

УДК 538.945; 538.957

Вклад в вихревой сверхток от спин-орбитального взаимодействия в двумерном сверхпроводнике

А.О. Злотников

Институт физики им. Л.В. Киренского, ФИЦ КНЦ СО РАН,
660036, Красноярск, Россия; e-mail: zlotn@iph.krasn.ru

Изучены особенности вихревого сверхтока в двумерном сверхпроводнике с двумя инвертированными электронными зонами и спин-орбитальным взаимодействием Рашибы между различными орбиталями. В рамках приближения сильной связи и с использованием уравнений Боголюбова-де Жена получено выражение для сверхтока, обусловленного перескоками электронов между узлами решетки с переворотом спинового момента, которые в свою очередь вызваны спин-орбитальным взаимодействием. Показано, что при заметной величине интенсивности спин-орбитальной связи данный вклад в суммарный сверхток может превышать вклад, вызванный стандартными процессами перескоков электронов в решетке. При этом отмеченные вклады имеют различные зависимости от температуры.

Ключевые слова: сверхпроводимость, спин-орбитальное взаимодействие, двумерный сверхпроводник, приближение сильной связи, оператор зарядового тока, оператор тока связи, вихревой сверхток, парамагнитный ток, уравнения Боголюбова-де Жена, уравнение сохранения заряда.

1. Введение

В последнее время большое внимание уделяется исследованию генерации спонтанных сверхтоков в сверхпроводниках и сверхпроводящих структурах при наличии заметного спин-орбитального взаимодействия (см. обзоры [1–3]). Известно, что сама по себе спин-орбитальная связь не индуцирует спонтанных сверхтоков в трехмерных и двумерных

сверхпроводниках с «обычным» s -типом симметрии сверхпроводящего параметра порядка. Поэтому часто рассматриваются структуры, содержащие сверхпроводник s -типа и ферромагнетик, в которых нарушение симметрии пространственной инверсии на границе между материалами обеспечивает спин-орбитальную связь, которая, в свою очередь, при учете обменного поля ферромагнетика приводит к формированию спонтанных сверхтоков [4]. Отметим также, что в «необычных» сверхпроводниках с нарушенной симметрией по отношению к инверсии времени (таких как, киральные $p_x + ip_y$ и $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ сверхпроводники) генерация сверхтоков возможна и в отсутствии спин-орбитального взаимодействия [5–7].

Спин-орбитальное взаимодействие играет существенную роль при реализации топологической сверхпроводимости [1, 8], поэтому рассматриваемые эффекты возможны и в топологических сверхпроводниках. Недавно спонтанные сверхтоки в рамках формализма Боголюбова-де Жена были изучены в структуре, содержащей тонкие пленки сверхпроводника и ферромагнетика с анизотропией типа «легкая плоскость», при учете спин-орбитального взаимодействия [9]. Показано, что в такой системе формируется гибридный вихрь – связанная пара вихря Абрикосова в сверхпроводнике и магнитного вихря в ферромагнетике, в ядре которого локализованы майорановские моды. Для такого гибридного вихря, в отличие от вихря Абрикосова, спонтанные сверхтоки имеют различные направления циркуляции внутри ядра вихря и вне его.

В данной работе будет рассмотрена более простая ситуация: случай вихря в двумерной структуре со сверхпроводимостью s -типа при учете межзонного спин-орбитального взаимодействия типа Рашбы. Будет изучен обусловленный спин-орбитальным взаимодействием вклад в сверхток, генерируемый вихрем. Рассматриваемая модель [10, 11] описывает топологический сверхпроводник второго порядка, в котором формируются майорановские моды, локализованные в углах двумерной решетки. Также в ней возможна реализация мод с нулевой энергией возбуждения, локализованных в ядре вихря [12]. При этом описанные особенности сверхтока в общем случае не зависят от того, находится ли система в топологически тривиальной или нетривиальной фазе.

2. Модель и выражения для сверхтоков

Изучаемая модель на квадратной решетке описывает две электронные инвертированные зоны с межзонным спин-орбитальным взаимодействием Рашбы и сверхпроводящими спариваниями [10, 11]. В приближении сильной связи гамильтониан системы имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \sum_{f\sigma} \sum_{l=A,B} (-\mu + \eta_l \Delta \varepsilon - \eta_\sigma h) c_{fl\sigma}^\dagger c_{fl\sigma} + \sum_{f\delta l\sigma} \eta_l t_\delta c_{fl\sigma}^\dagger c_{f+\delta,l\sigma} + \sum_{f\delta l\sigma} \lambda_{\sigma\delta} c_{fl\sigma}^\dagger c_{f+\delta,\bar{l}\sigma} \\ & + \sum_{fl} (\Delta_0(f) c_{fl\uparrow}^\dagger c_{fl\downarrow}^\dagger + H.c.) + \sum_{f\delta l} (\Delta_\delta(f) c_{fl\uparrow}^\dagger c_{f+\delta,l\downarrow}^\dagger + H.c.), \end{aligned} \quad (1)$$

