

**Собственные моды затухания радиального тока в неизолированных ВТСП катушках**

Д.С. Яшкин, Д.Н. Диев, А.В. Поляков, А.В. Наумов

*Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»,*

*123098 Россия, Москва, пл. Академика Курчатова, 1;*

*e-mail: dskashkin@yandex.ru*

*В работе рассмотрена проблема неравномерного затухания радиального тока при вводе/выводе тока в неизолированную ВТСП катушку. Предложен подход, заключающийся в рассмотрении собственных мод радиального тока, затухающих со своим временем, что объясняет экспериментально наблюдаемое наличие нескольких экспоненциальных процессов. Подход обоснован с помощью метода эквивалентных схем. Подход проиллюстрирован экспериментом с тестовой неизолированной ВТСП катушкой.*

**Ключевые слова:** сверхпроводимость, сверхпроводящий магнит, ВТСП, эквивалентная схема, неизолированная катушка, РСВ

**Введение**

Одним из наиболее перспективных вариантов решения задачи создания неприхотливой и удобной в эксплуатации сверхпроводящей магнитной системы являются магнитные системы с резистивной связью между витками (РСВ) [1]. За счет резистивной связи при переходе части витка в нормальное состояние ток имеет возможность перетечь в соседние витки, и катушка «самозащищается» от теплового повреждения. Магнитные системы на основе РСВ оказываются устойчивы к превышению критического тока [2], к локальным дефектам [3], являются относительно неприхотливыми в обращении. Однако, наличие резистивной связи существенно усложняет электродинамику их переходных процессов вследствие неопределенности маршрута протекания тока по виткам и возможности тока образовывать замкнутые контуры, охватывающие несколько витков.

Наличие таких контуров выражается прежде всего в отклонении временных зависимостей переходных процессов от чисто экспоненциальных, что можно было бы

ожидать от фактически соединенных параллельно сопротивления и индуктивности. Кроме того, на отдельных участках катушки могут происходить сложные немонотонные процессы, при которых даже может возникнуть локальное превышение терминального тока (полного тока на токовых вводах катушки), что в некоторых случаях чревато катастрофическими для магнитной системы последствиями [4–7].

Описание электродинамики переходных процессов является комплексной задачей, допускающей различные подходы, однако наибольшей предсказательной силой обладает подход с использованием эквивалентных схем. При составлении эквивалентной схемы всегда возникает противоречие между стремлением описать систему как можно более подробнее и стремлением сохранить возможность хотя бы часть действий выполнить аналитически, поскольку именно аналитически полученные результаты дают представление о тенденциях, существующих в системе.

В данной работе предложен математический аппарат, позволяющий систематизировать процессы перераспределения тока в магнитных системах с резистивной связью, предсказывать эволюцию системы, прогнозировать аварийные ситуации. Данный подход применим в условиях неполноты информации, поскольку недостающие параметры допускают экспериментальное измерение в безопасных для магнитной системы условиях. Показан способ такого экспериментального измерения.

## Математическая модель

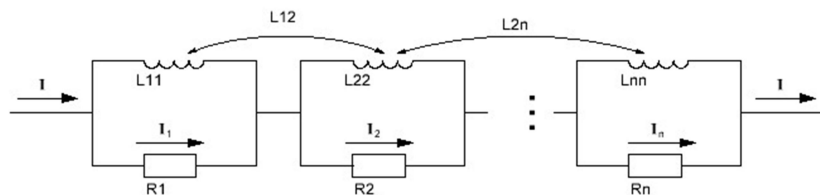
Для моделирования магнитной системы с резистивной связью была выбрана эквивалентная схема, представленная на рисунке 1, поскольку это простейшая схема, позволяющая описывать неоднородное распределение тока по виткам. Предполагается, что токи в системе не превышают критические и диссипативными эффектами в материале сверхпроводника можно пренебречь. Для описания этой схемы из уравнений Кирхгофа может быть составлена система уравнений вида:

$$\sum_j L_{ij}(\dot{I} - \dot{I}_j) = R_i I_i,$$

где  $L_{ij}$  – матрица взаимных индуктивностей элементов системы (диагональные элементы – собственные индуктивности),  $I_i$  – ток через нормальное шунтирующее сопротивление (далее – нормальный ток),  $I$  – терминальный ток магнитной системы. В качестве независимых переменных удобно взять именно токи через нормальные сопротивления. Система имеет общее решение:

