

Моделирование методом Монте-Карло влияния различных типов искусственных дефектов на критический ток ВТСП-ленты

А.Н. Максимова, А.Н. Мороз, С.В. Покровский, В.А. Кашурников

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ,

115409, Россия, Москва, Каширское шоссе, 31;

e-mail: anmaksimova@mephi.ru

Методом Монте-Карло в рамках двумерной модели слоистого высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП) рассчитаны зависимости критического тока образца от магнитного поля. Расчеты выполнены в низких полях, не более 0.2 Т. В расчете учитывались два типа дефектов различной концентрации: сильные с радиусом, равным длине когерентности ζ и глубиной 1.0 eV и слабые – с радиусом 3ζ и глубиной 0.4 eV. Показано, что вклад в критический ток от двух типов центров пиннинга не является в общем случае аддитивным. В частных случаях для периодической решетки центров пиннинга и при единичных значениях внешнего поля аддитивность оказывается выполненной. Данное свойство выполняется при $T=4.2$ К и $T=77$ К. В присутствии регулярной (прямоугольной) решетки центров пиннинга аддитивность критического тока также не выполняется.

Ключевые слова: высокотемпературный сверхпроводник, пиннинг, критический ток, вихрь Абрикосова.

ВВЕДЕНИЕ

Создание искусственных центров пиннинга по-прежнему является одним из надежных способов повышения критического тока ВТСП-лент. При плотностях тока через ленту, используемых на практике, уже под действием собственного поля транспортного тока сверхпроводник переходит в смешанное состояние [1]. В смешанном состоянии магнитные и транспортные свойства обусловлены движением вихрей и особенностями их пиннинга – закрепления на дефектах. Таким образом, для повышения критического тока важно исследовать влияние различных конфигураций дефектов в сверхпроводнике на движение вихрей. В работе [2] исследовалось влияние длины свободного пробега электрона в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ на критический ток. Показано, что в нулевом магнитном поле определяющей является длина свободного пробега, в то время как в ненулевом поле критический ток

определяется взаимодействием вихрей с центрами пиннинга. В работе [3] исследовано повышение критического тока $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ при добавлении наноразмерных частиц Dy_2O_3 . Показано, что наночастицы снижают межгранульную плотность критического тока и повышают плотность тока внутри гранул. Измерения выполнены в диапазоне температуры от 10 до 77 К. Эффективность пиннинга зависит не только от эффективности закрепления вихрей на центрах пиннинга, но и от взаимного расположения дефектов. В работе [4] показана возможность усиления пиннинга при той же концентрации дефектов при конформном отображении, примененном к квадратной решетке. Исследование выполнено с помощью численного моделирования, методом молекулярной динамики.

Для практики представляет интерес как величина критического тока в сильных магнитных полях (это актуально в сверхпроводящих магнитах [5-7]), так и критический ток в низких полях и в нулевом магнитном поле [7-9]. В работе [10] определялись экспериментально угловые зависимости критического тока от магнитного поля, при этом величина поля менялась в пределах от 50 мТ до 300 мТ, что мало по сравнению с полями сверхпроводящих магнитов. Многие сверхпроводящие устройства работают при низких магнитных полях до 200 мТ, такие как токоограничители, трансформаторы, LC-резонаторы [11]. Поэтому представляет интерес изучение критического тока в низких полях, в том числе влияние различных центров пиннинга [12-14].

Существуют различные методы создания искусственных центров пиннинга. При облучении сверхпроводника ионами высокой энергии появляются колончатые дефекты [15, 16]. Радиус такого дефекта составляет, как правило, несколько нанометров, что близко к длине когерентности сверхпроводника, и это обуславливает эффективность пиннинга. В работе [15] был определен оптимальный флюенс облучения $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ ионами Bi . В работе [16] исследовались угловые зависимости критического тока от магнитного поля при облучении ReBCO ионами Ag . Таким образом, большинство экспериментальных работ направлено на выявление оптимальной конфигурации искусственных центров пиннинга. Однако, при эксплуатации ВТСП ленты часто в сверхпроводнике появляются новые дефекты; это актуально, например, для магнитов на ускорителях. Поэтому необходимо исследовать вопрос о соотношении критического тока до и после новой порции облучения. Целью нашей работы является получение зависимостей критического тока от магнитного поля в присутствии двух типов дефектов, проверка аддитивности критического тока, обусловленного каждой группой дефектов.

