

УДК 537.61

ОБМЕННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ПОЛНЫЙ ПРОЦЕСС НАМАГНИЧИВАНИЯ МНОГОСПИНОВОГО НАНОКЛАСТЕРА Mn_4

А. К. Звездин

Теоретически исследован полный процесс намагничивания магнитного нанокластера Mn_4 , включающий в себя все его актуальные мультиплеты $S = 9/2, 11/2, 13/2, 15/2$, и получены формулы, позволяющие определить обменные константы кластера Mn_4 из соответствующих экспериментальных данных. Показано, что квантовые скачки намагниченности этого нанокластера находятся в области мегагауссовых полей. Замечательной особенностью рассматриваемого нанокластера Mn_4 , выделяющей его среди других многоспиновых молекул, является то, что его обменный гейзенберговский спин-гамильтониан допускает точную диагонализацию. Последнее обеспечивает надежную основу для сравнения теории и эксперимента и важно для разработки новых экспериментальных методик исследования высокоспиновых молекул.

Магнитные нанокластеры (другое популярное их название – магнитные молекулы), представляющие собой металлоорганические молекулы, в которых в качестве металлических ионов используются ионы переходных d -металлов Fe, Mn, Co, Ni и т.д. или редких земель, привлекают к себе большое внимание [1]. Их кратко обозначают как X_n , где $X = Fe, Mn$ и т.д., n – число X -ионов в молекуле, хотя это обозначение и не является достаточно полным и однозначным. Наиболее известны и исследованы нанокластеры $Mn_{12}, Fe_8, Fe_{10}, V_{15}, Fe_{30}$ и др. Магнитные нанокластеры называют также молекулярными или мезоскопическими магнитами, т.к. они занимают промежуточное положение

между ионами и атомами, обладающими спиновым моментом, и макроскопическими магнитными телами, характеризуемыми средним магнитным моментом единицы объема или намагниченностью.

Мезоскопические магниты обладают интересными квантовыми свойствами; такими как [2 – 4]: а) наличие квантовой петли гистерезиса у отдельной молекулы, б) макроскопическое квантовое туннелирование полного магнитного момента молекулы, в) эффекты квантовой интерференции при перемагничивании в поле, перпендикулярном легкой оси намагничивания (эффекты, связанные с Берри-фазой).

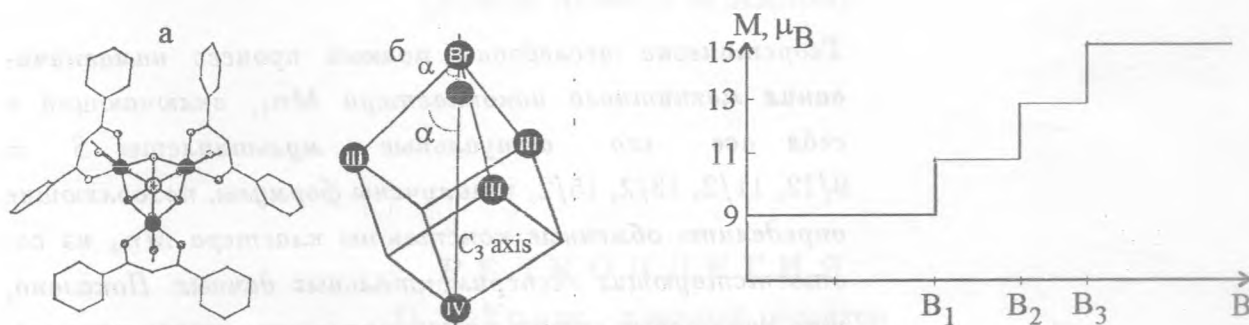


Рис. 1. Молекулярная структура нанокластера Mn_4 с формулой $Mn_4O_3Br(OAC)_3(dbm)_3$, где OAC – ацетатный ион, dbm – дибензойлметан (*dybenzoylmethane*) [8, 10]; а) вид сверху вдоль оси C_3 , Mn^{3+} ионы показаны черными кружками, ионы C и O – малыми серыми и черными кружками, большой серый кружок показывает ион Br , он закрывает собой ион Mn^{4+} ; б) вид сбоку (схематически).