$$I_i = I_{0i} + \sum_{\alpha} C_{\alpha} I_{Self\_ai} \exp(-t/\tau_{\alpha}),$$

где  $I_{0i}$  – асимптотические значения нормальных токов через бесконечное время, зависящие от скорости изменения терминального тока,  $I_{Self\_ai}$  – компоненты собственных векторов матрицы  $\mathbf{M}$  системы линейных дифференциальных уравнений,  $\tau_{\alpha} = -1/\lambda_{\alpha}$  – собственные времена системы, получающиеся из собственных значений  $\lambda_{\alpha}$  матрицы  $\mathbf{M}$ ,  $C_{\alpha}$  – коэффициенты, определяемые начальными условиями.



**Рис. 1.** Эквивалентная схема катушки с резистивной межвитковой связью.

Из формы общего решения можно сделать ряд выводов. Во-первых, что определенной скорости ввода терминального тока соответствует определенная равновесная конфигурация нормальных токов. Во-вторых, что при изменении динамического режима (скорости ввода тока) текущая (наблюдающаяся в настоящий момент) конфигурация токов в общем случае не совпадает с равновесной. Разница между текущей конфигурацией и равновесной должна затухнуть. И, наконец, что эта разница раскладывается на «собственные моды», определяемые собственными векторами матрицы  $\mathbf{M}$ . Каждая мода  $I_{Self\_a}$  представляет собой токовую конфигурацию, которая затухает независимо от других конфигураций со своим собственным временем  $\tau_{\alpha}$ , определяемым соответствующим собственным значением матрицы  $\mathbf{M}$ .

Отсюда можно сделать вывод о виде временных зависимостей терминального напряжения и магнитного поля. Напряжение на всей катушке складывается из суммы напряжений на её участках:

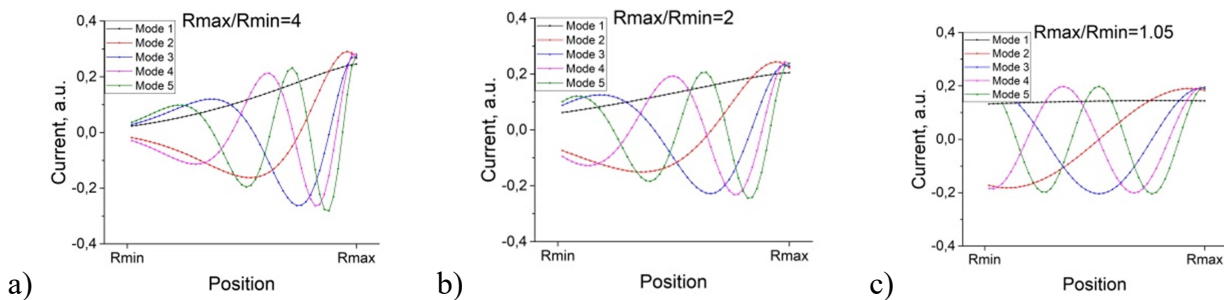
$$V = \sum_i I_i R_i = \dot{I} \sum_{ij} L_{ij} + \sum_{\alpha} C_{V\_a} \exp(-t/\tau_{\alpha}). \quad (1)$$

Первое слагаемое представляет собой индуктивный вклад катушки как целого, второе – совокупность экспоненциальных процессов. Аналогично, магнитное поле катушки является суммой вкладов от отдельных элементов с соответствующими коэффициентами  $k_i$ :

$$B = \sum_i (I - I_i) k_i = I \sum_i k_i - \sum_i I_{0i} k_i + \sum_\alpha C_{B_\alpha} \exp(-t/\tau_\alpha), \quad (2)$$

где первое слагаемое соответствует полю изолированной катушки, второе отражает запаздывание магнитного поля за счет шунтирования радиальными сопротивлениями, зависящее от скорости ввода тока, третье — снова совокупность затухающих экспоненциальных процессов.

Похожие рассуждения, связанные с разложением токового состояния магнитной системы на собственные моды приводят авторы [8] для переменного тока.



**Рис. 2.** Примеры первых пяти собственных мод, рассчитанных для галеты с различным соотношением внутреннего и внешнего радиусов. Катушка билась на 50 элементов. Радиальные сопротивления рассчитаны исходя из постоянства удельного сопротивления с учетом геометрии галеты.