МЕТОД РАСЧЕТА

Для оценки влияния на магнитные и транспортные свойства сверхпроводника второго рода произвольной конфигурации дефектов удобно использовать численное моделирование. В нашей работе для моделирования выбран метод Монте-Карло для вихревой системы: вихревая решетка представляется в виде ансамбля классических частиц с дальнодействующим потенциалом взаимодействия. Данное приближение допустимо в рамках модели Лоренса-Дониака [17-21], когда вихревая нить представляется в виде стопки плоских взаимодействующих слоевых вихрей – панкейков. В рамках алгоритма Метрополиса выполняется минимизация энергии вихревой системы

$$G = \sum_z \left\{ N_z \varepsilon + \sum_{i < j} U_{in-plane}(r_{ij}) + \sum_{i,k} U_p(r_{ik}) + \sum_{i,j} U_{surf} \left(r_{ij}^{(im)} \right) + \sum_i U_{meiss}(r_i) \right\} \quad (1)$$

В данном соотношении $\varepsilon = \delta \varepsilon_0 \left(\ln \left[\frac{\lambda(T)}{\xi(T)} \right] + 0.52 \right)$ соответствует собственной энергии панкейка, приходящейся на один сверхпроводящий слой толщиной δ , $\lambda(0)$, $\xi(0)$ – глубина проникновения и длина когерентности при $T=0$ соответственно; N_z – количество панкейков в плоскости с номером z , соответственно, первое слагаемое определяет собственную энергию вихрей, вошедших в образец; $\varepsilon_0 = \Phi_0^2 / (4\pi\lambda)^2$, $\Phi_0 = \pi\hbar c/e$ – квант магнитного потока. Данная модель использована нами в наших предыдущих работах [22-24]. Алгоритм включает подпроцессы рождения, уничтожения и движения вихря и уничтожение пары вихрь-антивихрь. Расчет выполнен в рамках двумерной модели слоистого высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП). Сверхпроводник предполагается бесконечным в направлении оси y и z , что позволяет при расчете U_{surf} и U_{meiss} не учитывать эффекты размагничивания. Магнитное поле и собственное поле транспортного тока направлено вдоль оси z , ток течет в направлении y . Вихри входят в образец с границы в направлении x .

При протекании транспортного тока через сверхпроводник второго рода на вихри действует сила Лоренца. Если сила Лоренца превышает силу пиннинга, происходит срыв вихрей с дефектов, продвижение к центру образца с последующей аннигиляцией пар вихрь-антивихрь. Напряженность электрического поля в сверхпроводнике связана с магнитным полем и скоростью вязкого течения вихревой решетки следующим соотношением: $E = vB/c$, где v – средняя скорость вихрей и B – среднее магнитное поле в образце, связанное с вихрями. В рамках алгоритма Монте-Карло скорости вихрей удается рассчитать как отношение смещения вихря за один шаг МК в направлении, перпендикулярном току, к временному эквиваленту шага, оцененному нами ранее [23, 24]. Данная величина равна $\sim 10^{-8}$ с; рассчитанные скорости вихрей, таким образом, оказываются ~ 10 см/с, что согласуется с

экспериментальными данными. Критический ток рассчитывался из вольт-амперной характеристики по критерию 1 $\mu\text{V}/\text{cm}$, причем появление электрического поля в сверхпроводнике соответствует началу вязкого течения вихревой решетки. Таким образом, в расчете критический ток определялся как ток, при котором все вихри или большая их часть, не закрепленные на дефектах, начинают равномерно двигаться к центру образца с последующей аннигиляцией пар вихрь-антивихрь.

В нашей работе мы анализируем эффект пиннинга, обеспечиваемый двумя типами дефектов, одновременно присутствующими в образце. При этом возникает вопрос об аддитивности вклада разных типов дефектов в критический ток. Энергия взаимодействия вихря с дефектом выбрана в виде

$$U_{pm} = -\alpha \frac{1}{1 + \frac{r_{ij}}{\xi}} \exp\left(\frac{r_{ij}}{2\xi}\right),$$

где α – эффективная глубина потенциальной ямы дефекта, ξ – длина когерентности сверхпроводника и r_{ij} – расстояние между i -м дефектом и j -м вихрем. В расчет введены два типа дефектов: первый тип имеет радиус ξ и глубину $\alpha=1.0$ eV (сильные центры пиннинга, type 1), второй тип имеет радиус 3ξ и глубину $\alpha=0.4$ eV (слабые центры пиннинга, type 2). «Сильные» центры пиннинга в нашей работе соответствуют колончатым дефектам, пиннингующим полностью вихревую нить. Такие дефекты возникают, например, при облучении ионами высокой энергии. Параметры дефектов для «слабого» пиннинга нами были подобраны таким образом, чтобы эти дефекты сами по себе обеспечивали критический ток ниже, чем «сильные». Для этого была уменьшена эффективная глубина дефекта и увеличен его размер. Такие дефекты пиннингуют только часть вихревой нити и соответствуют облучению ионами с энергией в несколько MeV [25, 26]. Данные дефекты имеют форму расширяющегося вглубь конуса и в двумерную модель могут быть введены в виде потенциальной ямы радиусом в несколько ξ . Концентрация дефектов выбрана $\sim 10^9 \text{ cm}^{-2}$. Расчеты выполнены $T=77$ K, которая, как правило, используется в экспериментах с ВТСП и на практике, и $T=4.2$ K, в магнитных полях до 0.2 T.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В работе нами были проанализированы несколько конфигураций центров пиннинга: полностью случайное распределение дефектов по плоскости образца, периодическая (прямоугольная) решетка дефектов и комбинация этих двух типов. Целью работы является проверить аддитивность вклада в критический ток двух типов дефектов, присутствующих в образце одновременно. Это легко реализуемо в численном расчете, поскольку, чтобы

«отключить» какой-либо тип дефектов, достаточно присвоить параметру «глубина дефекта» в программе значение 0.