Рис. 2. Кривая намагниченности и квантовые скачки в нанокластере Mn_4 (схематически).

С практической точки зрения они интересны как “крупноблочный строительный материал” для создания новых материалов и наноструктур. Их рассматривают также как перспективные объекты для квантовой информатики [5] и для магнитной холодильной техники [6]. Весьма интересны их свойства в области субмиллиметровых частот [7]. Среди большого разнообразия мезоскопических магнитов X_n весьма интересны нанокластеры с формулой $Mn_4O_3Br(OAC)_3(dbm)_3$ [8], где OAC – ацетатный ион, dbm – дибензойлметан (*dybenzoylmethane*) (см. рис. 1). Известно [8, 9], что эта молекула ведет себя при низких температурах как изолированный магнит с легкой осью вдоль C_3 оси и высотой энергетического барьера $1.25 \cdot 10^{-3}$ эВ.

Точечная группа симметрии молекулы Mn_4 есть (приближенно) C_{3v} . Согласно [8], антиферромагнитные взаимодействия трех ионов Mn^{3+} ($S = 2$) и Mn^{4+} ($S = 3/2$), расположенного на оси C_3 (проходящей через ионы Br), образуют “ферримагнитную” спиновую структуру со спинами $S = 9/2$ в основном состоянии. Первый возбужденный мультиплет $S = 7/2$ отделен от основного энергетической щелью $\Delta E_1 \approx 2.2 \cdot 10^{-2}$ эВ. Магнитные свойства кластера Mn_4 в основном состоянии (мультиплете) $S = 9/2$ исследовались в [9, 10].

В настоящем сообщении теоретически рассмотрен полный процесс намагничивания Mn_4 , включающий в себя все актуальные мультиплеты $S = 9/2, 11/2, 13/2, 15/2$, и получены формулы, позволяющие определить обменные константы кластера Mn_4 из соответствующих экспериментальных данных. Замечательной и редкой особенностью рассматриваемого здесь нанокластера Mn_4 , выделяющей его среди других многоспиновых молекул, является то, что его обменный гейзенберговский спин-гамильтониан допускает точную диагонализацию. Последнее обеспечивает надежную основу для сравнения теории и эксперимента и важно для разработки новых экспериментальных методик исследования высокоспиновых молекул.

Спиновый гамильтониан рассматриваемой молекулы Mn_4 в рамках модели Гейзенберга представим в следующем виде:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{exch} + \mathcal{H}_A, \quad (1)$$

где

$$\mathcal{H}_{exch} = J_1(\vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3)\vec{S}_4 + J_2(\vec{S}_1\vec{S}_2 + \vec{S}_1\vec{S}_3 + \vec{S}_2\vec{S}_3) + \mu_B B[g_1(\vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3) + g_2\vec{S}_4], \quad (2)$$

$\vec{S}_1, \vec{S}_2, \vec{S}_3, \vec{S}_4$ – спины ионов Mn^{3+} ($\vec{S}_1 = \vec{S}_2 = \vec{S}_3 = 2$) и Mn^{4+} ($\vec{S}_4 = 3/2$), g_1 и g_2 – их g -факторы, $J_1 > 0$ и $J_2 > 0$ – обменные константы, B – магнитное поле; \mathcal{H}_A – обменная энергия, которая для основного мультиплета ($S = 9/2$) может быть представлена в виде [9, 10]

$$\mathcal{H}_A = D \left[S_z^2 - \frac{1}{2}S(S+1) \right] + B_4^0 \hat{O}_4^0 + E(S_x^2 - S_y^2), \quad (3)$$

где, согласно [9, 10], $D = -62 \cdot 10^{-6}$ эВ, $B_4^0 = -6.3 \cdot 10^{-6}$ эВ, $|E| = 2.1 \cdot 10^{-6}$ эВ. Сравнение последних величин с приведенным выше значением энергии первого возбужденного мультиплета $\Delta E_1 \approx 2.2 \cdot 10^{-2}$ эВ показывает, что $\|\mathcal{H}_A\| \ll \|\mathcal{H}_{exch}\|$. Это означает,

что для расчета полной кривой намагничивания можно ограничиться обменным спин-гамильтонианом. Влияние магнитной анизотропии можно при необходимости учесть при помощи теории возмущений.

