УДК 537.523

НЕКОТОРЫЕ СЛЕДСТВИЯ ИЗ ТЕОРИИ РАЗМЕРНОСТИ ДЛЯ ИМПУЛЬСНЫХ СИЛЬНОТОЧНЫХ РАЗРЯДОВ В НЕОГРАНИЧЕННОМ ПЛОТНОМ ГАЗЕ

У. Юсупалиев

На основе экспериментальных данных и теории размерности определена зависимость обобщенной начальной скорости расширения канала сильноточных разрядов, обладающих цилиндрической симметрией, в плотном неограниченном газе, от обобщенной переменной. Такая зависимость удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными, полученными рядом исследователей в разное время. Исходя из теории размерности, найдены также формулы для температуры плазмы и скорости расширения разрядного канала с точностью до численного коэффициента порядка единицы, полученные ранее на основе автомодельной теории таких разрядов в неограниченном газе.

В работе [1] на основе теории подобия и размерности, а также опытных данных установлены следующие обобщенные переменные $\Xi = UFB/(l_0A^2)$ и $\tau = t/(LC)$ для импульсных сильноточных разрядов (ИСР) в плотном неограниченном газе, где

$$A = \pi \cdot p_\infty \left[\left(\frac{\gamma_d}{\gamma_d - 1}\right) \cdot \left(\frac{\gamma_\infty - 1}{\gamma_\infty + 1}\right) - \left(\frac{\gamma_\infty}{\gamma_\infty - 1}\right) + \frac{1}{\theta_\infty} \cdot \left(\sum_{j=1}^{n} D_j\beta_j + \sum_{i=1}^{m} I_i\mu_i\right)\right];$$

$$B = \pi\rho_\infty \left[\left(\frac{\gamma_d}{\gamma_d - 1}\right) \cdot \left(\frac{\gamma_\infty + 1}{2}\right) + \frac{1}{2}\right].$$

Здесь t – текущее время; U – напряжение на разрядном промежутке; F – скорость нарастания разрядного тока; L и C – индуктивность и емкость разрядного контура; l_0 –

длина разрядного промежутка; γ_d – показатель адиабаты плазмы разрядного канала; p_∞, ρ_∞, θ_∞ и γ_∞ – давление, плотность, температура и показатель адиабаты окружающего разряд газа соответственно (температура в энергетических единицах $\theta_\infty = kT_\infty$, k – постоянная Больцмана); I_i и μ_i – потенциал ионизации и доля i-го сорта атомов окружающего разряд газа; D_j и β_j – потенциал диссоциации и доля j-го сорта молекул окружающего разряд газа. Для начальной стадии развития разряда ($\tau << 1$) показано, что радиус разрядного канала пропорционален τ и скорость его расширения V_P постоянна, что в действительности наблюдается на опыте [2 – 8]. Однако в работе [1] не определена зависимость обобщенной скорости расширения разрядного канала $u_P = \sqrt{C_0} \cdot (V_P/c_\infty)$ от Ξ, где

$$C_0 = \frac{\left[\left(\frac{\gamma_d}{\gamma_d - 1}\right) \cdot \left(\frac{\gamma_\infty + 1}{2}\right) + \frac{1}{2}\right] \gamma_\infty}{\left[\left(\frac{\gamma_d}{\gamma_d - 1}\right)\left(\frac{\gamma_\infty - 1}{\gamma_\infty + 1}\right) - \left(\frac{\gamma_\infty}{\gamma_\infty - 1}\right) + \left(\frac{1}{\theta_\infty}\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} D_i \beta_i + \sum_{j=1}^{m} I_j \mu_j\right)\right]},$$

c_∞ – скорость звука в окружающем газе. Данная работа посвящена определению зависимости $u_P = f(\Xi)$ на основе теории размерности, а также другим следствиям этой теории для ИСР.

1. Для определения конкретного вида функции $f(\Xi)$ при $\tau < 1$ применим теорию размерности. При этом рассмотрим два предельных случая: $\Xi << 1$ и $\Xi >> 1$.