Прежде, чем анализировать критический ток образца с центрами пиннинга, необходимо получить зависимости критического тока от магнитного поля для сверхпроводника без дефектов. Это связано с тем, что в нулевом внешнем магнитном поле ($H=0$) критический ток не равен 0, поскольку существует поле перегрева мейсснеровского состояния H_p , при котором в образец входят первые вихри. Для сверхпроводника на основе иттрия $H_p \approx 0.06$ Т. Расчет был выполнен для модельного образца шириной 3 $\mu\text{м}$ и длиной 2 $\mu\text{м}$, поэтому данное H_p соответствует плотности тока примерно 3.5 МА/см². Полученные зависимости критического тока от магнитного поля сверхпроводника без дефектов показаны на рис. 1. Кривые $j_c(H)$ для сверхпроводника без дефектов, как показывает расчет, являются убывающими в рассмотренном интервале полей. Отметим, что при температуре ниже 77 К критический ток имеет отличное от 0 значение. Этот результат является следствием ограниченной применимости модели при полях выше 0.1 Т. В нашей модели пренебрегается эффектами размагничивания, что неприменимо к реальной ВТСП-ленте. Применимость модели в нулевом поле и в малых полях подтверждена предшествующими расчетами. Для дальнейшего анализа остановимся на типичных для практики значениях $T=4.2$ К и $T=77$ К.

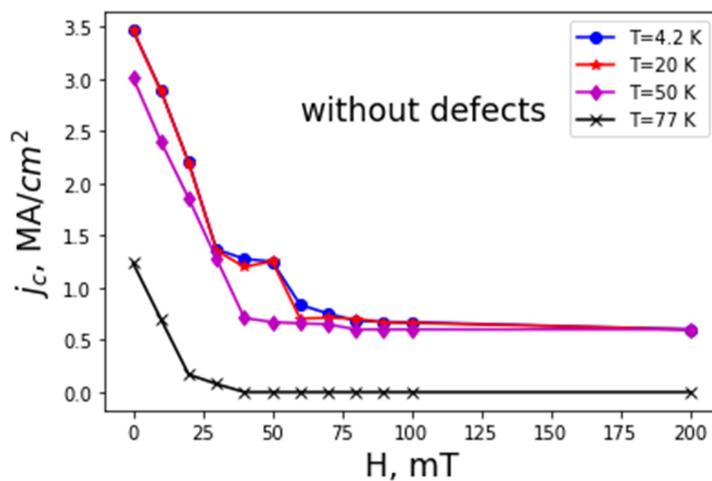


Рис. 1. Зависимости критического тока от магнитного поля для модельного сверхпроводника, не содержащего центров пиннинга.

Рассмотрим далее сверхпроводник, содержащий центры пиннинга. Модельный образец содержит два типа дефектов, которые обозначим как type 1 и type 2. Первую серию зависимостей $j_c(H)$ получим для случая, когда оба типа дефектов расположены случайным образом. Число дефектов первого типа равно 482, число дефектов второго типа равно 357. На рис. 2 показаны рассчитанные зависимости критического тока от магнитного поля при $T =$

4.2 К. Расчеты выполнены при значениях магнитного поля до 0.2 Т. Полученные зависимости являются убывающими, можно только отметить небольшой пичок вблизи нулевого поля для слабого пиннинга, соответствующего type 2. На рисунке показаны кривые, соответствующие каждому типу дефектов в отдельности и зависимость в присутствии сразу двух типов дефектов. Видно, что кривая type 1 and 2 не соответствует сумме кривых type 1 и type 2. Однако, можно ожидать, что аддитивность выполнится, если вычесть из критического тока дефектного образца критический ток образца без дефектов (вблизи нулевого магнитного поля критический ток не равен 0, т.к. существует поле перегрева мейсснеровского состояния, и вихри входят в образец только когда ток достигает определенной величины, рис. 1). Зависимости j_c (type 1 and 2) и j_c (type 1)+ j_c (type 2), как показывает расчет, не совпадают, кроме точки пересечения этих зависимостей вблизи поля 0.17 Т.

