$  – координата, лежащая в плоскости пленки и направленная от одного контакта к другому (рис. 1),  $f(x, y, t) = P(x, y, t)/(c_{NbN} \cdot \rho_{NbN})$ ,  $P(x, y, t)$  – объёмная плотность мощности источника тепла (плёнки),  $c_{NbN} = 17 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$  – удельная теплоёмкость плёнки при  $T = 14$  К,  $\rho_{NbN} = 8400 \text{ kg/m}^3$  – плотность плёнки [1]. У нас сила тока линейно возрастает за время  $t_0$  от 0 до  $I_{\max}$ . Будем считать, что величина  $P(x, y, t)$ , определяемая законом Джоуля-Ленца, не зависит от координат:

$$P(x, y, t) = P(t) = \begin{cases} \rho \cdot j_0^2 \cdot t^2, & x \leq d, t \leq t_0; \\ 0, & x > d, t > t_0. \end{cases}$$

Здесь  $\rho \approx 440 \text{ мкОм} \cdot \text{см}$  – удельное сопротивление плёнки в нормальном состоянии,  $j_0 = I_{\max}/(dwt_0)$ ,  $t_0 = 0.25 \text{ ms}$ ,  $I_{\max} = 1.12 \text{ А}$ . Данные параметры взяты из условий реального эксперимента по исследованию ВАХ пленки нитрида ниобия, находящейся в резистивном состоянии [3] при  $T = 14$  К. Величина  $P(x, y, t) = P(t)$  не зависит от координат.

На левом конце задаем задачу третьего рода, т.к. левая граница плёнки посредством контактов находится в теплообмене со средой по закону Ньютона-Рихмана, с температурой 14 К (рис. 1):

$$\left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{0, y, t} = H(y) \cdot [T(0, y, t) - 14]. \quad (2)$$

Коэффициент теплообмена  $H$  зависит от  $y$ , т.е.  $H = H(y)$ :

$$H(y) = \begin{cases} H_0, & 3a + 3b < y \leq 3a + 4b = L_y, \\ 0, & 2a + 3b < y \leq 3a + 3b, \\ H_0, & 2a + 2b < y \leq 2a + 3b, \\ 0, & a + 2b < y \leq 2a + 2b, \\ H_0, & a + b < y \leq a + 2b, \\ 0, & b < y \leq a + b, \\ H_0, & y \leq b. \end{cases}$$

Здесь  $a$  – ширина межконтактной области,  $b$  – ширина контакта. В межконтактной области  $H = 0$ , в области контакта  $H = H_0 = 50 \text{ мкм}^{-1}$ .

Верхнее и нижнее граничные условия запишутся:  $\frac{\partial T}{\partial y}(x, 0, t) = \frac{\partial T}{\partial y}(x, L_y, t) = 0$ .

Это соответствует отсутствию теплообмена.

Правое граничное условие (правая граница подложки) имеет вид:  $T(L_x, y, t) = T_0 = 14 \text{ К}$ , здесь  $L_x$  – толщина подложки вместе с пленкой. Правое граничное условие (подложка – медная основа), как и в случае с контактами, обусловлено тем, что медная основа, к которой крепилась подложка с пленкой, практически не нагревается в силу очень высокой теплопроводности меди при температуре эксперимента [1, 2] и массы, превышающей массу подложки на 3–4 порядка. На практике снижение контактного теплового сопротивления до минимума можно осуществить полированием и химической очисткой поверхностей кварца и меди, что конструкционно обеспечит достаточно сильное прижатие подложки к медному термостату. Расчет контактного скачка температуры для теплового сопротивления Капицы  $R_K \sim 10^{-4} \text{ м}^2 \text{ К/Вт}$  (общепринятого для контактов твердых тел [4]) при плотности теплового потока  $q \approx 5 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м}^2$  (соответствующего данным усредненного перепада температур на противоположных сторонах подложки) приводит к значению в несколько сотых Кельвина. Это на порядок меньше полученного роста температуры, что подтверждает обоснованность правого граничного условия. Теоретическое и экспериментальное сопротивление Капицы для контактов твердых тел при низких температурах в моделях акустического и диффузионного рассогласования имеет еще меньшее значение. В работе [4] приведено контактное сопротивление между медью и кварцем  $R_K \sim 10^{-7} \text{ м}^2 \text{ К/Вт}$ . Вышеуказанные оценки контактного скачка температуры справедливы и к левому граничному условию (контакт (бериллиевая бронза) – пленка NbN).