В случае $\Xi << 1$ из анализа опытных данных следует, что значение V_P кроме величин t, C и L определяется еще и величинами UF/l_0 и A. Поэтому для V_P при фиксированном $\tau_0 < 1$, согласно теории размерности [9], можно написать:

$$V_P = [k_0(UF)/l_0]^\alpha \cdot A^\beta, \tag{1}$$

где k_0 – безразмерный коэффициент, величина которого определяется из опытных данных. Составим уравнение размерностей относительно α и β для выражения (1)

$$(LT^{-1}) = (LMT^{-4})^\alpha \cdot (MT^{-2}L^{-1})^\beta. \tag{2}$$

Отсюда находим $\alpha = 1/2$ и $\beta = -(1/2)$. Итак, при $\Xi << 1$ и $\tau < 1$ для скорости расширения получим следующую формулу:

$$V_P = \sqrt{(k_0 UF)/(l_0 A)}. \tag{3}$$

Из опытных данных, представленных на рис. 1, следует, что $k_0 \approx 0.5$.

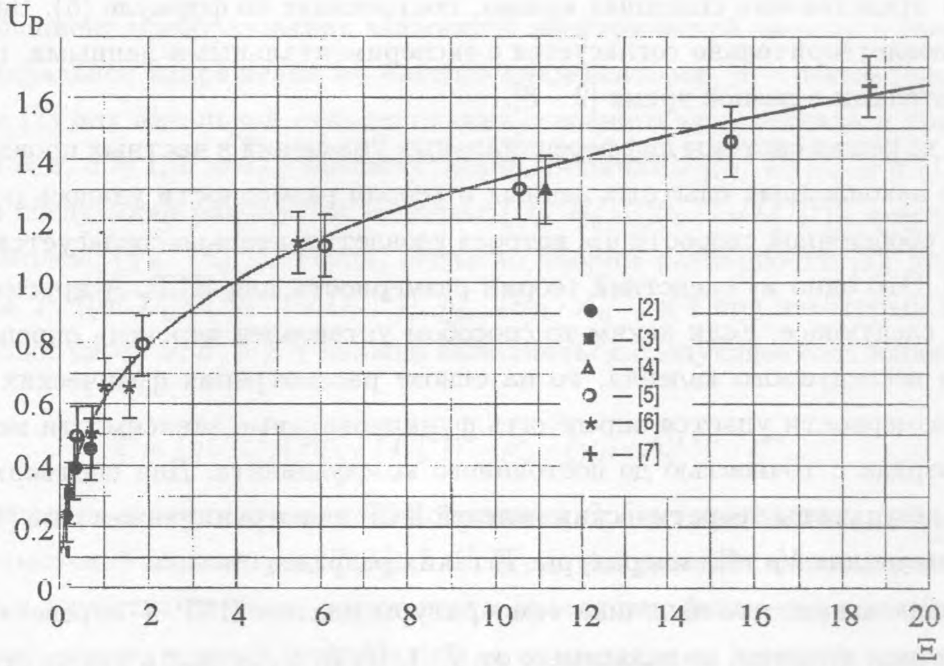

Рис. 1. *Зависимость обобщенной безразмерной скорости расширения разрядного канала u_P от обобщенной безразмерной переменной Ξ. Литературные источники приведены на рисунке. Кривая построена по формуле (6).*

При $\Xi >> 1$ опытные данные показывают, что значение V_P определяется величинами UF/l_0 и B. Теория размерности в этом случае дает следующую формулу для V_P:

$$V_P = \sqrt[4]{(k_0UF)/(l_0B)}. \tag{4}$$

Из данных рис. 1 следует, что $k_0 \approx 0.5$. Из асимптотических формул (3) и (4) следует, что зависимость скорости расширения разрядного канала V_P от Ξ можно представить в виде:

$$V_P = \sqrt{z_0 \cdot (\sqrt{1 + d_0 \cdot \Xi} - 1)}, \tag{5}$$

где z_0, d_0 – неизвестные величины, которые определяются из сравнения асимптотики (3) с (5) при $\Xi << 1$ и асимптотики (4) с (5) при $\Xi >> 1$. Такое сравнение дает: $z_0 = A/(2B)$, $d_0 = 2$.