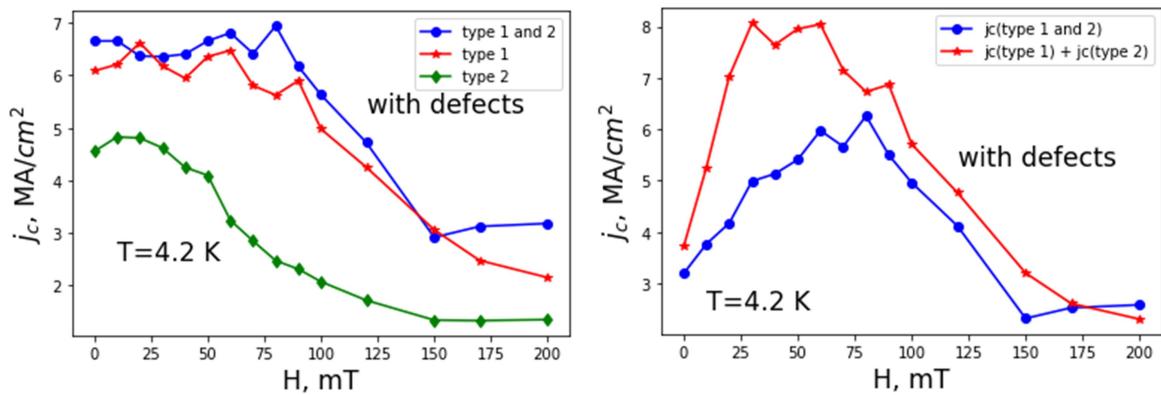


Рис. 2. Зависимости критического тока от магнитного поля для $T=4.2$ К. Дефекты типа 1 и типа 2 расположены случайно по площади образца.

Видно, что при случайному распределении дефектов аддитивность критического тока в общем случае не наблюдается. Можно предположить, что критический ток будет аддитивен при регулярном расположении дефектов. Для следующего расчета выберем центры пиннинга, образующие прямоугольную решетку в образце. Число дефектов первого типа равно 750, второго типа – 340. Рассчитанные зависимости критического тока от магнитного поля показаны на рис. 3, 4. Аддитивность критического тока и в этом случае не соблюдается при $T=4.2$ К, при $T=77$ К наблюдаются единичные значения магнитного поля вблизи 0 и вблизи 0.2 Т, где критический ток оказывается аддитивным (точки пересечения кривых на рис. 4, правая панель).

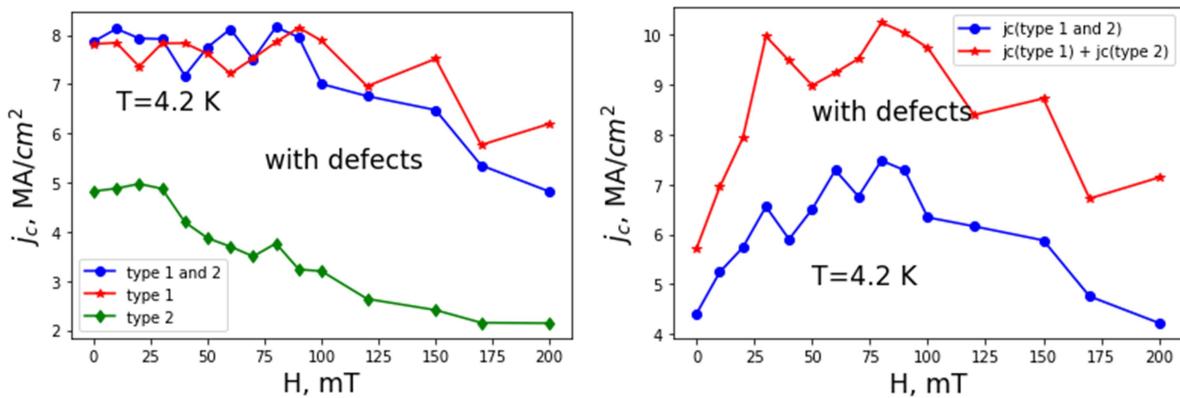


Рис. 3. Зависимости критического тока от магнитного поля для $T=4.2$ К. Дефекты типа 1 и типа 2 образуют регулярную прямоугольную решетку.

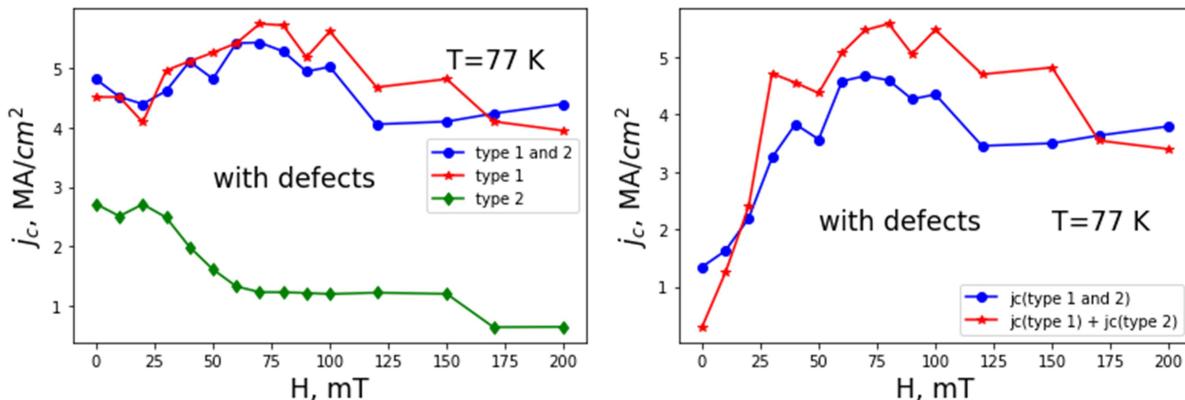


Рис. 4. Зависимости критического тока от магнитного поля для $T=77$ К. Дефекты типа 1 и типа 2 образуют регулярную прямоугольную решетку.