Для нахождения энергетического спектра обменного спин-гамильтониана \mathcal{H}_{exch} используем следующую схему сложения спиновых моментов:

$$\vec{S}_1 + \vec{S}_2 = \vec{S}_{12}, \quad \vec{S}_{12} + \vec{S}_3 = \vec{S}_0, \quad \vec{S}_0 + \vec{S}_4 = \vec{S}_t, \quad (4)$$

где \vec{S}_t – полный спин молекулы, \vec{S}_0 – полный спин ионов Mn^{3+} . Выбранная схема сложения спинов является не единственной – можно выбрать другие варианты: $\vec{S}_0 = \vec{S}_{13} + \vec{S}_2$ или $\vec{S}_0 = \vec{S}_{23} + \vec{S}_1$. Известно, что такой произвол не влияет на конечные результаты, поскольку для любой схемы связи пространство образующихся состояний образует полный набор [11, 12]. Нужно заметить, что обычно при сложении 4-х моментов используют попарную схему сложения, например, S_{12} и S_{34} . Нам из физических соображений (см. далее) удобнее выше указанная схема: “3 + 1”. Переход между различными схемами сложения производится при помощи коэффициентов Рака или 9j-символов Вигнера (коэффициентов Фано).

Соответствующие волновые функции, являющиеся собственными функциями операторов $S_1^2, S_2^2, S_{12}^2, S_3^2, S_0^2, S_4^2, S_t^2, S_{tz}$, имеют вид:

$$|S_1 S_2 (S_{12}) S_3 (S_0) S_4 S_t M\rangle = \sum_{m_0 m_4} \sum_{m_{12} m_3} \sum_{m_1 m_2} \cdot C_{S_0 m_0 S_4 m_4}^{S_t M} \cdot C_{S_{12} m_{12} S_3 m_3}^{S_0 m_0} \times \quad (5)$$

$$\times C_{S_1 m_1 S_2 m_2}^{S_{12} m_{12}} |S_4 m_4\rangle |S_1 m_1\rangle |S_2 m_2\rangle |S_3 m_3\rangle,$$

где $C_{S'm'S''m''}^{Sm}$ – коэффициенты Клебша–Гордана, S_{12} , согласно схеме сложения, принимает все целые числа от $|S_1 - S_2|$ до $|S_1 + S_2|$, т.е. от 0 до 4. Индексы $m_i (i = 0, 1, 2, 3, 4, 12)$ пробегает все целые (или полуцелые при $i = 4$) значения от $-S_i$ до S_i , при этом естественно нужно учитывать правило сложения m -индексов: $m_1 + m_2 = m_{12}$ и т.д. Допустимые значения S_0 следуют из табл. 1.

Из табл. 1 видно, что некоторые значения S_0 встречаются в разных комбинациях S_{12} и S_3 , т.е. им соответствуют различные волновые функции. Этот факт характеризуется фактором вырождения $K(S_0) = 2S_0 + 1$ при $S_0 \leq 2$ и $K(S_0) = 7 - S_0$ при $S_0 \geq 2$. Сложение моментов \vec{S}_0 и \vec{S}_4 характеризуется табл. 2.

