

УДК 533.95

ДВУМЕРНЫЕ ПЫЛЕВЫЕ КЛАСТЕРЫ ВБЛИЗИ ПРОВОДЯЩЕЙ СТЕНКИ

Д. Н. Клочков, Н. Г. Гусейн-заде, А. М. Игнатов

Рассматривается поведение двумерного плоского слоя заряженных частиц, левитирующих над горизонтально расположенным проводящим электродом в потоке ионов плазмы. Показано, что сложный потенциал взаимодействия между частицами, полученный в работе [1], не способен привести к образованию дыры (void).

Недавно в работе [1] было проанализировано взаимодействие между заряженными наночастицами, левитирующими над горизонтально расположенным проводящим электродом в потоке ионов плазмы. Был получен потенциал взаимодействия для двух частиц, расположенных на одной высоте над электродом, и показано, что для некоторых значений внешних параметров отталкивание между одноименно заряженными частицами может смениться притяжением на определенном расстоянии. Там же было высказано предположение, что столь сложное поведение потенциала могло бы приводить к появлению пустоты (void) – области, свободной от пылевых частиц, в двумерном слое, состоящем из нескольких сотен частиц.

Цель данной работы – анализ поведения двумерного пылевого кластера и проверка предположений, высказанных в работе [1].

Будем исходить из уравнений движения для N частиц одинаковой массы M и заряда Q , движущихся в плоскости XU

$$\dot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{v}_i, \quad \dot{\mathbf{v}}_i = -\nu \mathbf{v}_i - \frac{Q^2}{M} k_D \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_i} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N w(r_{ij}). \quad (1)$$

Здесь k_D – обратный дебаевский радиус, $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i)$ и

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}. \quad (2)$$

Точка означает дифференцирование по времени t . Член $-\nu \mathbf{v}_i$ в уравнении описывает трение пыли о газ. Введем безразмерные величины $\rho_{ij} = k_D r_{ij}$, $(\tilde{x}, \tilde{y}) = k_D(x, y)$, а также τ , $u_{i\xi}$ и \tilde{v} :

$$t = \sqrt{\frac{M}{k_D}} \frac{\tau}{Q k_D}, \quad v_{i\xi} = Q \sqrt{\frac{k_D}{M}} u_{i\xi}, \quad \tilde{v} = \sqrt{\frac{M}{k_D}} \frac{\nu}{Q k_D}. \quad (3)$$

Здесь $\xi = x, y, z$.

Тогда безразмерные уравнения примут вид

$$\tilde{x}'_i = u_{ix}, \quad u'_{ix} = -\tilde{v} u_{ix} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{\tilde{x}_i - \tilde{x}_j}{\rho_{ij}} \frac{d}{d\rho_{ij}} w(\rho_{ij}), \quad (4)$$

$$\tilde{y}'_i = u_{iy}, \quad u'_{iy} = -\tilde{v} u_{iy} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{\tilde{y}_i - \tilde{y}_j}{\rho_{ij}} \frac{d}{d\rho_{ij}} w(\rho_{ij}). \quad (5)$$

Штрих означает дифференцирование по τ . Потенциал взаимодействия, полученный в работе [1], имеет вид

$$w(\rho_{ij}) = 2 \int_0^{\infty} q_{\perp} dq_{\perp} J_0(q_{\perp} \rho_{ij}) \frac{e^{-\kappa a}}{\kappa^2 + q^2} [\kappa \sinh(\kappa a) + q \sin(qa)]. \quad (6)$$

Здесь

$$q^2 = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(q_{\perp}^2 + 1 - \mu^2)^2 + 4\mu^2 q_{\perp}^2} - q_{\perp}^2 + \mu^2 - 1 \right], \quad (7)$$

$$\kappa^2 = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(q_{\perp}^2 + 1 - \mu^2)^2 + 4\mu^2 q_{\perp}^2} + q_{\perp}^2 - \mu^2 + 1 \right], \quad (8)$$

$q_{\perp} = k_{\perp}/k_D$ – безразмерный поперечный волновой вектор, $\mu = \omega_{Li}/k_D u$ – обратное число Маха для потока ионов и $a = k_D z_0$ – безразмерное расстояние до электрода.