В следующем расчете будем помещать в образец одновременно случайно и регулярно расположенные дефекты. В качестве первого типа дефектов возьмем конфигурацию из 482 дефектов, в качестве второго типа используем по очереди обе периодические решетки. На рис. 5 показаны зависимости критического тока от магнитного поля при $T=4.2$ К и для 482+340 дефектов.

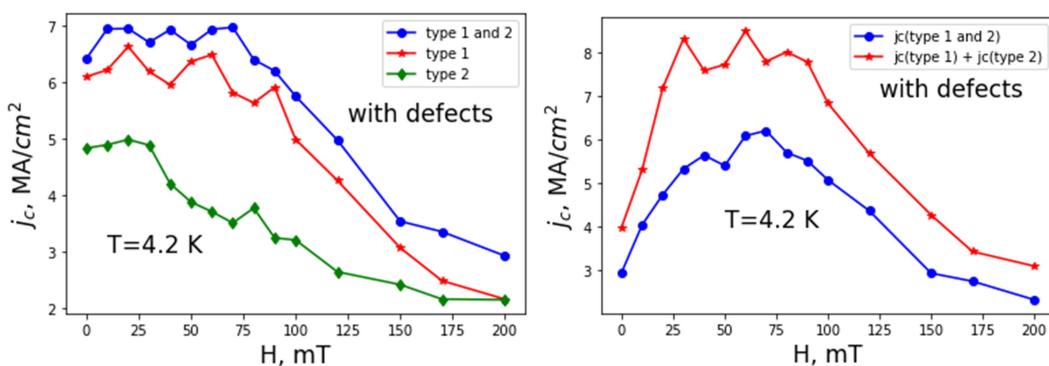


Рис. 5. Зависимости критического тока от магнитного поля для комбинации из случайно расположенных дефектов (тип 1, 482 дефекта) и образующих периодическую решетку (тип 2, 340 дефектов), $T=4.2$ К.

Выполним далее расчет при $T=77$ К. Результаты показаны на рис. 6. При таких конфигурациях дефектов также в общем случае аддитивность не выполняется, однако, критический ток оказывается аддитивным при некоторых значениях магнитного поля. Лучше всего совпадение оказывается при $T=77$ К, однако, оно связано с низким значением критического тока образца, содержащего 340 периодически расположенных дефектов. (Напомним, что образец является модельным, поэтому его критический ток меньше стандартного критического тока ВТСП-ленты при 77 К, равного 3 MA/cm^2 .)

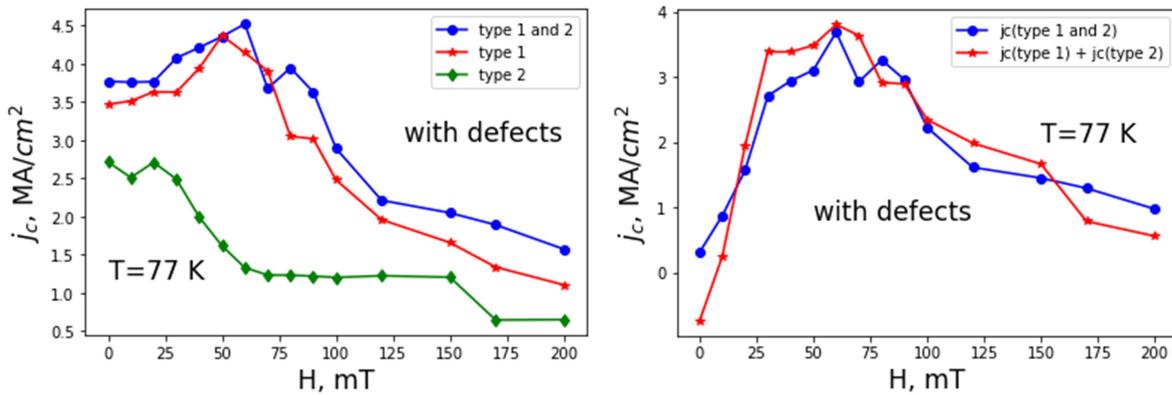


Рис. 6. Зависимости критического тока от магнитного поля для комбинации из случайно расположенных дефектов (тип 1, 482 дефекта) и образующих периодическую решетку (тип 2, 340 дефектов), $T=77$ К.