где индексы $l = A(B)$ обозначают различные орбитали и $\bar{l} = B(A)$ соответственно; μ – химический потенциал, $\Delta \varepsilon$ описывает энергетическое расщепление между орбиталями, так как $\eta_A = +1, \eta_B = -1$; $h = g\mu_B H$ – зеемановский член и $\eta_\sigma = +1, -1$ для $\sigma = \uparrow, \downarrow$ соответственно. Параметры перескоков между ближайшими узлами в направлениях x и y могут иметь различные знаки, поэтому $t_{\pm x} \equiv t_x, t_{\pm y} \equiv t_y$. Интенсивность межорбитального взаимодействия Рашбы определяется как $\lambda_{\sigma,\pm x} = \mp \lambda \eta_\sigma, \lambda_{\sigma,\pm y} = \pm i$.

Наличие вихря моделируется через амплитуду сверхпроводящих спариваний:

$$\Delta_\delta(f) = \Delta_\delta e^{il_v \Phi_\delta(f)} \tanh\left(\frac{|R_f + \delta/2 - R_v|}{\xi}\right), \quad (2)$$

где $\Phi_\delta(f) = \arg(z(R_f + \delta/2 - R_v))$, $z(R_f) = x + iy$; δ – вектор, соединяющий узел решетки, задаваемый вектором \mathbf{R}_f , с одним из ближайших узлов (для локального спаривания $\delta = 0$); ξ задает размер ядра вихря, параметр $l_v = \pm 1$ различается для вихря и антивихря. Центр вихря имеет координаты, задаваемые \mathbf{R}_v . В дальнейшем будем рассматривать вихрь в центре решетки $R_v = a((N_s + 1)/2, (N_s + 1)/2)$, где N_s – число (нечетное) узлов решетки вдоль направлений x или y , a – параметр решетки. В данной работе для простоты рассмотрим только локальные сверхпроводящие спаривания s -типа с амплитудой Δ_0 , а спариваниями с $\delta \neq 0$ пренебрежем (их учет приводил был к реализации зависящего от k в обратном пространстве сверхпроводящего параметра порядка расширенного s или $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ -типов симметрии). Как было показано ранее [10, 12], данный режим соответствует топологически тривиальной фазе, в которой майорановские угловые моды отсутствуют, однако реализуются нулевые моды (при $\Delta \varepsilon = 0$), локализованные в ядре вихря.

Отметим, что аномальные спаривания в гамильтониане (1) могут быть как наведенными за счет эффекта близости, так и обусловлены внутренними взаимодействиями в системе. В последнем случае, однако, возникает вопрос об области параметров, в которой реализуется сверхпроводящая фаза. В данной работе амплитуда Δ_0 будет рассматриваться как параметр.

При получении выражения для оператора зарядового тока между узлами, связанными перескоками электронов, воспользуемся методикой, изложенной, например, в [7,13,14]. Для этого сделаем подстановку Пайерлса в гамильтониан (1), тогда оператор тока находится из

определения $\mathcal{J}_{f,f+\delta} = \partial \mathcal{H} / \partial \theta_{f,f+\delta}$ при $\mathbf{A} = 0$ (парамагнитный вклад), где $\theta_{f,f+\delta}$ – интеграл по пути, соединяющему узлы f и $f + \delta$, от вектор-потенциала \mathbf{A} .

Легко убедиться, что оператор зарядового тока между ближайшими узлами f и $f + \delta$ (здесь $\delta = +x, +y$) в этом случае определяется выражением

$$\mathcal{J}_{f,f+\delta} = \frac{-ie}{\hbar} \sum_{l\sigma} \eta_l t_\delta (c_{fl\sigma}^\dagger c_{f+\delta,l\sigma} - c_{f+\delta,l\sigma}^\dagger c_{fl\sigma}) + \lambda_{\sigma\delta} c_{fl\sigma}^\dagger c_{f+\delta,\bar{l}\sigma} + \lambda_{\bar{\sigma}\delta} c_{f+\delta,\bar{l}\sigma}^\dagger c_{fl\sigma} \quad (3)$$

Отметим, что аналогичное выражение возникает в уравнении движения для оператора числа частиц на узле f $\mathcal{N}_f = \sum_{l\sigma} c_{fl\sigma}^\dagger c_{fl\sigma}$ [9]. Видно, что в оператор тока вносят вклад не только обычные перескоки электронов между узлами решетки, но и перескоки с переворотом спина, индуцированные спин-орбитальной связью Рашбы. В дальнейшем, будем разделять эти два вклада и обозначать их как $\mathcal{J}_{f,f+\delta}^t$ и $\mathcal{J}_{f,f+\delta}^\lambda$.