Граничное условие при  $x = d$  не учитывалось, т.к. коэффициенты температуропроводности пленки и подложки близки по значению ( $c^2 \sim 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}$ ). Поэтому в уравнении теплопроводности остается только один параметр –  $c^2$ .

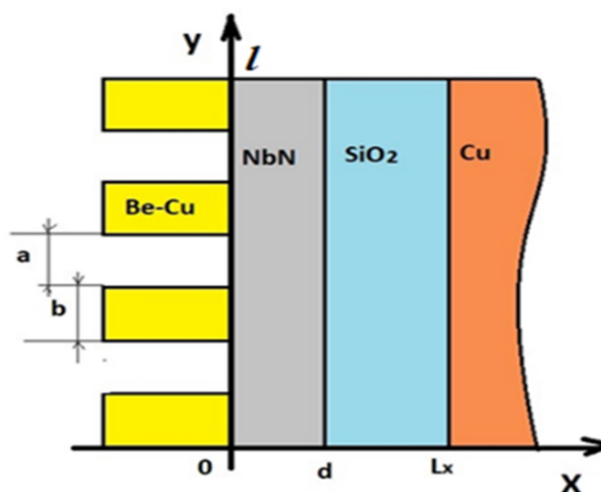


Рис. 1. Схема системы контакты-плёнка-подложка-термостат.

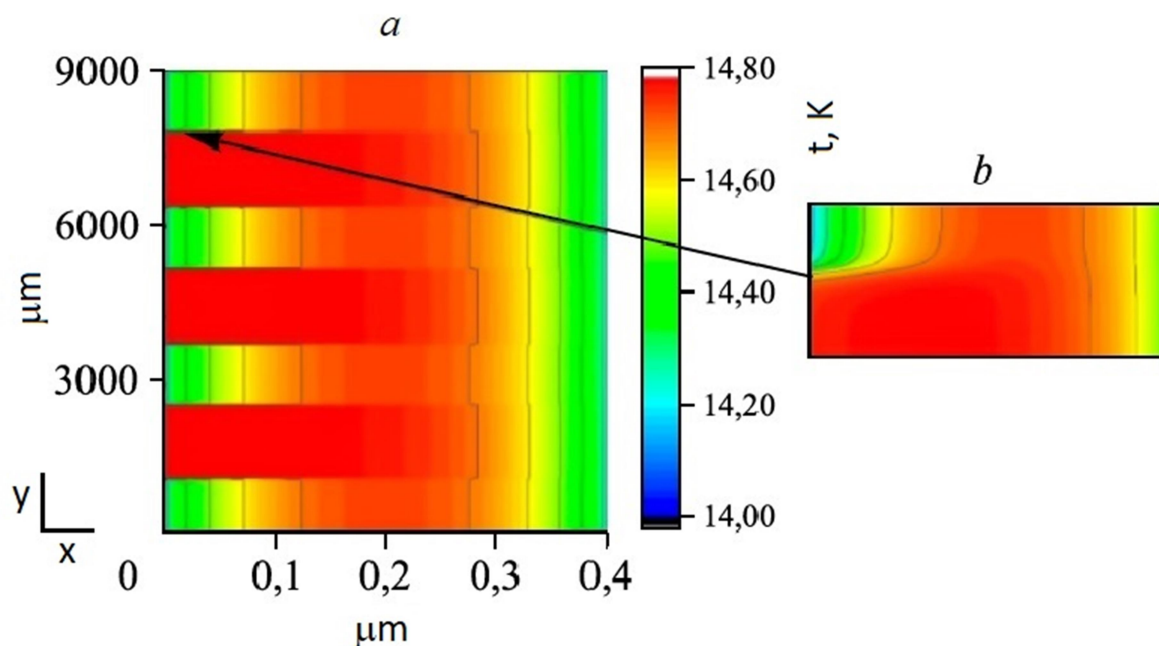
В итоге начально-краевые условия для уравнения (1) имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} T(x, y, 0) = T_0, \\ \frac{\partial T}{\partial x}(0, y, t) = H(y)[T(0, y, t) - T_0], \\ T(L_x, y, t) = T_0, \\ \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0, t) = 0, \\ \frac{\partial T}{\partial y}(x, L_y, t) = 0, \end{array} \right. \quad (3)$$