Т а б л и ц а 1

Сложение моментов $\vec{S}_{12} + \vec{S}_3 = \vec{S}_0$

S_{12}	S_3	S_0
0	2	2
1	2	1, 2, 3
2	2	0, 1, 2, 3, 4
3	2	1, 2, 3, 4, 5
4	2	2, 3, 4, 5, 6

Т а б л и ц а 2

Сложение спинов $\vec{S}_0 + \vec{S}_4 = \vec{S}_t (S_4 = 3/2)$

S_0	S_t
0	3/2
1	1/2, 3/2, 5/2
2	1/2, 3/2, 5/2, 7/2
3	3/2, 5/2, 7/2, 9/2
4	5/2, 7/2, 9/2, 11/2
5	7/2, 9/2, 11/2, 13/2
6	9/2, 11/2, 13/2, 15/2

Состояния с заданным S_t имеют следующий фактор вырождения $Q(S_t)$:

S_t	1/2	3/2	5/2	7/2	9/2	11/2	13/2	15/2
$Q(S_t)$	2	4	4	4	4	3	2	1

Используя рассмотренную схему сложения спинов, нетрудно найти энергетический спектр гамильтониана \mathcal{H}_{exch} :

$$E(S_t, S_0, M) = \frac{J_1}{2} S_t(S_t+1) - \frac{J_1 - J_2}{2} S_0(S_0+1) + 2\mu_B B M - \frac{J_1}{2} S_4(S_4+1) - \frac{3}{2} J_2 S_1(S_1+1), \quad (6)$$

где предполагается, что $g_1 = g_2 = 2$. Различие g_1 и g_2 нетрудно учесть при необходимости по теории возмущений. Напомним, что квантовое число M принимает все полуцелые значения от $-S_t$ до S_t . Полагая $B = 0$ и нормируя энергию уровней на величину J_1 , получим

$$\frac{E_0}{J_1} = \epsilon_0(S_t, S_0) = \frac{1}{2}S_t(S_t + 1) - \frac{\gamma}{2}S_0(S_0 + 1) + \text{const}, \quad (7)$$

т.е. спектр, состоящий из 48 уровней, который полностью определяется безразмерным параметром $\gamma = \frac{J_1 - J_2}{J_1}$.

На этом этапе целесообразно обратиться к экспериментальным данным. Пользуясь табл. 2 и формулой (2), легко убедиться, что наблюдаемое основное состояние ($S_t = 9/2$) может быть реализовано в данной модели, если $\gamma > 0.75$. Действительно, при увеличении γ уровень $\epsilon(S_t = 9/2, S_0 = 6)$ последовательно пересекает уровни $\epsilon(S_t = 1/2, S_0 = 2)$, $\epsilon(S_t = 3/2, S_0 = 3)$, $\epsilon(S_t = 5/2, S_0 = 4)$, $\epsilon(S_t = 7/2, S_0 = 5)$ в точках $\gamma = 2/3, 7/10, 8/11, 3/4$. Поскольку предполагается, что $J_1 > 0$ и $J_2 > 0$, то область изменения γ ограничена отрезком $0.75 < \gamma < 1$.

Используя известное положение первого возбужденного мультиплета с $S = 7/2$ (не трудно убедиться, что ему соответствует $S_0 = 5$), получим дополнительное условие для определения обменных параметров J_1 и J_2 (или J_1 и γ):

$$\Delta E = -J_1 \left[\epsilon\left(\frac{9}{2}, 6\right) - \epsilon\left(\frac{7}{2}, 5\right) \right] = J_1 \left(-\frac{9}{2} + 6\gamma \right) = 2.2 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}. \quad (8)$$

Рассмотрим, принимая во внимание приведенные ранее данные об энергетическом спектре, кривую намагниченности обсуждаемой молекулы Mn_4 при $T = 0$. Из уравнения (6) следует, что основному состоянию системы соответствует $M = -S_t$. Очевидно, что с увеличением магнитного поля происходит последовательное пересечение уровней $S_t = 9/2 \rightarrow 11/2, 11/2 \rightarrow 13/2, 13/2 \rightarrow 15/2$. Значение квантового числа $S_0 = 6$, согласно табл. 2, не изменяется. Значения магнитных полей, при которых происходят эти пересечения уровней, легко находятся из формулы (6). Они равны последовательно:

$$\begin{aligned} \frac{9}{2} \rightarrow \frac{11}{2} & \quad B_1 = \frac{J_1 11}{4\mu_B}; \\ \frac{11}{2} \rightarrow \frac{13}{2} & \quad B_2 = \frac{J_1 13}{4\mu_B}; \\ \frac{13}{2} \rightarrow \frac{15}{2} & \quad B_3 = \frac{J_1 15}{4\mu_B}. \end{aligned} \quad (9)$$

В каждой точке пересечения происходит соответствующая смена основного состояния, сопровождаемая скачками магнитного момента молекулы $\Delta M = 2\mu_B$. Кривая намагничивания показана на рис. 2.