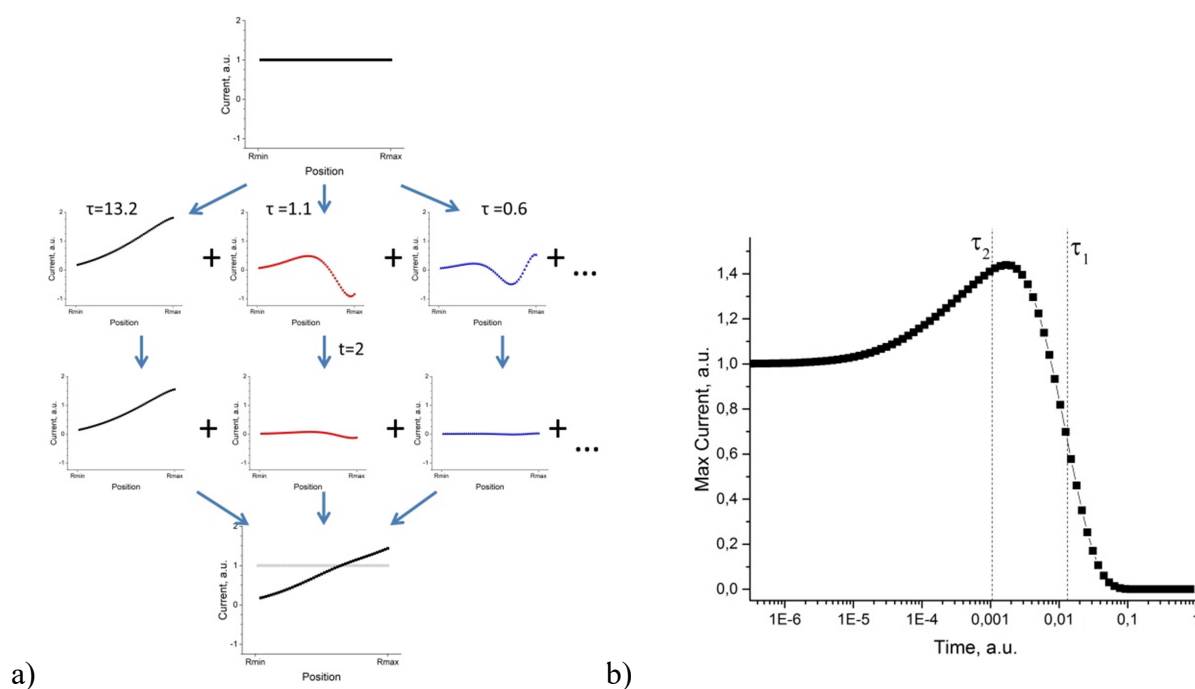
Примеры собственных токовых мод для магнитных систем с различным отношением внешнего радиуса к внутреннему приведены на рисунке 2. Можно заметить ряд общих закономерностей, присущих всем различным конфигурациям. В частности, во всех случаях одна мода, соответствующая максимальному собственному времени, имеет постоянный знак, остальные моды знакопеременны, в каждой следующей моде на один ноль больше, чем в предыдущей. Собственные времена при этом уменьшаются, то есть моды наиболее сложной структуры затухают быстрее.

Коэффициенты в экспоненциальных слагаемых формул (1), (2) имеют вид

$$C_{V_\alpha} = C_\alpha \sum_i I_{Self\_ai} R_i, \quad C_{B_\alpha} = C_\alpha \sum_i I_{Self\_ai} k_i,$$

где суммирование ведется по всем элементам каждого собственного вектора. Следовательно, можно ожидать, что вклад от знакопеременных векторов будет существенно меньше вклада

первой моды. Однако вследствие того, что соответствующие процессы более быстрые, на начальных этапах они могут оказывать существенное влияние.



**Рис. 3.** а) Диаграмма затухания тока в катушке с разложением его по собственным модам. б) Зависимость максимального локального тока в моделируемой катушке от времени в процессе затухания.

На рисунке 3а приведена диаграмма, иллюстрирующая механизм влияния «быстрых» мод на распределение нормальных токов. Для примера взята неизолированная катушка с отношением внешнего радиуса к внутреннему, равным четырем. Её собственные моды приведены на рисунке 2а. После выключения тока источника, текшего предварительно продолжительное время, однородное распределение нормальных токов нарушается, стремясь к распределению наиболее медленно затухающей моды. При этом, как видно на рисунке максимальный ток на отдельных участках катушки превысил исходный.