Для приближения дифференциального уравнения (1) конечно-разностными соотношениями введем пространственно-временную сетку с координатами:  $x_i = (i - 1) \cdot h_x$ ,  $y_j = (j - 1) \cdot h_y$ ,  $t_n = n \cdot \tau$ . Здесь  $h_x, h_y$  — шаги сетки по координатам  $x, y$  соответственно,  $\tau$  — шаг по времени;  $i = 1, 2, \dots, N_x$ ,  $j = 1, 2, \dots, N_y$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, K$ . Здесь  $N_x = 91$ ,  $N_y = 401$ . Число  $K$  варьировалось в зависимости от величины шага  $\tau$  (50 мкс, 100 мкс) и конечного момента времени.

При решении начально-краевой задачи (1), (3) была применена локальная одномерная схема А.А. Самарского [5], которая является абсолютно устойчивой.

*Результаты моделирования и их обсуждение.* Результаты расчета представлены на рисунках 2 и 3. На рисунке 2 показано распределение температуры внутри продольного сечения пленки в момент времени  $t = 250 \mu\text{s}$  после начала импульса. Длительность импульса  $t_0 = 250 \mu\text{s}$ . Из полученных результатов, приведенных на рисунке 2, видно, что максимальная температура нагрева находится внутри плёнки, локализовалась в межконтактных областях у левого края плёнки при  $x \approx 80 \text{ nm}$ , и наибольшее ее значение достигается в конце импульса.



**Рис. 2.** Распределение температуры внутри пленки в конце импульса тока при  $t = t_0 = 250 \text{ } \mu\text{s}$  (a). Шаг  $\tau = 50 \text{ } \mu\text{s}$ . На вставке (b) показана область распределения температуры вблизи контакта (отмечена стрелкой), растянутая по оси  $y$  в 3000 раз.

После прекращения подачи импульса на 3-й  $ms$  наблюдается значительное охлаждение плёнки до  $\approx 14.1 \text{ K}$  (рис. 3). Из приведенных на рисунках 2 и 3 результатов видно, что максимальная температура плёнки увеличивается незначительно на  $\approx 0.8 \text{ K}$ . В момент подачи импульса вся система имеет температуру окружающей среды  $14 \text{ K}$ . Линейный рост импульса тока способствует нагреванию плёнки нитрида ниобия до температуры  $14.77 \text{ K}$ .

Характерной особенностью этих рисунков, изображающих эволюцию распределения температуры, является резкая неоднородность в виде "холодной тени контактов", которая практически исчезает спустя  $5 \text{ ms}$ . Импульс возрастает линейно в течении  $250 \text{ } \mu\text{s}$ . Резкая граница раздела температур по вертикальной оси (ось  $y$ ) на рис. 2 и 3 обусловлена большим различием масштабов по осям  $x$  и  $y$  (на 4 порядка). В сопоставимых масштабах по осям  $x$  и  $y$  резкая граница исчезает и осуществляется плавный переход с небольшим значением градиента, как и должно быть (см. вставку b к рис. 2).

