

УДК 533.9

ВЛИЯНИЕ НОРМАЛЬНОГО И АНОМАЛЬНОГО ЭФФЕКТОВ ДОППЛЕРА НА РАЗВИТИЕ ПУЧКОВО-ПЛАЗМЕННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

М. В. Кузелев¹, А. А. Рухадзе

В линейном приближении исследуются влияния нормального и аномального эффектов Допплера на развитие пучково-плазменной черенковской неустойчивости в продольно ограниченных системах. Показано, что нормальный эффект Допплера влияет лишь на абсолютную неустойчивость. Он приводит к непрониканию встречной волны в определенной области частот, срывая тем самым абсолютную неустойчивость. Аномальный же эффект влияет не только на абсолютную, но и на конвективную неустойчивость и может в определенных условиях полностью задавить черенковскую пучково-плазменную неустойчивость.

Основными механизмами пучково-плазменной неустойчивости, лежащей в основе плазменной релятивистской СВЧ-электроники [1 – 3], являются одночастичный и коллективный эффекты Черенкова, или, как еще говорят, томсоновский и рамановский режимы вынужденного черенковского излучения. При достаточно малых плотностях пучка (по сравнению с плотностью плазмы) реализуется одночастичный (томсоновский) механизм черенковского излучения при выполнении резонансного условия

$$\omega = K_z u, \quad (1)$$

¹Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва.

где ω – частота, K_z – продольное волновое число излучения, u – скорость пучка. В подавляющем числе экспериментов [2] реализуется одночастичный механизм черенковской пучковой неустойчивости. Более того, в экспериментах, как правило, внешнее продольное магнитное поле достаточно сильное, так что ларморовская частота электронов $\Omega_e = \frac{eB_0}{mc}$ больше плазменной частоты $\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_p}{m}}$, где B_0 – напряженность магнитного поля, n_p – плотность электронов плазмы. Поэтому большинство теоретических исследований проводилось в предположении, что внешнее магнитное поле неограниченно велико [1]. В последних экспериментах [4] было показано, что пучково-плазменные источники СВЧ работают также и в условиях, когда плазменная частота сопоставима с ларморовской частотой электронов. Собственно для черенковского механизма излучения (1) это не очень важно. Как показано теоретически [5] и экспериментально [4] спектр черенковского излучения в плазменном волноводе не зависит от напряженности магнитного поля. Но, вместе с тем, в конечном магнитном поле возникают новые резонансы и новые механизмы одночастичного вынужденного излучения, так называемые нормальный и аномальный эффекты Допплера, проявляющиеся соответственно при условиях [6, 7]

$$\omega = K_z u \pm \frac{\Omega_e}{\gamma}, \quad (2)$$

где $\gamma = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ – релятивистский фактор энергии электрона пучка. Хотя резонансы (1) и (2) имеют место в разных условиях, возникает вопрос о конкуренции эффектов Черенкова и Допплера и эта конкуренция может существенно повлиять на развитие черенковской неустойчивости. При выполнении резонансного условия (2) для нормального эффекта Допплера оказывается невозможным распространение встречной ($K_z < 0$) волны, возбуждаемой вследствие черенковского резонанса (т.е. при одновременном выполнении условий (1) для $K_z > 0$ и (2) для $K_z < 0$), что может привести к подавлению обратной связи в плазменном СВЧ-генераторе и даже к срыву генерации. В случае выполнения условия (2) для аномального эффекта Допплера развивается неустойчивость, приводящая к росту поперечной компоненты скорости электронов пучка и уменьшению продольной. В результате пучок может значительно расплыться по скоростям и полностью сорваться черенковская неустойчивость. Очевидно, что исчерпывающий ответ на вопрос о роли эффектов Допплера в развитии излучательной черенковской пучково-плазменной неустойчивости можно получить на основе общей нелинейной теории [8]. В настоящем же сообщении мы ограничиваемся линейной теорией на уровне дисперсионного уравнения и качественным анализом возможных нелинейных явлений.

Перейдем к изложению основных приближений линейной теории, причем привяжем ее к геометрии, используемой в реальном эксперименте. Рассмотрим цилиндрический волновод радиуса R с однородным вдоль оси цилиндра плазменным заполнением в виде тонкой трубчатой плазмы, внутреннюю полость которой пронизывает также тонкий трубчатый пучок (последнее обстоятельство обеспечивает применимость томсоновского приближения):

$$\Delta_b, \Delta_p \ll r_b < r_p < R. \quad (3)$$

Здесь r_p и r_b – средние радиусы плазмы и пучка, соответственно, а Δ_p и Δ_b – их толщины. На рис. 1 приведена принципиальная схема плазменного черенковского излучателя, реализованная в экспериментах по плазменной СВЧ релятивистской электронике.