Для вычисления термодинамического среднего от оператора тока используем преобразование Боголюбова для перехода к новым квазичастичным операторам $\alpha_{j\sigma}$:

$$\alpha_{j\sigma} = \sum_f \left[u_{jf\sigma} c_{fA\sigma} + v_{jf\bar{\sigma}} c_{fB\bar{\sigma}} + w_{jf\bar{\sigma}} c_{fA-}^\dagger + z_{jf\sigma} c_{fB\sigma}^\dagger \right], \quad (4)$$

в представлении которых гамильтониан приобретает диагональный вид

$$\mathcal{H} = \sum_{j\sigma} E_{j\sigma} \alpha_{j\sigma}^\dagger \alpha_{j\sigma} + E_0. \quad (5)$$

Тогда $J_{f,f+\delta}^t = \langle \mathcal{J}_{f,f+\delta}^t \rangle$, $J_{f,f+\delta}^\lambda = \langle \mathcal{J}_{f,f+\delta}^\lambda \rangle$ определяются выражениями

$$\begin{aligned} J_{f,f+\delta}^t &= \frac{2e}{\hbar} t_\delta \sum_{j\sigma} \text{Im} \{ w_{jf}^* w_{j,f+\delta,\sigma} - z_{jf}^* z_{j,f+\delta,\sigma} - \\ &\quad - (w_{jf\bar{\sigma}}^* w_{j,f+\delta,\bar{\sigma}} - z_{jf\sigma}^* z_{j,f+\delta,\sigma} + u_{jf\sigma}^* u_{j,f+\delta,\sigma} - v_{jf\bar{\sigma}}^* v_{j,f+\delta,\bar{\sigma}}) f \left(\frac{E_{j\sigma}}{T} \right) \}, \\ J_{f,f+x}^\lambda &= -\frac{2e}{\hbar} \lambda \sum_{j\sigma} \eta_\sigma \text{Im} \{ w_{jf\sigma}^* z_{j,f+x,\bar{\sigma}} + z_{jf\sigma}^* w_{j,f+x,\bar{\sigma}} - \\ &\quad - (z_{jf\sigma}^* w_{j,f+x,\bar{\sigma}} - w_{jf\bar{\sigma}}^* z_{j,f+x,\sigma} + u_{jf\sigma}^* v_{j,f+x,\bar{\sigma}} - v_{jf\bar{\sigma}}^* u_{j,f+x,\sigma}) f \left(\frac{E_{j\sigma}}{T} \right) \}, \\ J_{f,f+y}^\lambda &= \frac{2e}{\hbar} \lambda \sum_{j\sigma} \text{Re} \{ w_{jf\sigma}^* z_{j,f+y,\bar{\sigma}} + z_{jf\sigma}^* w_{j,f+y,\bar{\sigma}} - \\ &\quad - (z_{jf\bar{\sigma}}^* z_{j,f+y,\sigma} + z_{jf\sigma}^* w_{j,f+y,\bar{\sigma}} - u_{jf\sigma}^* v_{j,f+y,\bar{\sigma}} - v_{jf\bar{\sigma}}^* u_{j,f+y,\sigma}) f \left(\frac{E_{j\sigma}}{T} \right) \}. \quad (6) \end{aligned}$$

Здесь Re и Im обозначают действительные и мнимые части функций, $f(E_{j\sigma}/T)$ – функция распределения Ферми-Дирака. Суммирование ведется по положительным энергиям $E_{j\sigma} \geq 0$.

Видно, что даже при нулевой температуре всегда существует вклад в ток (по сути за счет заполненных состояний с $E_{j\sigma} < 0$ в сверхпроводнике).

Отметим, что в рамках формализма, изложенного в работе [15], можно получить закон сохранения заряда фермионов на узле:

$$\frac{\partial Q_f}{\partial t} + \sum_{\delta=\pm x, \pm y} (J_{f,f+\delta}^t + J_{f,f+\delta}^\lambda) = S_f, \quad (7)$$

где плотность заряда на узле f Q_f есть по определению

$$Q_f = \frac{e}{\hbar} \sum_{j\sigma} f \left(\frac{E_{j\sigma}}{T} \right) [|f_{Aj\sigma}(R_f, t)|^2 + |f_{Bj\bar{\sigma}}(R_f, t)|^2] + f \left(\frac{-E_{j\sigma}}{T} \right) [|g_{Aj\bar{\sigma}}(R_f, t)|^2 + |g_{Bj\sigma}(R_f, t)|^2]. \quad (8)$$