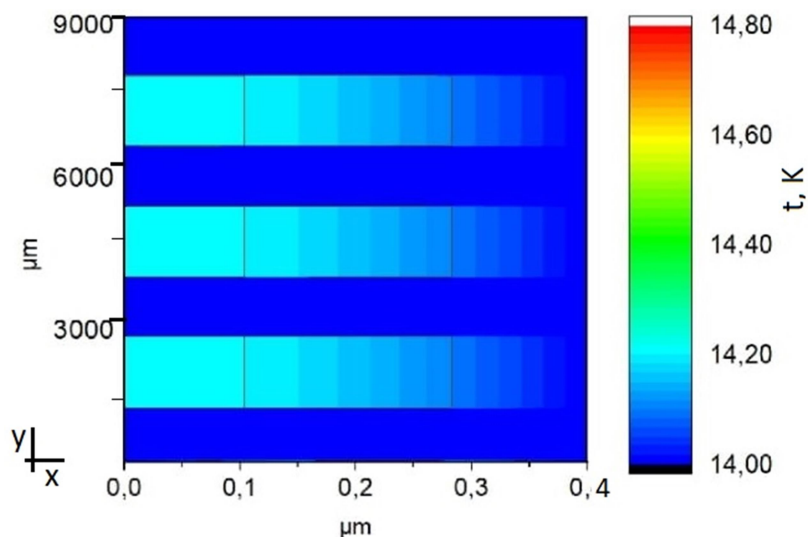


Рис. 3. Распределение температуры внутри пленки на 3-й ms. Шаг  $\tau = 50 \mu\text{s}$ .

Численный анализ распределения температуры внутри плёнки нитрида ниобия на основе двумерного уравнения теплопроводности показал, что импульс тока высокой плотности нагревает плёнку до малых температур, при которых незначительно изменяются сверхпроводящие свойства материала, например, критическая плотность тока. Это обеспечивается токовыми и потенциальными контактами, благодаря хорошему теплоотводу.

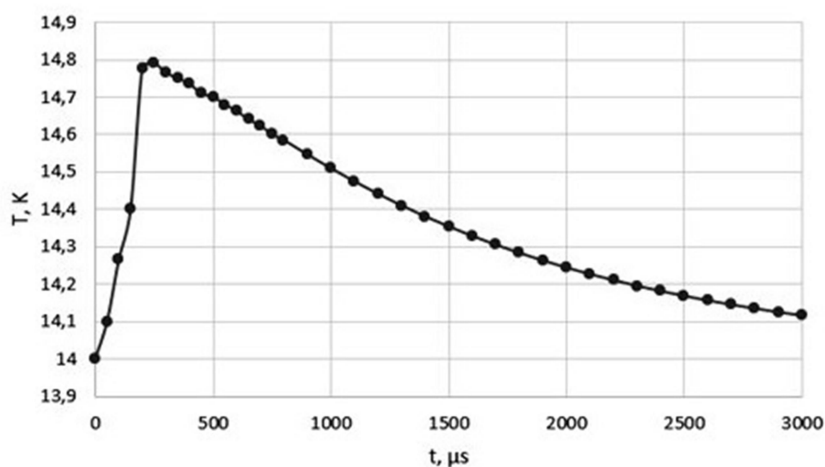
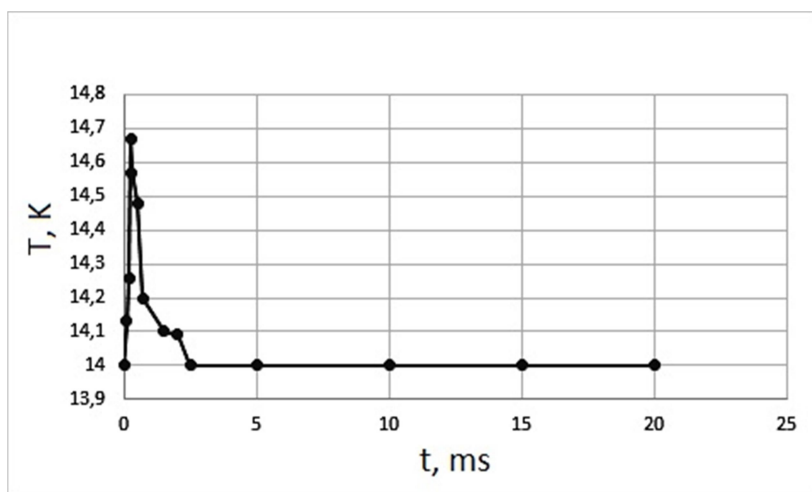