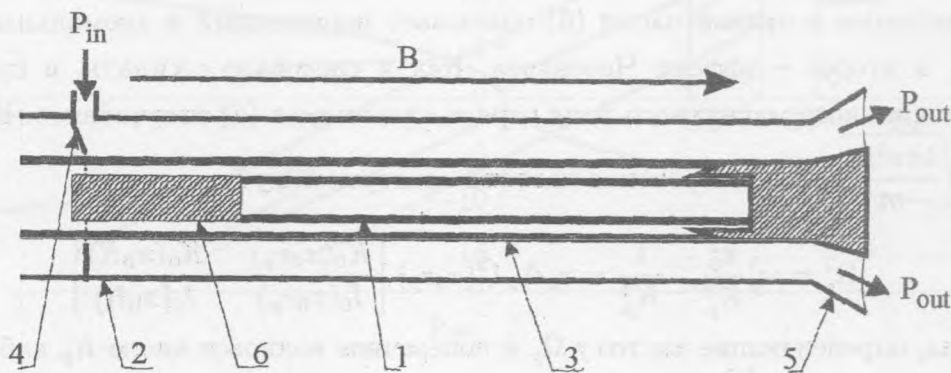


Рис. 1. Схема экспериментальной установки. 1 – электронный пучок, 2 – металлический волновод, 3 – плазменный слой, 4 – система ввода излучения, 5 – излучающий рупор, 6 – катод.

Одним из условий, позволивших существенно упростить задачу, является неравенство

$$\omega \ll \frac{c}{\Delta_p}. \quad (4)$$

В этом пределе, как показано теоретически в [5] и экспериментально в [4], частота возбуждаемой волны практически не зависит от магнитного поля и поэтому такую тонкую плазму можно описывать так, как если бы магнитное поле было бесконечным. Однако

для описания пучка с учетом эффектов Доплера такое приближение применять нельзя, поскольку они возможны только в конечном магнитном поле. Однако при условии

$$\left(\frac{n_b}{2n_p}\right)^{1/3} \frac{1}{\gamma} \ll 1 \tag{5}$$

пучок можно считать малым возмущением, и для решения задачи воспользоваться хорошо развитой в квантовой механике [9] теорией возмущений.

Опуская довольно громоздкие вычисления, выпишем основной результат линейной теории – дисперсионное уравнение, учитывающее взаимодействие низкочастотной кабельной (аксиально симметричной) волны плазменного волновода с трубчатым электронным пучком:

$$\omega^2 - \Omega_p^2 = G_{dp} \frac{\omega_p^2 \omega_b^2 \gamma^{-1}}{(\omega - K_z u)^2 - \frac{\Omega_z^2}{\gamma^2}} + G_{ch} \frac{\omega_p^2 \omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - K_z u)^2}. \tag{6}$$

Первое слагаемое в правой части (6) описывает нормальный и аномальный эффекты Доплера, а второе – эффект Черенкова. Как и следовало ожидать, в приближении бесконечно сильного магнитного поля первое слагаемое в (6) отсутствует. В уравнении

(6) $\omega_b = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_b}{m}}$ – ленгмюровская частота электронов пучка,

$$\Omega_p^2 = \omega_p^2 \frac{x_0^2}{K_p^2}, \quad \frac{1}{K_p^2} = r_p \Delta_p I_0^2(x_0 r_p) \left[\frac{K_0(x_0 r_p)}{I_0(x_0 r_p)} - \frac{K_0(x_0 R)}{I_0(x_0 R)} \right] \tag{7}$$

– величины, определяющие частоту Ω_p и поперечное волновое число K_p кабельной волны, причем $x_0^2 = K_z^2 - \frac{\Omega_p^2}{c^2}$, а

$$G_{dp} = x_0^2 \frac{r_b \Delta_b}{r_p \Delta_p K_p^2} \frac{I_1^2(x_0 r_b)}{I_0^2(x_0 r_p)} Q, \quad G_{ch} = x_0^2 \frac{r_b \Delta_b}{r_p \Delta_p K_p^2} \frac{I_0^2(x_0 r_b)}{I_0^2(x_0 r_p)}, \tag{8}$$

где $Q = \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \frac{\Omega_p}{K_z u}\right)$.