В рассматриваемом стационарном случае введенные функции связаны с коэффициентами преобразования Боголюбова

$$f_{Aj\sigma}(R_f, t) = u_{jf\sigma} e^{-iE_{j\sigma}t}, \quad f_{Bj\bar{\sigma}}(R_f, t) = v_{jf\bar{\sigma}} e^{-iE_{j\sigma}t}, \\ g_{Aj\bar{\sigma}}(R_f, t) = w_{jf\bar{\sigma}} e^{-iE_{j\sigma}t}, \quad g_{Bj\sigma}(R_f, t) = z_{jf\sigma} e^{-iE_{j\sigma}t}. \quad (9)$$

И $\partial Q_f / \partial t = 0$. Источник заряда S_f в правой части уравнения (7) определяется по формуле:

$$S_f = \frac{2e}{\hbar} \sum_{j\sigma} \eta_\sigma \text{Im} \{ \Delta_0(f) (w_{jf\bar{\sigma}}^* u_{jf\sigma} - z_{jf\sigma}^* v_{jf\bar{\sigma}}) \} \left[1 - 2f \left(\frac{E_{j\sigma}}{T} \right) \right]. \quad (10)$$

Видно, что аномальные слагаемые гамильтониана с амплитудой $\Delta_0(f)$ выступают в качестве источника заряда фермионов на узле. Член S_f дает ненулевой вклад при наличии вихря, когда $\Delta_0(f)$ и коэффициенты Боголюбова являются комплексными величинами. В этом случае, в стационарном режиме, он компенсируется с токами $J_{f,f\pm\delta}^{t,\lambda}$, выходящими из узла f . Если же $\Delta_0(f)$ – постоянная величина на решетке, то $S_f = 0$ для каждого узла и тока также бы не было. Отметим, что здесь не рассматриваются эффекты на границе между системой в нормальной фазе и сверхпроводником, индуцирующим куперовские пары, когда $\Delta_0(f)$ также становится неоднородной.

3. Результаты для $\hbar=0$ и обсуждение

В качестве начального приближения можно пренебречь влиянием зеемановского расщепления \hbar . Тогда энергетический спектр системы вырожден по проекции спинного момента $E_{j\sigma} = E_{j\bar{\sigma}} \equiv E_j$. Также можно убедиться, что в этом случае и при $\Delta\varepsilon = 0$ выполняются соотношения для коэффициентов преобразования Боголюбова: $u_{jf\sigma}^* u_{jf+\delta\sigma} = -v_{jf\sigma}^* v_{jf+\delta\sigma}$, $w_{jf\sigma}^* w_{jf+\delta\sigma} = -z_{jf\sigma}^* z_{jf+\delta\sigma}$, $u_{jf\sigma}^* v_{jf+\delta\bar{\sigma}} = v_{jf\sigma}^* u_{jf+\delta\bar{\sigma}}$, $w_{jf\sigma}^* z_{jf+\delta\bar{\sigma}} = z_{jf\sigma}^* w_{jf+\delta\bar{\sigma}}$

(коэффициенты $u_{jf\sigma}$ и $v_{jf\sigma}$ отличаются только фазовым множителем, также как и коэффициенты $w_{jf\sigma}$ и $z_{jf\sigma}$). Тогда выражения для токов существенно упростятся

$$J_{f,f+\delta}^t = \frac{2e}{\hbar} t_\delta \sum_{j\sigma} 2 \operatorname{Im} \left\{ w_{jf\sigma}^* w_{j,f+\delta,\sigma} - (w_{jf\sigma}^* w_{j,f+\delta,\sigma} + u_{jf\sigma}^* u_{j,f+\delta,\sigma}) f\left(\frac{E_j}{T}\right) \right\}, \quad (11)$$

$$J_{f,f+x}^\lambda = -\frac{2e}{\hbar} \lambda \sum_{j\sigma} 2 \eta_\sigma \operatorname{Im} \left\{ w_{jf\sigma}^* z_{j,f+x,\bar{\sigma}} - (w_{jf\sigma}^* z_{j,f+x,\bar{\sigma}} + u_{jf\sigma}^* v_{j,f+x,\bar{\sigma}}) f\left(\frac{E_j}{T}\right) \right\} \quad (12)$$

$$J_{f,f+y}^\lambda = -\frac{2e}{\hbar} \lambda \sum_{j\sigma} \operatorname{Re} \left\{ -w_{jf\sigma}^* z_{j,f+y,\bar{\sigma}} + (w_{jf\sigma}^* z_{j,f+y,\bar{\sigma}} - u_{jf\sigma}^* v_{j,f+y,\bar{\sigma}}) f\left(\frac{E_j}{T}\right) \right\}. \quad (13)$$

Для дальнейшего составим вектора токов $J_f^t = (J_{f,f+x}^t, J_{f,f+y}^t)$, $J_f^\lambda = (J_{f,f+x}^\lambda, J_{f,f+y}^\lambda)$ и суммарный вектор $J_f = J_f^t + J_f^\lambda$, который и характеризует спонтанный вихревой сверхток.