Измерив величину поля, при котором происходит первый скачок магнитного момента (или расстояние между соседними скачками), можно, пользуясь (9), определить

величину J_1 и после этого из уравнения (8) величину J_2 . Действительно, из (8) и (9) следует:

$$J_1 = \frac{4}{11} \mu_B B_1, \quad (10)$$

$$J_2 = \frac{1}{4} J_1 \frac{\Delta E}{6}. \quad (11)$$

Имея в виду, что параметр γ , как показано выше, изменяется в интервале (0.75, 1), можно оценить нижний предел для критических полей B_1, B_2 и B_3 :

$$B_1 > \frac{11 \Delta E}{18 \mu_B} = 231T, \quad B_2 > \frac{13 \Delta E}{18 \mu_B} = 273T, \quad B_3 > \frac{5 \Delta E}{6 \mu_B} = 315T.$$

Таким образом, эта экспериментальная проблема должна решаться с помощью техники мегатесла магнитных полей [13].

Изотермы намагничивания $M(B, T)$ при произвольных температурах вычисляются стандартным образом при помощи статистической суммы

$$Z = \sum_{S_0} K(S_0) \sum_{S_t} Q(S_t) \sum_M e^{\frac{\frac{1}{2} \gamma S_0(S_0+1) - \frac{1}{2} S_t(S_t+1) - bM}{\tau}}, \quad (12)$$

где факторы вырождения $K(S_0)$ и $Q(S_t)$ и параметр γ определены выше, $\tau = \frac{T}{J_1}$, $b = \frac{2\mu_B}{J_1}$. Магнитный момент системы определяется как

$$M = \frac{T}{Z} \frac{\partial Z}{\partial B} = g \mu_B \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial b}. \quad (13)$$

Конечно, при практических вычислениях изотерм $M(B, T)$ в актуальной области температур число слагаемых в (12) можно существенно уменьшить, используя свойства энергетического спектра молекулы (рис. 2).

При обсуждении мотивации работ по молекулярному магнетизму нанокластеров в качестве одного из аргументов часто приводят тезис о том, что нанокластеры, будучи мезоскопическими объектами, позволяют пролить свет на не вполне ясные вопросы перехода от квантовых закономерностей, характерных для атомов и молекул, к классическим – характерным для макроскопических тел. Исследованная в данной работе модель многоспинового нанокластера Mn_4 представляется весьма перспективной в этом отношении, т.к. она, будучи сравнительно простой и допускающей точную диагонализацию ее гамильтониана, является достаточно содержательной и богатой для описания интересных квантовых превращений, имеющих хорошо изученные аналоги в макроскопическом магнетизме. Так, классическим аналогом рассмотренных выше квантовых

скачков магнитного момента молекулы (рис. 2) является эффект разворота магнитных подрешеток (“spin flip”) в ферримагнетиках, индуцированный внешним магнитным полем [14]. Роль подрешеток в случае Mn_4 играют ионы Mn^{3+} и Mn^{4+} или их суммарные спины \vec{S}_0 и \vec{S}_4 ; аналогом полной намагниченности ферримагнетика является магнитный момент молекулы, равный $2\mu_B \vec{S}_t$.