На основе численного решения уравнения (6) с учетом (7) и (8) проводился анализ пучково-плазменного взаимодействия в продольно ограниченной системе, результаты которого представлены на рис. 2 – 4. Здесь мы приведем лишь выражения для инкрементов нарастания возбуждаемой пучком кабельной плазменной волны и проведем качественный анализ задачи. Из (6) находим:

$$\omega \rightarrow \omega + \delta\omega = \Omega_p + \delta\omega,$$

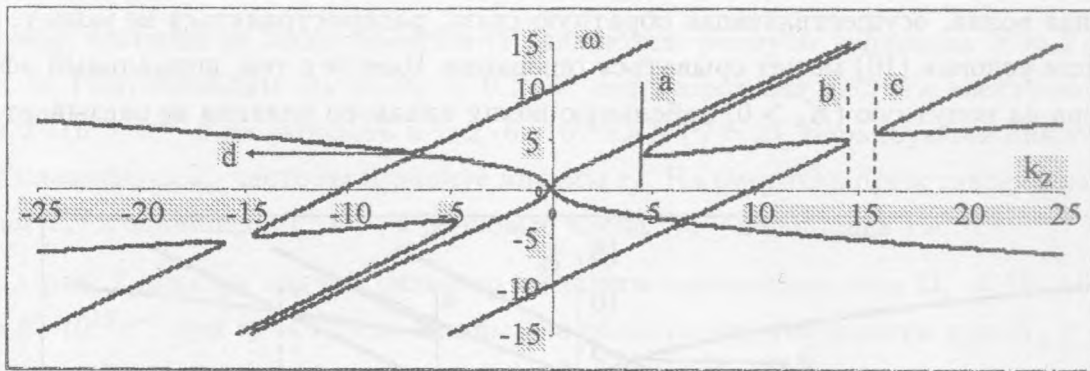


Рис. 2.

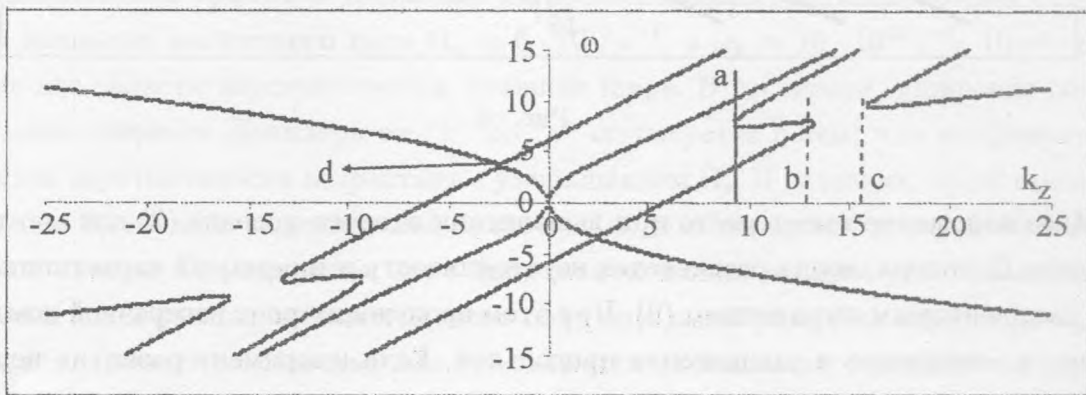


Рис. 3.

$$\delta\omega = \begin{cases} \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{G_{ch}\omega_p^2\omega_b^2}{\Omega_e\gamma^3} \right)^{1/3} & \text{— для эффекта Черенкова} \\ \frac{i}{2} \left(\frac{G_{dp}\omega_p^2\omega_b^2}{\Omega_p\Omega_e} \right)^{1/2} & \text{— для аномального эффекта Доплера.} \end{cases} \quad (9)$$

Еще раз отметим, что неустойчивость на эффекте Черенкова имеет место при выполнении резонансного условия (1), а на аномальном эффекте Доплера при выполнении второго условия (2). При выполнении первого условия (2) для нормального эффекта Доплера неустойчивость не имеет места: происходит лишь подавление встречной ($K_z < 0$) волны. Это означает, что в черенковском плазменном генераторе на кабельной волне при частоте

$$\Omega_p = \frac{\Omega_e}{2\gamma} \quad (10)$$

встречная волна, осуществляющая обратную связь, распространяться не может, а поэтому при условии (10) может срываться генерация. Вместе с тем, нормальный эффект Доплера на попутную ($K_z > 0$) кабельную волну никакого влияния не оказывает.