Асимптотическое поведение подынтегральной функции в (6) при $q_{\perp} \rightarrow \infty$ имеет вид $\sim J_0(q_{\perp} \rho_{ij})$. Это приводит к расходимости интеграла (6), зависящего от параметра ρ_{ij} , при $\rho_{ij} \rightarrow 0$ как $1/\rho_{ij}$, и делает невозможным перестановку операций дифференцирования по параметру и интегрирования. Для устранения последнего выделим в интеграле расходящуюся при $\rho_{ij} \rightarrow 0$ часть и преобразуем его к виду

$$w(\rho_{ij}) = \frac{1}{\rho_{ij}} + \int_0^{\infty} J_0(q_{\perp} \rho_{ij}) \left[\frac{\kappa q_{\perp}}{\sqrt{(q_{\perp}^2 + 1 - \mu^2)^2 + 4\mu^2 q_{\perp}^2}} - 1 \right] dq_{\perp} +$$

$$+ \int_0^{\infty} q_{\perp} dq_{\perp} J_0(q_{\perp} \rho_{ij}) \frac{2qe^{-\kappa a} \sin(qa) - \kappa e^{-2\kappa a}}{\sqrt{(q_{\perp}^2 + 1 - \mu^2)^2 + 4\mu^2 q_{\perp}^2}}. \quad (9)$$

Асимптотическое поведение подынтегральной функции в первом интеграле (9) при $q_{\perp} \rightarrow \infty$ имеет вид $-(0.5 + \mu^2)J_0(q_{\perp} \rho_{ij})q_{\perp}^{-2} + O(q_{\perp}^{-4})J_0(q_{\perp} \rho_{ij})$. Теперь мы можем получить выражение для силы

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \rho_{ij}} w(\rho_{ij}) = & -\frac{1}{\rho_{ij}^2} - \frac{1}{\rho_{ij}} \int_0^{\infty} J_0(q_{\perp} \rho_{ij}) \frac{d}{dq_{\perp}} \left[\frac{\kappa q_{\perp}^2}{\sqrt{(q_{\perp}^2 + 1 - \mu^2)^2 + 4\mu^2 q_{\perp}^2}} - q_{\perp} \right] dq_{\perp} - \\ & - \int_0^{\infty} q_{\perp}^2 dq_{\perp} J_1(q_{\perp} \rho_{ij}) \frac{2qe^{-\kappa a} \sin(qa) - \kappa e^{-2\kappa a}}{\sqrt{(q_{\perp}^2 + 1 - \mu^2)^2 + 4\mu^2 q_{\perp}^2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Подынтегральное выражение в первом интеграле силы (10) при $q_{\perp} \rightarrow \infty$ ведет себя $\sim J_0(q_{\perp} \rho_{ij})q_{\perp}^{-2}$, поэтому в таком виде является приемлемым для численной реализации.

При $\rho_{ij} \rightarrow 0$ главный член силы (10) ведет себя как $-\rho_{ij}^{-2}$, так что на малых расстояниях всегда имеет место отталкивание, в то время как на больших расстояниях знак силы может быть любой.

Перейдем к рассмотрению результатов численного моделирования. Во всех случаях начальные значения координат и скоростей задавались случайным образом.

Выделяются три различных случая взаимодействия между пылинками. Для дозвукового потока $\mu > 1$ асимптотика силы взаимодействия между двумя пылинками имеет вид [1]:

$$F(\rho) \sim -\frac{6a\mu}{\mu^2 - 1} \sin\left(a\sqrt{\mu^2 - 1}\right) \rho^{-4}, \quad \rho \rightarrow \infty. \quad (11)$$

В зависимости от знака \sin имеет место либо отталкивание, либо притяжение на бесконечности.

Рассмотрим первый случай, когда имеет место асимптотическое отталкивание на бесконечности. На рис. 1 приведена картина эволюции кластера для $\mu = 2$, $a = 4$, когда притяжение между частицами имеет место только в интервале $1.4 < \rho < 4.3$. Поэтому в этом случае образуются мелкие кластеры, расстояние между частицами в которых порядка $\rho \sim 1$, а сам размер кластера не превосходит величины $\rho \simeq 4.3$. Внутри кластеров имеет место притяжение между частицами, в то время как сами кластеры отталкиваются, что приводит к их разбеганию. Это наглядно проявляется на эволюции средней кинетической энергии $\langle E \rangle$, приходящейся на одну частицу.