Рассмотрим первоначально случай без спин-орбитального взаимодействия, $\lambda = 0$, когда ток обусловлен только перескоками электронов между ближайшими соседями с параметром $t_x = t_y \equiv t$, т.е. определяется вектором \mathbf{J}_f^t . Как отмечалось выше, в отсутствии вихря в модели нет источников для возникновения спонтанного сверхтока. Действительно, если сверхпроводящий параметр порядка действителен (комплексность его амплитуды может быть устранена градиентным преобразованием), то и коэффициенты преобразования Боголюбова действительны, в результате чего ток в (11) строго обращается в нуль. При наличии вихря, как известно [17], возникает спонтанный сверхток $J_f \sim -\operatorname{grad} \phi_\delta(f)$, который циркулирует вокруг ядра вихря по часовой стрелке для $l_v = +1$ и против часовой для антивихря ($l_v = -1$), если смотреть на решетку сверху. Индуцированный вихрем сверхток спадает как $1/r$ с ростом расстояния за пределами ядра вихря и уменьшается с ростом температуры (не только за счет подавления амплитуды Δ_0 , но и при рассмотрении только температурных поправок в (11)). Выражение (11) в полной мере описывает данное поведение. Отметим также, что суммарный ток в решетке равен нулю: $\sum_f J_{f,f+\delta}^t = 0$.

На рис. 1а стрелками показан вектор \mathbf{J}_f^t в узлах решетки с числом узлов $N_s = 39$ вдоль x и y направлений, а цветом его модуль для параметров $\lambda = 3/4t$, $\Delta_0 = 0.5t$, $\mu = -0.6t$, $\Delta\varepsilon = 0$, $T = 0$. Отметим, что за счет спин-орбитального взаимодействия в модели величина сверхпроводящей щели оказывается перенормированной и составляет $\sqrt{\mu^2 + \Delta_0^2}$. Ранее было показано [12], что в данной модели при $\Delta\varepsilon = 0$ (т.е. и для рассматриваемых параметров) реализуются моды, локализованные в ядре вихря, с нулевой энергией возбуждения (нулевые вихревые моды). Также при энергии меньшей, но сравнимой с величиной сверхпроводящей щели формируются состояния, локализованные на краях решетки. В ограниченной решетке энергия нулевых вихревых мод есть малая, но ненулевая величина (0^+) за счет размерных

эффектов. Поэтому при температуре $T \ll E_{1\sigma} \rightarrow 0^+$, где $E_{1\sigma}$ – наименьшая энергия спектра гамильтониана (5), данные уровни не заполняются.

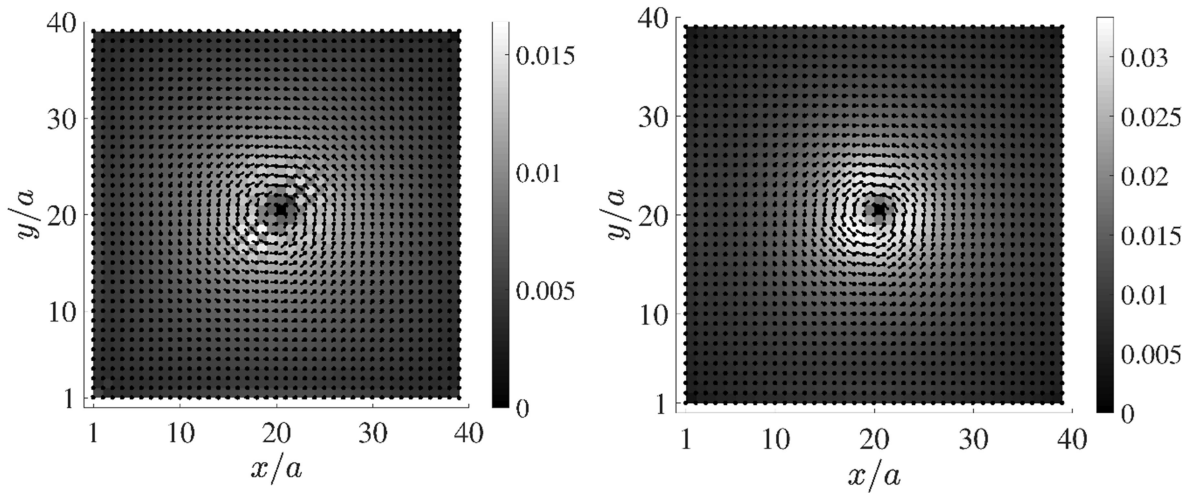


Рис. 1. а) Вектор \mathbf{J}_f^t в узлах квадратной решетки, определяющий вклад в сверхток от перескоков электронов между узлами при наличии вихря в центре решетки для параметров $\lambda = 3/4t$, $\Delta_0 = 0.5t$, $\mu = -0.6t$, $T = 0$, $N_s = 39$. Стрелками показано направление сверхтока, цветом – его величина в единицах et/\hbar . б) Вклад в сверхток \mathbf{J}_f^λ от спин-орбитального взаимодействия при тех же параметрах.