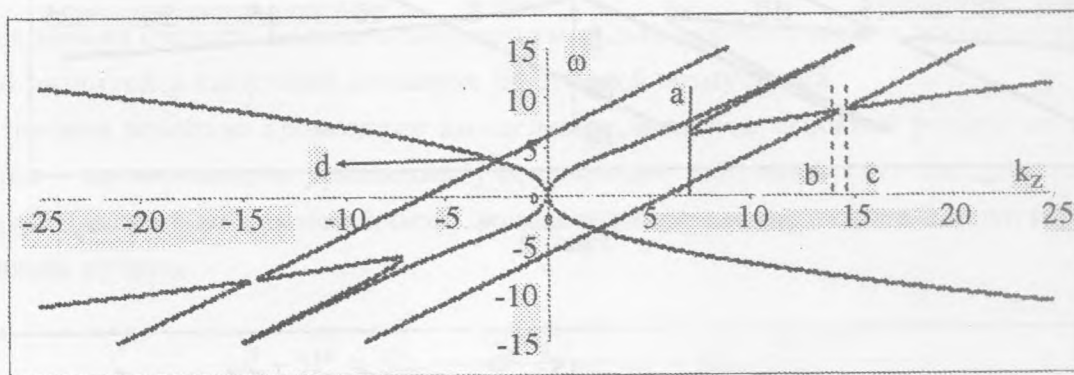


Рис. 4.

Иное положение имеет место при выполнении второго условия (2) для аномального эффекта Доплера, когда развивается неустойчивость и инкремент нарастания колебаний дается вторым выражением (9). При этом происходит рост поперечной компоненты скорости электронов и уменьшение продольной. Если инкремент развития неустойчивости на аномальном эффекте Доплера больше инкремента черенковской неустойчивости, т.е. когда второе выражение (9) преобладает над первым, то черенковская пучковая неустойчивость вообще не будет развиваться. Легко видеть, что это возможно только при относительно слабых магнитных полях. Но даже если это не выполняется и черенковская пучковая неустойчивость обладает большим инкрементом, то все равно неустойчивость на аномальном эффекте будет развиваться, поскольку она более коротковолновая и развитие длинноволновой черенковской неустойчивости ее не может подавить. Поэтому на поздних стадиях черенковская неустойчивость может сорваться вследствие развития более медленной аномально доплеровской неустойчивости. Это произойдет, если рост поперечной компоненты скорости пучка и уменьшение продольной компоненты приведет к существенному расплыванию пучка по скоростям и нарушению условия черенковского резонанса (1). Для черенковских источников СВЧ-излучения, как генераторов, так и усилителей, это окажется катастрофическим.

Перейдем к демонстрации сказанного на примерах численного решения дисперсионного уравнения (6). Они представлены на рис. 2 – 4. Неизменными параметрами

системы, взятыми из экспериментов [4], являются: радиусы волновода $R = 2$ см, пучка $r_b = 1$ см, толщины $\Delta_b = \Delta_p = 0.1$ см, ленгмюровская частота электронов пучка $\Omega_b = 2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ и их скорость $u = 2 \cdot 6 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$ ($\gamma = 2$). Варьируются циклотронная Ω_e и плазменная ω_p частоты и радиус плазмы r_p . На рисунках представлены зависимости $\omega(K_z)$ в единицах 10^{10} с^{-1} , а волновые числа K_z – в единицах см^{-1} .

На рис. 2 показан случай сильного внешнего магнитного поля $\Omega_e = 10 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$, а $\omega_p = 6 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ при $r_b = 1.1$ см. Видны две области неустойчивости при $K_z \geq 0$, ограниченные вертикальными прямыми $K_z = 0$, “а” и “б”, “с” (картина антисимметрична относительно начала координат): в области волновых чисел между $K_z = 0$ и прямой “а” неустойчивость обусловлена эффектом Черенкова, а в области между прямыми “б” и “с” – аномальным эффектом Доплера. На рис. 3 показана противоположная ситуация слабого внешнего магнитного поля $\Omega_e = 6 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$, а $\omega_p = 10 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Присутствуют тоже две области неустойчивости, ставшие шире. В частности, уширение области аномального эффекта Доплера от “б” до “с” согласуется с тем, что инкремент доплеровской неустойчивости возрастает с уменьшением Ω_e . В условиях, представленных на рис. 2 и 3, области черенковской и аномально доплеровской неустойчивостей по волновым числам K_z разведены, хотя инкременты их нарастания уже сравниваются. При дальнейшем уменьшении магнитного поля еще в два раза (без изменения ω_p) эти области перекрываются. Поэтому как это скажется на динамике черенковской неустойчивости (и даже в случае, представленном на рис. 3) можно установить только в рамках нелинейной теории.