Гамильтониан (2) допускает обобщение на произвольные спины S_i и S_4 ($i = 1, 2, 3$). Предельный переход к классике ($S_0 \sim S_4 \sim N \rightarrow \infty$) естественно производится при дополнительном предположении $J_1 N = \text{const}$. Последнее может быть интерпретировано как требование независимости от N обменного поля, действующего между подрешетками. Естественно и магнитные моменты нормировать так, чтобы $m_i = \frac{2\mu_B S_i}{N} = \text{const}$, были аналогами намагниченности подрешеток. Тогда картина перехода от “ферримагнитной” спиновой структуры с $S_t = |S_0 - S_4|$ к “ферромагнитной” ($S_t = S_0 + S_4$) выглядит также, как и выше (рис. 2), но число и амплитуда скачков стремятся с увеличением N , соответственно, к ∞ и 0, т.е. переход становится квазинепрерывным. Каждому скачку ($S_t \rightarrow S_t + 1$) соответствует величина поля, при котором происходит пересечение $E(S_t)$ и $E(S_t + 1)$ уровней, т.е. $B_{S_t, S_t+1} = \frac{J_1(S_t+1)}{2\mu_B}$. Отсюда следует, что критические поля, которым соответствует начало и конец процесса переориентации спинов, равны

$$B_{c1} = \frac{J_1(S_0 - S_4 + 1)}{2\mu_B} = \lambda|m_0 - m_4| + Q\left(\frac{1}{N}\right), \quad (14)$$

$$B_{c2} = \frac{J_1(S_0 + S_4)}{2\mu_B} = \lambda(m_0 + m_4), \quad (15)$$

где $\lambda = \frac{J_1 N}{(2\mu_B)^2}$ – известная в теории ферримагнетизма константа молекулярного поля.

Формулы (14, 15) совпадают с таковыми из теории спин-флипа в макроскопических ферримагнетиках [14] (вторая (15) совпадает точно, а первая (14) – с точностью до слагаемого порядка $1/S$). Естественно, что эта квантовая поправка к классической формуле стремится к 0 с ростом величины спина. Но для нанокластеров с небольшим значением спина в основном состоянии различие между квантовым и классическим описанием в этом отношении является существенным. Можно сказать, это различие обусловлено квантовыми флуктуациями спинов в окрестности критических полей. Они максимальны в районе B_{c1} и близки к 0 в районе B_{c2} .

Квантовые флуктуации важны также для рассмотрения вопроса о величине магнитных моментов спиновых подсистем (в данном случае ионов Mn^{3+} и Mn^{4+}). В классической теории предполагается, что магнитные моменты подрешеток являются постоянными величинами. Квантово-механическое рассмотрение показывает, что здесь имеет

место квантовое сокращение величин подрешеток, особенно сильное вблизи B_{c1} . В работе [15] это доказано для нанокластера Mn_{12} на основе теории возмущений. Желательно проделать это и для Mn_4 , что будет представлено в будущих публикациях.

Отметим еще одно интересное отличие спиновых превращений в “ферримагнитном” нанокластере от таковых в макроскопических ферримагнетиках. Последние рассматриваются как кооперативные фазовые переходы 2-го рода [14] с соответствующими критическими аномалиями, в то время как первые суть квантовые превращения, происходящие в одной молекуле. Возможно, что роль теоретических флуктуаций параметра порядка в квантовом случае играют квантовые флуктуации спинов, на что обращалось внимание (для случая нанокластеров типа Mn_{12} и Fe_8) в работах [16], которые, однако, выполнены в модели гигантского спина, т.е. в сильно сокращенном гильбертовом пространстве. Рассмотренная в данной работе модель многоспиновой системы с магнитным превращением интересна и в этом отношении, как допускающая точное решение в полном гильбертовом пространстве системы.

Наконец, отметим еще один важный вопрос, который заслуживает изучения в рамках данной модели. Известно, что энергия химической связи в молекулах зависит от спинового состояния. В данном случае магнитное поле, изменяя спиновое состояние, влияет и на химическую связь молекулы и, таким образом, на ее конфигурацию. В свою очередь, изменение конфигурации влияет на критические поля спиновых превращений. В макроскопическом магнетизме этот вопрос обсуждается в терминах магнитострикции. В молекулярном магнетизме ситуация может быть более разнообразной и богатой. Отметим в связи с этим работу [17], в которой исследован эффект понижения конфигурационной симметрии нанокластера в ситуации с вырожденным по спину основным состоянием.