Рассмотрим далее комбинацию случайно расположенных дефектов с другой регулярной решеткой, содержащей 750 дефектов. Полученные зависимости $j_c(H)$ показаны на рис. 7, 8. Для этой конфигурации дефектов также в общем случае аддитивность не имеет места.

В нашей работе в расчет введены дефекты, аналогичные радиационным дефектам и обеспечивающие пиннинг одиночных вихревых нитей. При этом ключевую роль в процессе формирования транспортных свойств ВТСП-ленты с центрами пиннинга играет подстройка решетки вихрей под решетку дефектов. В наших расчетах дефекты расположены достаточно произвольно и не образуют гексагональную решетку. Поэтому при протекании транспортного тока вследствие жесткости вихревой решетки занятыми оказываются не все дефекты. Особенно ярко эта ситуация проявляется для двух периодических решеток дефектов: дефекты одного типа оказываются расположенными близко к дефектам другого типа и из-за взаимного отталкивания вихрям невыгодно занять оба дефекта. Кроме того, даже в случае, если вихрями заняты все дефекты, критический ток достигается, когда реализуется одно из условий: либо сила Лоренца достаточна, чтобы сорвать вихрь с дефекта,

либо достаточна, чтобы входящие с границы новые вихри могли преодолеть отталкивание от вихрей, закрепленных на дефектах вблизи границы. Оба этих механизма нелинейным образом зависят от концентрации вихрей, поэтому аддитивности пиннинга не наблюдается.

Отметим также, что величина критического тока при 4.2 К превышает критический ток при 77 К только примерно в 2 раза. В реальных сверхпроводниках и ВТСП-лентах, кроме искусственно созданных центров пиннинга присутствуют случайные дефекты – вакансии кислорода, междуузлия, примеси других атомов, точечные дефекты. Таким образом, в ленте присутствует случайный и коррелированный пиннинг [27]. Коррелированному пиннингу соответствуют колончатые дефекты: треки, образованные при облучении ионами высокой энергии, включения несверхпроводящей примеси – нанотрубки. При понижении температуры возрастает роль случайного пиннинга [27]. Однако, в нашей модельной задаче случайный пиннинг не учитывался. Оба выбранных нами типа дефектов обеспечивают только пиннинг одиночных вихрей. Именно это обусловило небольшой рост критического тока при понижении температуры.

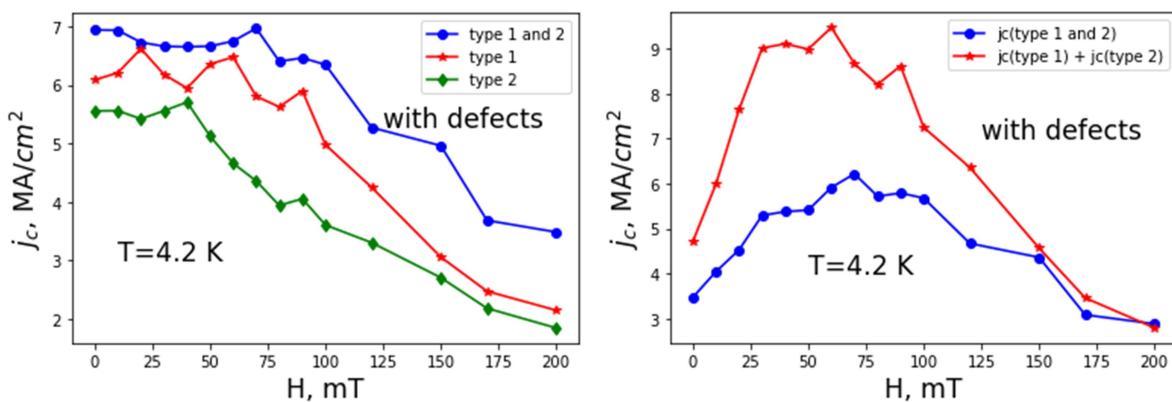


Рис. 7. Зависимости критического тока от магнитного поля для комбинации из случайно расположенных дефектов (тип 1, 482 дефекта) и образующих периодическую решетку (тип 2, 750 дефектов), $T=4.2$ К.