При учете спин-орбитального взаимодействия вклад в сверхток, определяемый $J_{f,f+\delta}^\lambda$ также имеет отмеченные для \mathbf{J}_f^t особенности. Направления и величины вектора \mathbf{J}_f^λ на узлах решетки представлены на рис.~1б для тех же параметров, что и на рис.~1а. Видно, что \mathbf{J}_f^λ имеет сравнимую величину с \mathbf{J}_f^t , если параметр спин-орбитальной связи $\lambda \sim t$, и то же направление вращения вокруг центра вихря. Таким образом, перескоки электронов, индуцированные спин-орбитальным взаимодействием, вносят вклад в суммарный сверхток сравнимый с вкладом от обычных перескоков между узлами в приближении сильной связи.

Зависимость функции S_f , определяемой из (10) и характеризующей источник заряда, ненулевой для сверхпроводящего параметра порядка с вихревой неоднородностью, от номера узла решетки представлена на рис. 2 для тех же параметров, которые использовались при описании рис. 1 выше. Видно, что наибольшие значения функция принимает на границах решетки. Это связано с тем, что границы также играют роль неоднородностей в системе. Например, при приближении к границе перестает выполняться закон спада $1/r$ для \mathbf{J}_f^t и \mathbf{J}_f^λ . Для узлов вдали от границ S_f приобретает существенно меньшие значения, хотя и ненулевые (за исключением узлов f_d строго на диагоналях решетки, для которых $S_{f_d} = 0$).

Согласно уравнению (7) для стационарного случая источник заряда компенсируется токами, так что $S_f = \sum_{\delta=\pm x, \pm y} (J_{f,f+\delta}^t + J_{f,f+\delta}^\lambda)$. Рассмотрим подробнее сумму токов в правой части этого выражения. $J_{f,f-\delta}^{t,\lambda}$ хоть и обладают противоположным знаком по сравнению с $J_{f,f+\delta}^{t,\lambda}$, соответственно, но не равны по модулю для выбранного узла f (при этом справедливо равенство, связанное с перестановкой индексов узлов $J_{f,f+\delta}^{t,\lambda} = -J_{f+\delta,f}^{t,\lambda}$). Поэтому суммы $J_{f,f+\delta}^t + J_{f,f-\delta}^t$ и $J_{f,f+\delta}^\lambda + J_{f,f-\delta}^\lambda$ для $\delta = +x, +y$ приобретают максимальные по модулю значения $\sim 10^{-2} e t / \hbar$ на узлах вблизи центра вихря и вблизи границ. Однако суммы с $\delta = +x$ и с $\delta = +y$ сравнимы по модулю, но противоположны по знаку для узлов не близких к границам решетки, что и приводит к малым значениям суммы токов и источника заряда для таких узлов, как показано на рис. 2.

Токи \mathbf{J}_f^t и \mathbf{J}_f^λ имеют различные зависимости от температуры. При рассмотренных параметрах $|\mathbf{J}_f^\lambda|$ уменьшается быстрее с ростом температуры, чем $|\mathbf{J}_f^t|$, хотя при $T \rightarrow 0$ $|\mathbf{J}_f^\lambda| > |\mathbf{J}_f^t|$, как видно из рис. 1. В результате вклад в суммарный сверхток от \mathbf{J}_f^t становится доминирующим с ростом температуры. Отметим, что при заполнении вихревых нулевых мод (с энергией 0^+) сверхток практически не изменяется. Данный результат имеет аналогию с тем, что заполнение нулевых майорановских мод в моделях цепочки Китаева и сверхпроводящей нанопроволоки не влияет на распределения электронной и спиновой плотностей [8, 16]. Смена доминирующего вклада в сверхток с \mathbf{J}_f^λ на \mathbf{J}_f^t происходит при заполнении с ростом температуры следующих по величине энергии связанных состояний – состояний типа Кароли-де Жена-Матрикона (КдЖМ) [18], также локализованных в ядре вихря.