Тогда обобщенная функция $u_P = f(\Xi)$ имеет вид:

$$u_P = \sqrt{0.5 \cdot (\sqrt{1 + 2 \cdot \Xi} - 1)}. \tag{6}$$

На рис. 1 представлена сплошная кривая, построенная по формуле (6). Видно, что эта кривая удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными, полученными исследователями в разное время [2 – 8].

Итак, не решая системы дифференциальных уравнений в частных производных [2, 3], на основе накопленных опытных данных и теории размерности удалось получить формулу для обобщенной скорости u_P, которая удовлетворительно согласуется с опытными данными. Это одно из следствий теории размерности для ИСР. А другим следствием является следующее. Если каким-то способом установлен перечень определяющих параметров исследуемого явления, то на основе рассмотрения физических процессов и теории размерности удается определить функциональные зависимости между параметрами разряда с точностью до постоянного коэффициента. Для подтверждения этого получим результаты теоретических моделей ИСР в неограниченном газе [3, 10], а именно – формулы для V_P и температуры T таких разрядов.

2. Предположим, что величина температуры плазмы ИСР T определяется следующим перечнем величин, не зависимых от T: t, U, L, C, l_0, ρ_∞, а также теплоемкостью плазмы разряда A_0 и коэффициентом лучистой теплопроводности плазмы разряда χ_R. Как видно, в указанном перечне определяющих параметров ИСР не учитываются процессы электронной теплопроводности и ионизации вовлекаемого в разряд газа, а также противодавление газа окружающей среды.

Требуется определить конкретный вид зависимости T от указанных параметров с точностью до постоянного коэффициента. Для этого из указанных параметров составим размерные комбинации. С этой целью рассмотрим процесс ввода в разряд запасенной электрической энергии на батарее конденсаторов. Опыт показывает, что при колебательном разрядном токе с квазипериодом $2\pi\sqrt{LC}$ зависимость вложенной в разряд энергии $Q(\tau)$ от времени имеет монотонный характер (где $Q(\tau) = \int\limits_0^\tau U(\xi) \cdot J(\xi) d\xi$, J – разрядный ток, ξ – переменная интегрирования). Процесс ввода энергии в разряд происходит в три характерные стадии: начальная стадия разряда ($t < \sqrt{LC}$), стадия основного энерговклада ($\sqrt{LC} \le t \le \pi\sqrt{LC}$) и поздняя стадия ($\pi\sqrt{LC} \le t \le 2\pi\sqrt{LC}$). Это обстоятельство позволяет представить зависимость $Q(\tau)$ в виде степенной функции от времени для различных интервалов времени, как это сделано в работе [3] при построении автомодельной теории сильноточных разрядов в неограниченном газе. На основе опытных данных $Q(\tau)$ можно аппроксимировать следующим выражением:

$$Q = [(\eta C U_0^2)/2l_0] \cdot (\tau)^d, \tag{7}$$

где η – коэффициент преобразования запасенной электрической энергии в энергию разряда, U_0 – начальное напряжение на батарее конденсаторов, d – показатель степени. Значения d в (7) для начальной стадии, стадии основного энерговклада и поздней стадии равны $d = 2$, $d = 1$, $d = 1/2$ соответственно. Величины $[(\eta CU_0^2)/2l_0]$ и $(1/(\sqrt{LC}))^d$ объединим в следующий размерный комплекс $((\eta CU_0^2)/(2l_0 \cdot (\sqrt{LC})^d))$, а величины A_0 и χ_R – в комплекс $(\chi_R \cdot A_0^{7/4})$. Тогда, согласно теории размерности [9], для физических величин T, $((\eta CU_0^2)/(2l_0 \cdot (\sqrt{LC})^d))$, ρ_∞, $(\chi_R \cdot A_0^{7/4})$ и t при некоторых значениях действительных чисел α, β, δ и γ должно выполняться следующее соотношение:

$$T = (\eta CU_0^2/(2l_0[\sqrt{LC}]^d))^\alpha \cdot \rho_\infty^\beta \cdot (\chi_R \cdot A_0^{7/4})^\delta \cdot t^{d\gamma}. \tag{8}$$

Для определения величин показателей степени α, β, δ и γ необходимо выбрать систему единиц измерений параметров $T, U_0, L, C, l_0, \rho_\infty, A_0, \chi_R, t$. Из анализа размерностей следует, что в качестве системы размерности указанных физических величин можно выбрать длину, массу, время и температуру, а их единицами измерения – метр, килограмм, секунду и электрон-вольт соответственно. Повторяя такую же процедуру, что и для скорости V_P, получим: $\alpha = 0.265$; $\beta = 0.123$; $\gamma = -0.141$; $\delta = [0.265(2+d) - 0.918]/d$.