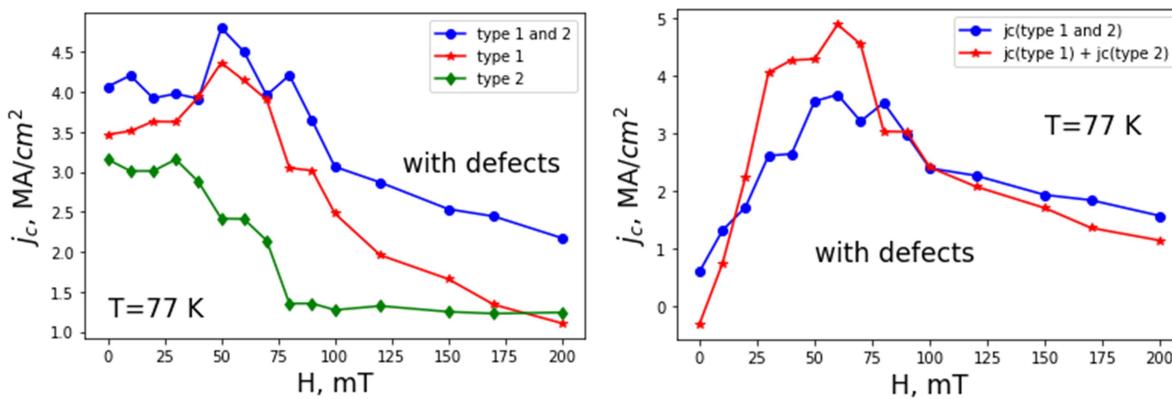


Рис. 8. Зависимости критического тока от магнитного поля для комбинации из случайно расположенных дефектов (тип 1, 482 дефекта) и образующих периодическую решетку (тип 2, 750 дефектов), $T=77$ К.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках двумерной модели слоистого ВТСП с помощью численного моделирования проанализировано одновременное влияние дефектов разных типов на критический ток. Проанализированы конфигурации, где дефекты распределены случайно по площади образца, образуют регулярную прямоугольную решетку, а также конфигурации, в которых одновременно присутствуют неупорядоченное и упорядоченное расположение дефектов. Показано, что в общем случае вклад дефектов в критический ток не является аддитивным, однако, для периодической решетки дефектов при некоторых значениях магнитного поля аддитивность выполняется.

В дальнейшем планируется расширить диапазон магнитных полей, учитываемых в расчете, до 2 Т. Данные расчеты будут полезны при оценке влияния радиационных дефектов на критический ток в сверхпроводящих магнитах, применяемых в ускорителях.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ, проект "Фундаментальные и прикладные исследования на экспериментальном комплексе класса мегасайенс NICA (ОИЯИ)" № FSWU-2025-0014.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, V. M. Vinokur, Vortices in high-temperature superconductors. *Reviews of modern physics*, 66(4), 1125 (1994). DOI: 10.1103/RevModPhys.66.1125
- [2] P. Paturi, H. Huhtinen, Roles of electron mean free path and flux pinning in optimizing the critical current in YBCO superconductors. *Supercond. Sci. Technol.*, 35(6), 065007-065009 (2022), DOI:10.1088/1361-6668/ac68a5
- [3] Algarni, R., Almessiere, M. A., Slimani, Y., Hannachi, E., & Azzouz, F. B. (2021). Enhanced critical current density and flux pinning traits with Dy₂O₃ nanoparticles added to YBa₂Cu₃O_{7-δ} superconductor. *Journal of Alloys and Compounds*, 852, 157019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2020.157019>
- [4] S. Zoveydavi, M. Hosseini, Z. Owjifard, A. Moftakharzadeh, Investigation of the effect of conformal pinning array on critical current density in infinitely long superconductors. *Physica C:*

Superconductivity and its Applications, 620, 1354498 (2024). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physc.2024.1354498>

[5] H. Maeda, Y. Yanagisawa Recent developments in high-temperature superconducting magnet technology. IEEE Transactions on applied superconductivity, 24(3), 1-12 (2013). DOI: 10.1109/TASC.2013.2287707

[6] Y. Lvovsky, E. W. Stautner, T. Zhang Novel technologies and configurations of superconducting magnets for MRI. Superconductor Science and Technology, 26(9), 093001 (2013). DOI: 10.1088/0953-2048/26/9/093001

[7] Y. H. Zhou, D. Park, Y. Iwasa Review of progress and challenges of key mechanical issues in high-field superconducting magnets. National Science Review, 10(3), nwad001 (2023). DOI: <https://doi.org/10.1093/nsr/nwad001>

[8] E. F. Talantsev, J. L. Tallon, Fundamental nature of the self-field critical current in superconductors. arXiv preprint arXiv:2409.16758. (2024), DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2409.16758>

[9] S. Stavrev, B. Dutoit, F. Grilli Self-field and geometry effects in transport current applications of multifilamentary Bi-2223/Ag conductors. IEEE transactions on applied superconductivity, 13(3), 3807-3813 (2003). DOI: 10.1109/TASC.2003.816203

[10] X. Zhang, Z. Zhong, J. Geng, B. Shen, J. Ma, C. Li, T.A. Coombs, Study of critical current and n-values of 2G HTS tapes: Their magnetic field-angular dependence. Journal of Superconductivity and Novel Magnetism, 31(12), 3847-3854 (2018). DOI: <https://doi.org/10.1007/s10948-018-4678-8>

[11] E. Pardo, M. Vojenčiak, F. Gömöry, J. Šouc, Low-magnetic-field dependence and anisotropy of the critical current density in coatedconductors. Superconductor Science and Technology, 24(6), 065007 (2011). DOI: 10.1088/0953-2048/24/6/065007