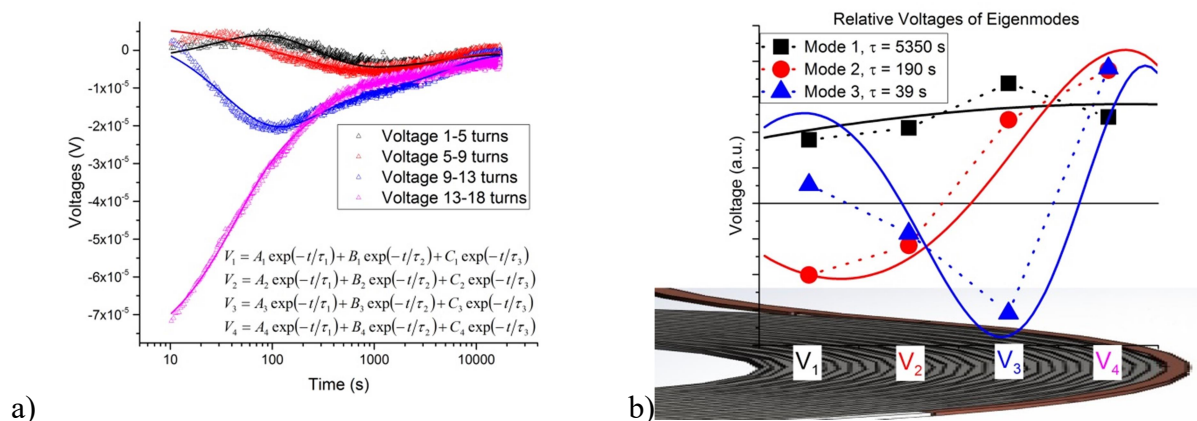
Такой эффект может наблюдаться на временных интервалах менее характерного времени первой, медленной моды (рис. 3б). Физически первая мода отвечает за изменение энергии магнитной системы в целом, а остальные в основном за перераспределение её между частями магнитной системы. Как видно из графика, в рассматриваемой модели максимальный локальный ток превысил стартовый терминальный более чем в 1.4 раза. Если локальный критический ток в области превышения окажется ниже – возникнет аварийная ситуация.

## Эксперимент

Важным достоинством предложенного подхода к описанию переходных процессов в неизолированных магнитных системах с помощью собственных мод является возможность определения параметров этих мод экспериментально.

Эксперимент проводился на двойной галете, выполненной в виде монолитного корпуса из нержавеющей стали со спиральной канавкой с каждой стороны, в которую впаяна стопка ВТСП лент. Внутренний диаметр галеты 200 мм, внешний – 386 мм, число витков – по 18 на сторону.

Такая катушка описывается эквивалентной схемой, отличающейся от приведенной на рисунке 1 наличием дополнительных поперечных резистивных связей. Для такой системы требуется записать больше уравнений Кирхгофа, однако после преобразований они все равно сводятся к системе линейных дифференциальных уравнений с сохранением формы общего решения и следующих из неё качественных выводов.



**Рис. 4.** а) Графики временной зависимости напряжения на участках магнитной системы после выключения терминального тока. Момент выключения тока взят за 0. Точки – экспериментальные данные, сплошные линии – аппроксимация суммой трех экспонент. б) Собственные моды по напряжению, рассчитанные по эквивалентной схеме экспериментальной катушки (сплошные линии), средние значения собственных мод по напряжению экспериментальной катушки, полученные из аппроксимации зависимостей формулами рис. 4а (точки).

Основной сложностью в экспериментальном определении собственных мод является невозможность непосредственного измерения локальной силы тока. Измеряемыми величинами являются напряжения на различных участках катушки. В проведенном

эксперименте потенциальные контакты были установлены на 1, 5, 9, 13, 18 витках с одной стороны галеты, что обеспечивало четыре участка измерений. На рис. 4а приведены графики эволюции напряжений на этих участках при выключении терминального тока. Графики были аппроксимированы суммой трех экспонент. Векторы, составленные из коэффициентов  $(A_1, A_2, A_3, A_4)$ ,  $(B_1, B_2, B_3, B_4)$ ,  $(C_1, C_2, C_3, C_4)$ , деленных на количество витков соответствующего участка будут фактически средними значениями собственных мод по напряжению на этих участках.

На рисунке 4b представлены графики собственных мод по напряжению, полученные из моделирования эквивалентной схемы экспериментальной катушки, а также соответствующие значения коэффициентов аппроксимации. Видно хорошее качественное соответствие.