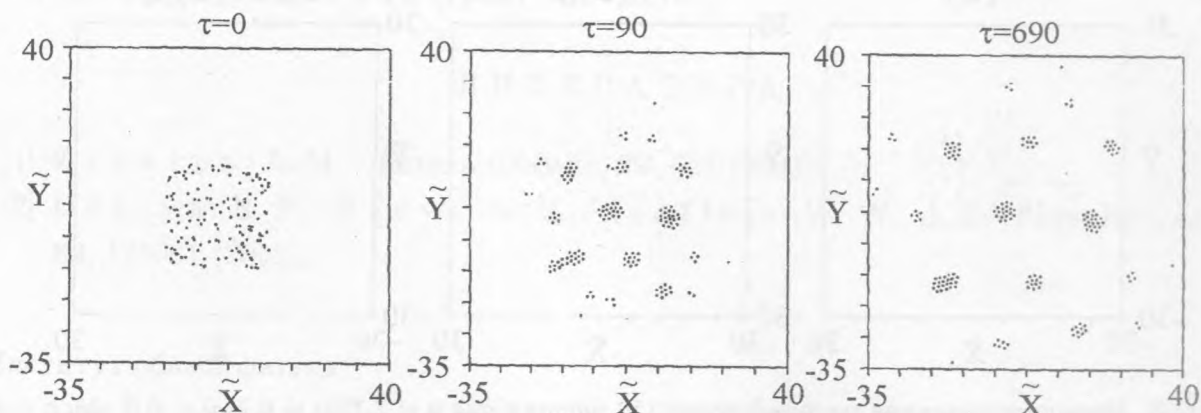


Рис. 1. Пространственное распределение 150 частиц для $a = 4$, $\mu = 2$, $\tilde{\nu} = 0.2$ при $\tau = 0, 90$ и 690 .

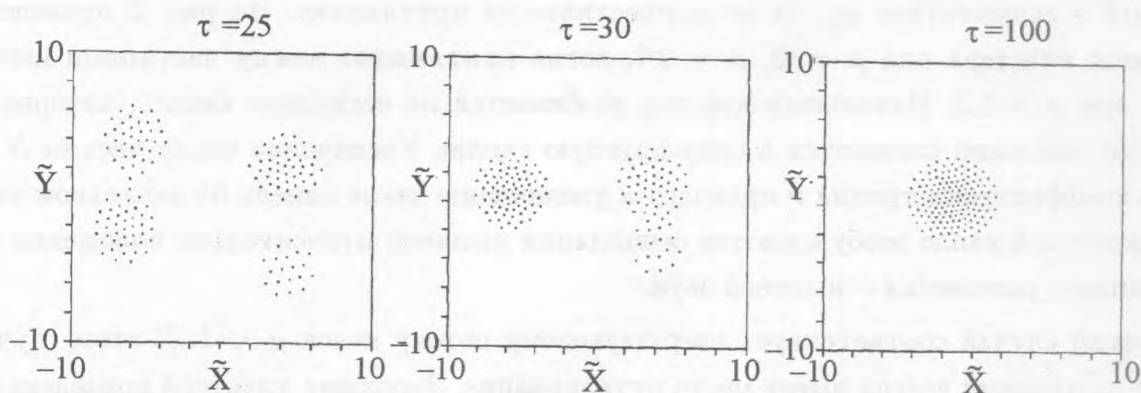


Рис. 2. Пространственное распределение 150 частиц для $a = 2.7$, $\mu = 2$, $\tilde{\nu} = 0.75$ при $\tau = 25, 30$ и 100 .