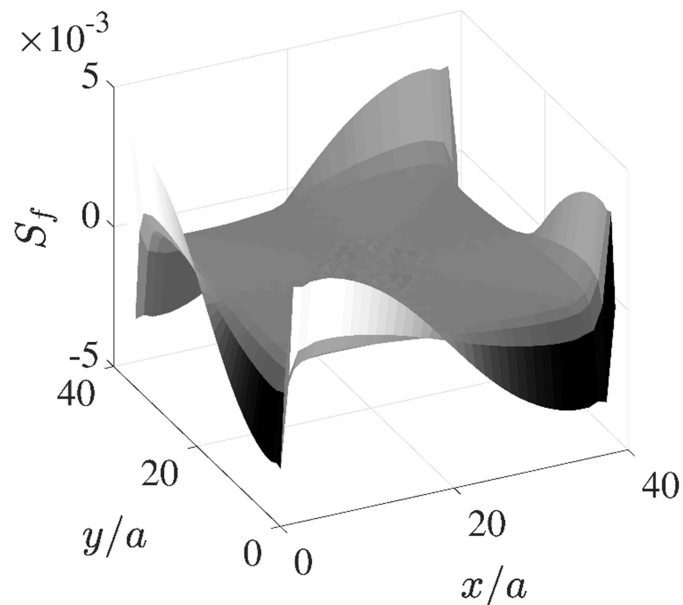


Рис. 2. Распределение источника заряда S_f по узлам решетки. Параметры те же, что и на рис. 1.

Представленные для J_f^λ результаты не зависят от знака параметра спин-орбитального взаимодействия, однако, очевидно, что определяются его величиной и J_f^λ вносит заметный вклад в суммарный сверхток, если λ сравнимо по величине с параметром t . При увеличении \hbar , зеемановского расщепления в магнитном поле, величины сверхтоков, определяемые теперь из формул (6), слабо уменьшаются даже при постоянном Δ_0 , но качественно результаты остаются прежними.

Отметим, что величина полученного сверхтока при $t \sim 1$ мэВ имеет порядок 1 нА в пределе нулевой температуры. При этом в реальных системах энергия возбуждения состояний КДЖМ довольно мала (рекордные значения доходят до 0.1 мэВ). Поэтому и температуры смены доминирующего вклада в сверхток должны быть малы (до 1 К).

Также дополнительное влияние на сверхток окажет подавление наведенной сверхпроводимости в структуре с ростом температуры и магнитного поля. Рассмотрение этих вопросов выходит за рамки настоящей работы.

4. Заключение

В работе определен вклад от спин-орбитального взаимодействия Рашбы в спонтанный сверхток, индуцируемый вихрем в двумерном сверхпроводнике. Показано, что в рассмотренной модели этот вклад имеет то же направление вращения вокруг центра вихря, что и вклад в вихревой сверхток, связанный с обычными прыжками электронов между узлами решетки в приближении сильной связи. При этом оба вклада сравнимы по величине, если амплитуды перескоков с переворотом спина, вызванных спин-орбитальной связью, и перескоков с сохранением проекции спинового момента есть величины одного порядка. Показано, что с ростом температуры при заполнении подщелевых состояний Кароли-де Жена-Матрикона может происходить смена доминирующего вклада в суммарный сверхток.

Автор благодарит М.С. Шустина и С.В. Аксенова за обсуждение работы, а также рецензентов статьи за полезные замечания. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-22-20088, <https://rscf.ru/project/24-22-20088/> и Красноярского краевого фонда науки.

Литература

[1] А.В. Самохвалов, А.А. Копасов, А.Г. Кутлин, С.В. Миронов, А.И. Буздин, А.С. Мельников. Спонтанные токи и топологически защищенные состояния в сверхпроводящих гибридных структурах со спин-орбитальным взаимодействием (Миниобзор), Письма в ЖЭТФ Т.113, №1, с.38-51 (2021). [A.V. Samokhvalov, A.A. Kopasov, A.G. Kutlin, S.V.