Работа поддержана проектами РФФИ (02-02-17389), INTAS (03-51-4943) и Интеграция (Б-0056).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Magnetoscience—From Molecules to Materials. Mueller and Drillon, editors. Willey VCH Verlag GmbH, 2000.
- [2] Chudnovsky E. M. and Tejada J. Macroscopic Quantum Tunneling of the magnetic moment, Cambridge Uni. Press, 1998.
- [3] Tupitsin I. and Barbara B. Quantum tunneling of magnetization in molecular complexes with large spin, effect of the environment. In Mueller and Drillon,

- editors, Magnetoscience—From molecules to Materials. Willey VCH Verlag GmbH, 2000; Friedman J. R., Sarachik M. P., Tejada J., and Ziolo R. Phys. Rev. Lett., **76**, 3830 (1996); Thomas L., Lionti F., Ballou R., et al. Nature, **383**, 145 (1996); Dobrovitski V. V. and Zvezdin A. K. Europhys. Lett., **38**(5), 377 (1997); Gunther L. Europhys. Lett., **39**, 1 (1997).
- [4] Carg A. Europhys. Lett., **22**, 205 (1993); Wernsdorfer W. and Sessoli R. Science, **284**, 133 (1999).
- [5] Loss D. and Di Vincenzo D. P. Phys. Rev., **57** A, 120 (1998); Tejada J. and Chudnovsky E. Nanotechnology, **12**, 181 (2001); Звездин А. К., Плехов Д. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 12, 18 (2003).
- [6] Spichkin Yu. I., Zvezdin A. K., Gubin S. P., Mischenko A. S., and Tishin A. M. J. Phys. D: Appl. Phys., **34**, No. 8, 1162 (2001).
- [7] Mukhin A. A., Travkin V. D., Zvezdin A. K., et al. Europhys. Lett., **44**(6), 778 (1998); Mukhin A. A., Travkin V. D., Zvezdin A. K., et al. Physica B, **284**, 1221 (2000); Mukhin A. A., Prokhorov A. S., Gorshunov B. P., et al. Uspekhi Fiz. Nauk, **172**(11), 1306 (2002).
- [8] Wong S. et al. Inorg. Chem., **35**, 7578 (1996).
- [9] Andes H. et al. J. Am. Chem. Soc., **122**, 12469 (2000).
- [10] Sieber A., Chaboussant G., Bircher R., et al. cond-mat/0407235.
- [11] Варшалович Д. А., Москалев А. Н., Херсонский В. К. Квантовая теория углового момента, Ленинград, Наука, 1975.
- [12] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика, М., 1963.
- [13] Zvezdin A. K., Kostyuchenko V. V., Platonov V. V., et al. Uspekhi Fiz. Nauk, **172**(11), 1303 (2002); Platonov V. V., Tatsenko O. M., Plis V. I., et al. Phys. Solid. State, **44**, 2104 (2002); Kostyuchenko V. V., Markevtsev I. M., Philippov A. V., et al. Phys. Rev. B, 2003.
- [14] Zvezdin A. K. Field-induced phase transitions in ferrimagnets, in: Handbook of Magnetic Materials ed. K. H. J. Buschow, **9**, 405 (1995); Белов К. П., Звездин А. К., Кадомцева А. М., Левитин Р. З. Спин-переориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. М., Наука, 1979.
- [15] Zvezdin A. K., Dobrovitskii V. V., Harmon B. N., et al. J. Appl. Phys., **85**(8), Part 2A APR 15, 4530 (1999); Zvezdin A. K., Dobrovitskii V. V., Harmon B. N., and Katsnelson M. I. Phys. Rev., B **58**, n 22, R14733.

- [16] Zvezdin A. K. and Popov A. I. JETP, **82**(6), 1140 (1996);
Zvezdin A. K., Ovchinnikov A. S., Plis V. I., and Popov A. I.
JETP, **82**(5), 939 (1996).
- [17] Popov A. I., Plis V. I., Popkov A. F., and Zvezdin A. K. Phys. Rev.,
B **69**, 104418 (2004). <http://www.vjnano.org>.

Институт общей физики
им. А. М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 1 октября 2004 г.