[12] Z. Yang, Y. Li, P. Song, M. Guan, F. Feng, T. Qu,Effect of edge cracks on critical current degradation in REBCO tapes under tensile stress. Superconductivity, 1, 100007, pp. 1-11 (2022). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.supcon.2022.100007>

[13] M. R. Khan, A. Leo, A. Masi, V. Pinto, A.A. Armenio, A. Augieri, G. Grimaldi, Characterization of Critical Fields and Flux Pinning Energy of REBCO Tapes. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 34(3), 1-5 (2024). DOI: 10.1109/TASC.2024.3375268

[14] W. Pi, A. Shu, Y. Shen, Q. Wang, H. Zhang, Y. Wang, Q. Shi, Magnetic Field Angle Dependence of Critical Current in REBCO Tapes Produced by Different Techniques. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 34(3), 1-6 (2024). DOI: 10.1109/TASC.2024.3364124

[15] L. Liu, J. Liu, P. Zhai, S. Zhang, J. Zeng, P. Hu, Z. Li, The variation of pinning efficiency in YBCO films containing columnar defects. Physica C: Superconductivity and its Applications, 592, 1354000 pp. 1-6 (2022). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physc.2021.1354000>

- [16] N. M. Strickland, S. C. Wimbush, A. A. Soman, N. J. Long, M. W. Rupich, R. Knibbe, P. Kluth, Near-isotropic enhancement of the 20 K critical current of $\text{REBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ coated conductors from columnar defects. *Superconductor Science and Technology*, 36(5), 055001 (2023). DOI: 10.1088/1361-6668/acbac6
- [17] Lawrence, W. E., & Doniach, S. (1971). Proceedings of LT 12, Kyoto, 1970.
- [18] J. R. Clem, Two-dimensional vortices in a stack of thin superconducting films: A model for high-temperature superconducting multilayers. *Physical Review B*, 43(10), 7837 (1991). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.43.7837>
- [19] J. R. Clem, M. W. Coffey, Z. Hao, Lower critical field of a Josephson-coupled layer model of high-T_c superconductors. *Physical Review B*, 44(6), 2732, pp. 1-7 (1991). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.44.2732>
- [20] S. Tyagi, Y.Y. Goldschmidt, Flux melting in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8-\delta}$: Incorporating both electromagnetic and Josephson couplings. *Physical Review B*, 70(2), 024501 (2004). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.44.2732>
- [21] Y. Y. Goldschmidt, S. Tyagi, Interpolation of the Josephson interaction in highly anisotropic superconductors from a solution of the two-dimensional sine-Gordon equation. *Physical Review B*, 71(1), 014503, pp. 1-9 (2005). DOI: 10.1103/PhysRevB.71.014503
- [22] A. N. Maksimova, A. N. Moroz, S. V. Pokrovskii, D. A. Aleksandrov, V. A. Kashurnikov, The “echo” effect in response to a current pulse acting on a superconductor in a magnetic field. *Chinese Journal of Physics*, 94, 250-261 (2025). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cjph.2025.01.037>
- [23] A. N. Moroz, V. A. Kashurnikov, I. A. Rudnev, A. N. Maksimova, Modeling of vortex dynamics in HTSs with defects under the impact of pulsed magnetic field. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 33(14), 145902 (2021). DOI: 10.1088/1361-648X/abdce7
- [24] A. N. Moroz, V. A. Kashurnikov, I. A. Rudnev, A. N. Maksimova, Thermal behavior of flux jumps and influence of pulse-shape on the trapped field during pulsed magnetization of a high-temperature superconductor. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 33(35), 355901 (2021). DOI: 10.1088/1361-648X/ac0be9
- [25] A. N. Maksimova, V. A. Kashurnikov, A. N. Moroz, I. A. Rudnev. Influence of radiation defects of different type on the critical current of layered anisotropic superconductor. *Fizika Tverdogo Tela*, 63(11), 1830-1836. (2021) DOI: <https://doi.org/10.21883/FTT.2021.11.51584.169>
- [26] Suvorova, E. I., Degtyarenko, P. N., Karateev, I. A., Ovcharov, A. V., Vasiliev, A. L., Skuratov, V. A., & Buffat, P. A.. Energy dependent structure of Xe ion tracks in YBCO and the effect on the superconductive properties in magnetic fields. *Journal of Applied Physics*, 126(14) (2019). DOI: <https://doi.org/10.1063/1.5120894>

- [27] Y. Tsuchiya, S. Miura, S. Awaji, Y. Ichino, K. Matsumoto, T. Izumi, Y. Yoshida. Flux pinning landscape up to 25 T in $\text{SmBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ films with BaHfO_3 nanorods fabricated by low-temperature growth technique. *Superconductor Science and Technology*, 30(10), 104004 (2017). DOI: 10.1088/1361-6668/aa7ef0

Поступила в редакцию 20 октября 2025 г.

После доработки 10 декабря 2025 г.

Принята к публикации 10 декабря 2025 г.