## Заключение

Одним из способов пассивной защиты магнитной системы можно назвать правильный подбор её режимов работы. В магнитных системах с резистивной связью режим резкого обрыва тока не приводит к появлению больших напряжений, как в катушках с изолированными витками, однако существует угроза повреждения вследствие локального увеличения тока.

Предложен математический аппарат, позволяющий описывать динамические процессы в магнитных системах с резистивной связью и предсказывать их поведение. Предложенный подход дает представление о причинах отклонения динамических процессов от экспоненциальных зависимостей, объясняет возможность локального роста силы тока.

Основные параметры, требующиеся для прогнозирования поведения системы, определяются из эксперимента. Эксперимент можно провести в заведомо безопасных для магнитной системы условиях интенсивного охлаждения и/или щадящего режима по току. Например, магнитную систему можно поместить в жидкий азот, обеспечивающий эффективное охлаждение и произвести обрыв тока, величина которого будет существенно ниже критического значения, но в то же время достаточной для измерения переходных характеристик. По измеренным характеристикам определяются собственные моды и времена, делается поправка на изменение сопротивления при изменении рабочей температуры и после обработки полученные данные позволят предсказывать возможность возникновения аварийной ситуации при любом изменении терминального тока. Также,

подход позволяет формулировать обратные требования к параметрам магнитной системы, обеспечивающие её стабильность при заданных динамических режимах.

Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ "Курчатовский институт".

## Список литературы

- [1] Hahn, S., Park, D. K., Bascunan, J., and Iwasa, Y. HTS pancake coils without turn-to-turn insulation. IEEE Trans. Appl. Supercond., 21(3), pp.1592-1595. (2010) DOI:10.1109/TASC.2010.2093492
- [2] Choi, S., Jo, H. C., Hwang, Y. J., Hahn, S. and Ko, T. K.. A study on the no insulation winding method of the HTS coil. IEEE Trans. Appl. Supercond., 22(3), 4904004 (2011) DOI: 10.1109/TASC.2011.2175892
- [3] Hahn, S., Radcliff, K., Kim, K., Kim, S., Hu, X., Kim, K., Abraimov, D.V. and Jaroszynski, J. Defect-irrelevant'behavior of a no-insulation pancake coil wound with REBCO tapes containing multiple defects. Superconductor Science and Technology, 29(10), 105017. (2016). DOI 10.1088/0953-2048/29/10/105017
- [4] Iwai, S., Uto, T., Ohtani, Y., Kusano, T., Ishii, H., Ito, T., and Nomura, S. Sudden discharging tests and overcurrent tests of a 3T HTS model magnet for MRI systems equipped with electrically conductive epoxy resin. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 33(5), 1-6. (2023). DOI: 10.1109/TASC.2023.3262493
- [5] Lee, J. T., Choi, K., Kim, G., Kim, J., Im, C., Bong, U., Bang, J., and Hahn, S. Quench test and analysis on D-shaped no-insulation high temperature superconductor single pancake coil. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 34(5), 1-5. (2024). DOI: 10.1109/TASC.2024.3365450
- [6] Mato, T., Inoue, R., Ueda, H., Kim, S. and Noguchi, S. Turn-to-Turn Contact Resistance Measurement of NI REBCO Double Pancake Coils. IEEE transactions on applied superconductivity, 34(3), 1-5. (2024). DOI: 10.1109/TASC.2024.3361874
- [7] D. G. Whyte, B. LaBombard, J. Doody, T. Golfinopolous, R. Granetz, C. Lammi, S. Lane-Walsh, P. Michael, T. Mouratidis, R. Mumgaard, J. P. Muncks, D. Nash, N. Riva, F. Santoro, A. Sattarov, J. Stillerman, K. Uppalapati, R. Vieira, A. Watterson, S. Wilcox, and Z. S. Hartwig. Experimental assessment and model validation of the SPARC toroidal field



model coil. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 34(2), 1-18. (2023). DOI: 10.1109/TASC.2023.3332823

- [8] Sorti, S., Balconi, L., Rossi, L., Santini, C., and Statera, M. Toward Real-Time Electromagnetic Simulations of HTS Non-Insulated Coils Through Proper Orthogonal Decomposition. IEEE Transactions on Applied Superconductivity. (2025). DOI: 10.1109/TASC.2025.3526741

Поступила в редакцию 21 октября 2025 г.

После доработки 10 декабря 2025 г.

Принята к публикации 10 декабря 2025 г.