Рис. 4. Изменение максимальной температуры пленки NbN от времени в межконтактной области. Шаг  $\tau = 50 \mu\text{s}$ .  $T_{\max} = T(t = t_0 = 250 \mu\text{s})$ .

На рисунке 4 представлено изменение максимальной температуры внутри плёнки нитрида ниобия в течение 3 ms. Приведенные на рисунке расчеты выполнены с шагом  $\tau = 50 \mu\text{s}$ . Из графика видно, что своего максимума температура достигает, как и следовало ожидать, в момент завершения подачи импульса, а именно  $\approx 14.8 \text{ K}$  на  $250 \mu\text{s}$ .



**Рис. 5.** Изменение максимальной температуры пленки NbN от времени в подконтактной области. Шаг  $\tau$  – переменный.

На рисунке 5 представлено изменение максимальной температуры внутри плёнки нитрида ниобия ( $x \sim 0.2 \mu\text{m}$ ) в течении 20 ms в области контактов. Данные приведены с различным шагом. Из графика видно, что своего максимума температура достигает в момент завершения подачи импульса, а именно 14.67 K на 250  $\mu\text{s}$ . Полученная температура ниже на 0.2 K, чем в межконтактной области. Это обусловлено тем, что контакты являются хорошим теплоотводом.

*Заключение.* Таким образом, в работе численно решено неоднородное двумерное уравнение теплопроводности (1) для системы контакты-плёнка-подложка-термостат с начально-краевыми условиями (3), учитывающими теплоотвод от плёнки в контакты, подложку и медную основу (термостат). Показано, что токи высокой плотности ( $10^4$ – $10^5 \text{ A/cm}^2$ ) незначительно ( $\sim 0.8 \text{ K}$ ) нагревают исследуемые образцы плёнок, находящихся в резистивном состоянии, если материалом контактов является бериллиевая бронза. В данном исследовании использовался вариант максимального нагрева пленки, т.е. подразумевалось, что пленка находится в нормальном состоянии все время исследования. Для пленок, находящихся в сверхпроводящем состоянии на момент начала подачи импульса тока, нагревание будет обусловлено только сопротивлением контактов, которое обычно меньше сопротивления пленки в нормальном состоянии. Поэтому и нагрев сверхпроводящей пленки будет значительно меньше, чем полученный в рассмотренной модели.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Таблицы физических величин. Справочник. Под ред. акад. И.К. Кикоина. (Атомиздат, М. 1976).
- [2] А. Миснар. Теплопроводность твердых тел, жидкостей, газов и их композиций. (Мир, М. 1968).

[3] М.А. Васютин, Н.Д. Кузьмичев, Д.А. Шилкин. *ЖТФ*, **91**, Вып. 3, 538. (2021).

[M. A. Vasyutin, N. D. Kuz'michev, D. A. Shilkin. Simulation of the Heat Transfer Process of Superconducting Films in the Resistive State. Vol. **66**, No. 3, pp. 524 – 527. (2021).]

**DOI:** 10.1134/S1063784221030233

[4] В.М. Попов. Теплообмен в зоне контакта разъемных и неразъемных соединений. (Энергия, М. 1971).

[5] В.Ф. Формалев, Д.Л. Ревизников. Численные методы. (ФИЗМАТЛИТ, М. 2006).

Поступила в редакцию 19 октября 2025 г.

После доработки 12 декабря 2025 г.

Принята к публикации 12 декабря 2025 г.