Таким образом, формула для температуры плазмы разрядного канала имеет вид:

$$T = (\eta CU_0^2/(2l_0[\sqrt{LC}]^d))^{0.265} \cdot \rho_\infty^{0.123} \cdot (\chi_R \cdot A_0^{7/4})^{-141} \cdot t^{[-0.918+(2+d)\cdot 0.265]}. \tag{9}$$

Далее предполагая, что величина V_P определяется перечнем величин t, U, L, C, l_0, ρ_∞, таким же способом получим:

$$V_P = (\eta CU_0^2/[2l_0(\sqrt{LC})^d])^{1/4} \cdot \rho_\infty^{-1/4} \cdot t^{(d/4+1/2)}. \tag{10}$$

Если в выражения (9) и (10) подставить значения d для различных стадий развития разряда ($d = 2$, $d = 1$, $d = 1/2$), то получим формулы для T и V_P с точностью до численного коэффициента порядка единицы, полученные авторами работы [3] на основе автомодельной теории ИСР в неограниченном газе путем решения системы уравнений гидродинамики с нелинейной теплопроводностью.

3. В работе [10] рассмотрена однородная модель искрового канала с плотной оболочкой. Автор, считая оболочку тонкой и учитывая электронную теплопроводность, получил систему уравнений для радиуса канала $R(t)$. При этом пренебрегалось противодавлением газа окружающей среды, а также процессами лучистой теплопроводности и ионизации вовлекаемого в него газа окружающей среды. Получим формулу для $R(t)$

при указанных ограничениях на основе теории размерности. Для этого предположим, что величина $R(t)$ определяется следующим перечнем величин: t; $J(t)$; ρ_∞; удельной проводимостью σ. В качестве системы размерностей указанных физических величин выберем длину, массу, время и электрический ток, а их единицами измерения – метр, килограмм, секунду и ампер. Далее, используя такую же процедуру теории размерности, что и в п.1 и п.2, получим следующую формулу для $R(t)$:

$$R(t) = (1/(\rho_\infty \sigma))^{1/6} \cdot J^{1/3} \cdot t^{1/2}. \tag{11}$$

Формула (11) с точностью до численного коэффициента порядка единицы совпадает с формулой, полученной автором работы [10]. Наш метод позволяет это сделать намного проще.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Юсупалиев У. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 9, 42 (2005).

[2] Александров А. Ф., Рухадзе А. А. Физика сильноточных электроразрядных источников света. М., Атомиздат, 1976.

[3] Борович Б. Л., Розанов В. Б., Зуев В. С. и др. Сильноточные излучающие разряды и газовые лазеры с оптической накачкой. М., ВИНИТИ, Итоги науки и техники, Сер. Радиотехника, 1978, Т. 15.

[4] Басов Н. Г., Борович Б. Л., Зуев В. С., Розанов В. Б. и др. ЖТФ, **40**, N 3, 516 (1970).

[5] Гегечкори Н. М. ЖЭТФ, **21**, 493 (1951).

[6] Вульфсон К. С., Либин И. Ш. ЖЭТФ, **21**, 510 (1951).

[7] Александров А. Ф., Рухадзе А. А., Тимофеев И. Б. и др. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 8, 58 (1970).

[8] Юсупалиев У. Прикладная физика, N 2, 96 (2001).

[9] Клейн Дж. Подобие и приближенные методы. М., Мир, 1968.

[10] Брагинский С. И. ЖЭТФ, **34**, 1548 (1958).

Институт общей физики
им. А.М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 19 декабря 2005 г.