- Mironov, A.I. Buzdin, A.S. Mel'nikov. Spontaneous Currents and Topologically Protected States in Superconducting Hybrid Structures with the Spin–Orbit Coupling (Brief Review), JETP Letters Vol.113, No.1, pp.34–46 (2021).] DOI: 10.1134/S0021364021010070
- [2] А.С. Мельников, С.В. Миронов, А.В. Самохвалов, А.И. Буздин. Сверхпроводящая спинтроника: современное состояние и перспективы, УФН Т.192, №12, с.1339-1384 (2022). [A.S. Mel'nikov, S.V. Mironov, A.V. Samokhvalov, A.I. Buzdin. Superconducting spintronics: state of the art and prospects, Phys. Usp. Vol.65, No.12, pp.1248–1289 (2022).] DOI: 10.3367/UFNe.2021.07.039020
- [3] M. Amundsen, J. Linder, J. W. Robinson, I. Zutic, N. Banerjee. Colloquium: Spin-orbit effects in superconducting hybrid structures, Reviews of Modern Physics Vol.96, No.2, p.021003 (2024). DOI: 10.1103/RevModPhys.96.021003
- [4] S. Mironov and A. Buzdin. Spontaneous currents in superconducting systems with strong spin-orbit coupling, Phys. Rev. Lett. Vol.118, No.7, p.077001 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.077001
- [5] M. Stone, R. Roy. Edge modes, edge currents, and gauge invariance in $px + ipy$ superfluids and superconductors, Phys. Rev. B Vol.69, No.18, p.184511 (2004). DOI: 10.1103/PhysRevB.69.184511
- [6] W. Huang, E. Taylor, C. Kallin. Vanishing edge currents in non-p-wave topological chiral superconductors, Phys. Rev. B Vol.90, No.22, p.224519 (2014). DOI: 10.1103/PhysRevB.90.224519
- [7] V. Pathak, O. Can, M. Franz. Edge currents as probe of topology in twisted cuprate bilayers, Phys. Rev. B Vol.110, No. 014506 (2024). DOI: 10.1103/PhysRevB.110.014506
- [8] В.В. Вальков, М.С. Шустин, С.В. Аксенов, А.О. Злотников, А.Д. Федосеев, В.А. Мицкан, М.Ю. Каган. Топологическая сверхпроводимость и майорановские состояния в низкоразмерных системах, УФН Т.192, №3, с.3-44 (2022). [V.V. Val'kov, M.S. Shustin, S.V. Aksenov, A.O. Zlotnikov, A.D. Fedoseev, V.A. Mitskan, M.Yu. Kagan. Topological superconductivity and Majorana states in low-dimensional systems, Phys. Usp. Vol.65, No.3, pp.2–39 (2022)] DOI: 10.3367/UFNe.2021.03.038950
- [9] V. Pathak, S. Dasgupta, M. Franz. Majorana zero modes in a magnetic and superconducting hybrid vortex, Phys. Rev. B Vol.106, No.22, p.224518 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevB.106.224518
- [10] Q. Wang, C.-C. Liu, Y.-M. Lu, F. Zhang. High-temperature Majorana corner states, Phys. Rev. Lett. Vol.121, No.18, p.186801 (2018). DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.186801

- [11] S.V. Aksenov, A.D. Fedoseev, M.S. Shustin, A.O. Zlotnikov. Effect of local Coulomb interaction on Majorana corner modes: Weak and strong correlation limits, *Phys. Rev. B* Vol.107, No.12, p.125401 (2023). DOI: 10.1103/PhysRevB.107.125401
- [12] A.D. Fedoseev, A.O. Zlotnikov. Coexistence of gapless and gapped vortex modes with Majorana corner states in a two-dimensional second-order topological superconductor, *Phys. Rev. B* Vol.111, No.21, p.214507 (2025). DOI: 10.1103/PhysRevB.111.214507
- [13] J.-X. Zhu. Bogoliubov-de Gennes Method and Its Applications, The series Lecture Notes in Physics Vol. 924 (Springer, Switzerland, 2016). DOI: 10.1007/978-3-319-31314-6
- [14] D.J. Scalapino, S.R. White, S.C. Zhang. Superfluid density and the Drude weight of the Hubbard model, *Phys. Rev. Lett.* Vol.68, No.18, pp.2830-2833 (1992). DOI: 10.1103/PhysRevLett.68.2830
- [15] G.E. Blonder, M. Tinkham, T.M. Klapwijk. Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions: Excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion, *Phys. Rev. B* Vol.25, No.7, pp.4515-4532 (1982). DOI: 10.1103/PhysRevB.25.4515
- [16] A.Y. Kitaev. Unpaired Majorana fermions in quantum wires, *УФН* Т.171, №10Suppl., pp.131-136 (2001). [A.Y. Kitaev. Unpaired Majorana fermions in quantum wires, *Phys. Usp.* Vol.44, No.10Suppl., pp.s131-s136 (2001).] DOI: 10.1070/1063-7869/44/10S/S29
- [17] А.А. Абрикосов. О магнитных свойствах сверхпроводников второй группы, *ЖЭТФ* Т.32, №6, с.1442-1452 (1957). [A.A. Abrikosov. On the Magnetic Properties of Superconductors of the Second Group, *Soviet Physics JETP* Vol.5, No.6, pp.1174-1182 (1957).]
- [18] C. Caroli, P.G. De Gennes, J. Matricon. Bound Fermion states on a vortex line in a type II superconductor, *Physics Letters* Vol.9, No.4, pp.307-309 (1964). DOI: 10.1016/0031-9163(64)90375-0 (1964).

Поступила в редакцию 31 октября 2025 г.

После доработки 11 декабря 2025 г.

Принята к публикации 11 декабря 2025 г.