Так, на стадии образования кластеров $\langle E \rangle$ уменьшается по экспоненциальному закону, в то время как на стадии их разбегания проявляется более слабый закон, который можно приближенно оценить выражением

$$\langle E \rangle \sim \frac{F^2(R)}{\tilde{\nu}^2} \sim R^{-8}. \quad (12)$$

Здесь сила $F(R) = dw(R)/dR$ берется на характерном расстоянии R между кластерами, которое увеличивается с течением времени. Таким образом, процесс разбегания быстро тормозится, $R \sim \tau^{1/5}$.

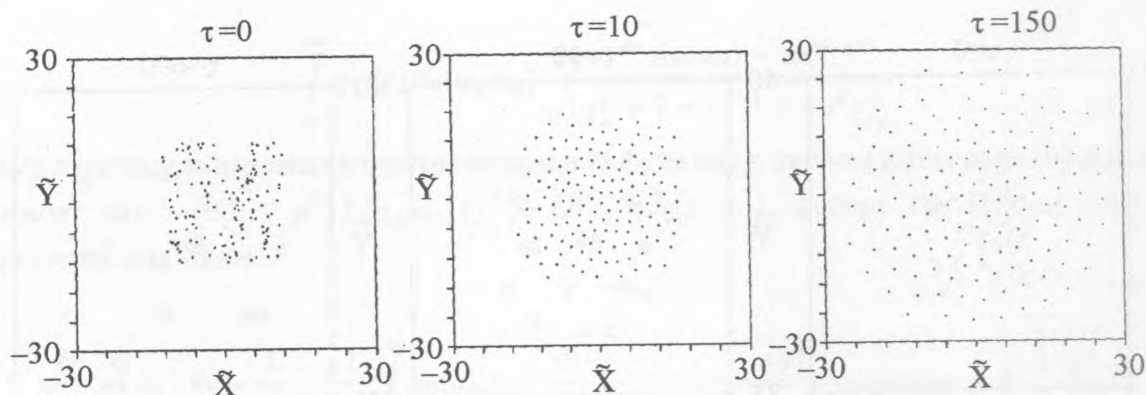


Рис. 3. Пространственное распределение 150 частиц для $a = 2.7$, $\mu = 0.7$, $\tilde{\nu} = 0.5$ при $\tau = 0$, 10 и 150.

Второй случай соответствует дозвуковому потоку ионов $\mu > 1$, когда между пылинками в асимптотике $\rho_{ij} \rightarrow \infty$ осуществляется притяжение. На рис. 2 приведена эволюция кластера для $\mu = 2$, $a = 2.7$, когда притяжение между частицами имеет место при $\rho > 1.2$. Начальный кластер разбивается на несколько капель, которые в процессе эволюции сливаются в одну круглую каплю. Увеличение числа частиц N , а также коэффициента трения $\tilde{\nu}$ приводит к увеличению числа капель на начальном этапе. В конечной капле возбуждаются осцилляции пылинок относительно положения их устойчивого равновесия – пылевой звук.

Третий случай соответствует сверхзвуковому потоку ионов $\mu < 1$. В этом случае между пылинками всегда имеет место отталкивание. Эволюция кластера приведена на рис. 3. Формируется круглое пылевое облако, раздувающееся со временем.

В реальных экспериментах присутствует слабое удержание пыли небольшим внешним потенциалом. Введение такого внешнего потенциала в численном моделировании не изменит качественно результаты, за исключением одного – в первом и третьем случаях приведет к сдерживанию разбегания кластеров или кластера.

Проведенные вычисления при большем числе частиц ($N = 500, 1000$) не привели к качественно новым эффектам. Таким образом, небольшие по размеру кластеры ($N \sim 100$) прекрасно описывают поведение больших систем.

Численное моделирование показало, что сложное поведение потенциала взаимодействия (6) между пылинками не способно объяснить возникновение void, наблюдаемого в эксперименте [2]. Для объяснения этого явления необходимо привлекать более сложные модели, в частности, учитывающие неоднородность плазмы.

Работа поддержана РФФИ (грант 05-02-16796).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] И г н а т о в А. М. Физика плазмы, **29**, 325 (2003).
- [2] D a h i y a R. P., P a e v a G. V., S t o f f e l s W. W., et al. Phys. Rev. Lett., **89**, 125001 (2002).

Институт общей физики
им. А.М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 29 апреля 2005 г.