Вместе с тем, легко указать путь подавления неустойчивости на аномальном эффекте Доплера. Для этого достаточно слегка развести в пространстве пучок и плазму. В случаях, представленных на рис. 2 и 3, пучок и плазма соприкасаются друг с другом. На рис. 4 проиллюстрирован тот же случай, что и на рис. 3, но только радиус плазмы увеличен всего на 1 мм, т.е. $r_p = 1.2$ см. Произошли существенные изменения: сузились обе области неустойчивости, но область аномального эффекта Доплера уменьшилась значительно, что обусловлено более высокой частотой излучения, а поэтому поле оказывается в большей степени локализованным в плазме. Таким образом, незначительным увеличением зазора между пучком и плазмой можно в принципе задавить неустойчивость на аномальном эффекте Доплера.

В заключение обсудим вопрос о роли аномального эффекта Доплера в характере развития черенковской пучковой неустойчивости. Как уже отмечалось выше, на частоте резонансного взаимодействия (2) при этом происходит подавление встречной

волны с $K_z < 0$. На рис. 2 – 4 частотная область такого подавления отмечена стрелкой “d”. Для возбуждаемой при черенковском резонансе кабельной плазменной волны это приводит к подавлению встречной волны в условиях, когда магнитное поле удовлетворяет равенству (10). Как видно из рис. 2 – 4 эта область во всех случаях весьма узкая ($\Delta\omega/\omega < 0.01$) и черенковская неустойчивость может быть подавлена в очень узкой области частот. Условие типа (10) для подавления генерации нежелательных мод колебаний в диэлектрическом резонаторе, пронизываемом релятивистским электронным пучком во внешнем продольном магнитном поле, было предложено впервые в работе [10] и впоследствии получило широкое распространение в релятивистской СВЧ-электронике.

Из проведенного выше анализа можно сделать следующие выводы:

1. Нормальный и аномальный эффекты Допплера существенно могут влиять на характер развития черенковской пучковой неустойчивости, а тем самым и на работу черенковских плазменных источников СВЧ-излучения (генераторов и усилителей) только в условиях умеренных магнитных полей, когда ларморовская частота электронов соизмерима с плазменной частотой.

2. Нормальный эффект Допплера при выполнении условия (10) может подавить встречную кабельную плазменную волну, отраженную от выходного торца источника СВЧ и тем самым сорвать генерацию, подавив обратную связь в генераторе СВЧ. Однако действие нормального эффекта Допплера проявляется в очень узкой области частот генерации вблизи частоты (10). На попутную волну, которая возбуждается пучком в широкой области частот, нормальный эффект Допплера воздействия не оказывает.

3. Аномальный эффект Допплера является одной из неустойчивостей пучково-плазменной системы и поэтому его воздействие на черенковскую неустойчивость может оказаться более драматичным. При аномальном эффекте Допплера происходит экспоненциальный рост поперечной компоненты скорости пучка, который может привести к полному срыву черенковской пучковой неустойчивости. В этом смысле аномальный эффект Допплера может существенно повлиять на работу плазменных источников СВЧ-излучения, как генераторов, так и усилителей.

Для получения полного количественного ответа на рассмотренные в настоящем сообщении вопросы требуется, однако, построение количественной нелинейной теории нормального и аномального эффектов Допплера.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Физика плазмы, **26**, N 3, 250 (2000).
- [2] Кузелев М. В., Лоза О. Т., Рухадзе А. А. и др. Физика плазмы, **27**, N 8, 710 (2001).
- [3] Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Стрелков П. С. Плазменная релятивистская СВЧ электроника, М., изд. МГТУ, 2002.
- [4] Стрелков П. С., Ульянов Д. К. Физика плазмы, **26**, N 4, 3296 (2000).
- [5] Карташов И. Н., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Физика плазмы, **30**, N 1, 60 (2004).
- [6] Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика, М., Наука, 1981, с. 503.
- [7] Кузелев М. В., Рухадзе А. А. В сб. Проблемы теоретической физики и астрофизики, к 70-летию В. Л. Гинзбурга, М., Наука, 1989, с. 70.
- [8] Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме, М., Наука, 1990.
- [9] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика, М., Наука, 1974.
- [10] Александров А. Ф., Кузелев М. В., Пыркина О. Е. ЖТФ, **55**, N 12, 2399 (1985).

Институт общей физики
им. А. М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 6 сентября 2004 г.