

УДК 537.591

ЗАПАЗДЫВАНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ МЮОНОВ В ШАЛ

Ю. Н. Вавилов, Л. Г. Деденко¹

На основании точных расчетов траекторий движения мюонов в магнитном поле Земли, а также простых оценок показано, что времена задержек для релятивистских мюонов в ливнях с энергиями $\sim 10^{15} - 10^{16}$ эВ не превышают величины $\Delta t \sim 10$ нс. Поэтому наблюдаемые в некоторых экспериментах большие задержки ($\Delta t \geq 50$ нс) не могут быть связаны с запаздыванием мюонов, генерированных в стандартных процессах распада пионов и каонов.

Уже давно в разных работах [1 – 7] сообщалось о детектировании на нескольких установках частиц с временами запаздывания $\Delta t > 50$ нс относительно первой частицы, наблюдаемых в широких атмосферных ливнях (ШАЛ) с энергиями $\sim 10^{15}$ эВ на расстояниях $r \leq 30$ м от оси ливня. Было сделано предположение [1], что возможной причиной таких задержек является генерация новой гипотетической частицы с массой $m \sim 40$ ГэВ и временем жизни $\tau_0 \sim 1$ мкс. Прежде, чем рассматривать нетривиальные гипотезы, следует оценить возможные времена запаздывания частиц в рамках стандартных представлений о генерации мюонов в процессах распада пионов и каонов. В данной работе на основе решения релятивистских уравнений движения мюонов в рамках многогруппового метода показано, что времена τ запаздывания мюонов с энергиями выше 5 ГэВ, наблюдаемых в ШАЛ с энергиями $E \sim 10^{15}$ эВ на расстояниях $r \leq 30$ м от оси ливня, не превышают 5 – 10 нс. Представлены распределения времени τ для различных расстояний от оси ливня.

Многогрупповой метод. Для учета флуктуаций в развитии ШАЛ распространение первичной частицы (протона или ядра железа) в атмосфере прослеживалось методом

¹Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова.

Монте-Карло. Распространение пионов рассматривалось на основе решения уравнений переноса [8, 9] в рамках модели кварк-глюонных струн [10, 11]. Все мюоны, которые рождались в атмосфере, были поделены на группы. В одну группу входили пионы, образовавшиеся в интервале глубин $x \div x + \Delta x$ с энергиями в интервале $E \div E + \Delta E$ и летящие в интервалах зенитных углов $\alpha \div \alpha + \Delta\alpha$ и азимутальных углов $\delta \div \delta + \Delta\delta$ относительно оси ливня (в локальной системе координат, см. ниже). Расчеты проводились для разбиения по глубине на 50 интервалов, по энергии на 25 интервалов, по зенитному углу на 100 интервалов и по азимутальному углу на 360 интервалов. В каждой группе мюону приписывались средние значения глубины генерации, энергии и углов α и δ . Каждой группе приписывался также её вес, равный числу мюонов в группе, поделенному на два, так как мюоны разных знаков рассматривались порознь. Далее для мюонов каждого знака со средними параметрами решалась система релятивистских уравнений движения в магнитном поле Земли, и рассчитывались распределения времен τ запаздывания мюонов на различных расстояниях r от оси ливня. Некоторые детали и обозначения приведены ниже. Всего для каждого ливня находилось решение $2 \times 50 \times 25 \times 100 \times 360 = 9 \cdot 10^7$ систем уравнений движения.

Системы координат и направляющие косинусы траектории мюона. Определим основную систему координат следующим образом. Выберем начало координат (точку O) на поверхности Земли, направим ось Oz вертикально вверх, ось Ox – на Восток, а ось Oy – на Север (рис. 1). Вектор индукции B магнитного поля Земли в этой системе координат направлен к Земле и характеризуется склонением $D = 4^\circ$ и наклонением $I = 68^\circ$ (рис. 1). Величина поля равна $B = 0.54 \cdot 10^{-4} \text{ Т}$.

Определим также локальную систему координат $O'x'y'z'$, в которой удобно задавать направление траектории мюона. Точка O' может быть выбрана в любой точке оси ливня. Направим ось $O'z'$ по направлению оси ливня, а оси $O'x'$ и $O'y'$ определим в плоскости, перпендикулярной оси ливня. В этой системе направление траектории мюона определяется зенитным углом α и азимутальным углом δ (рис. 2). Эти углы определяют направление единичного вектора \vec{r} , касательного к траектории мюона. Очевидно, что вектор \vec{r} определяется следующими составляющими:

$$\vec{r} = \begin{Bmatrix} \sin \alpha \cos \delta \\ \sin \alpha \sin \delta \\ \cos \alpha \end{Bmatrix}. \quad (1)$$

Как известно, положение одной системы координат относительно другой полностью

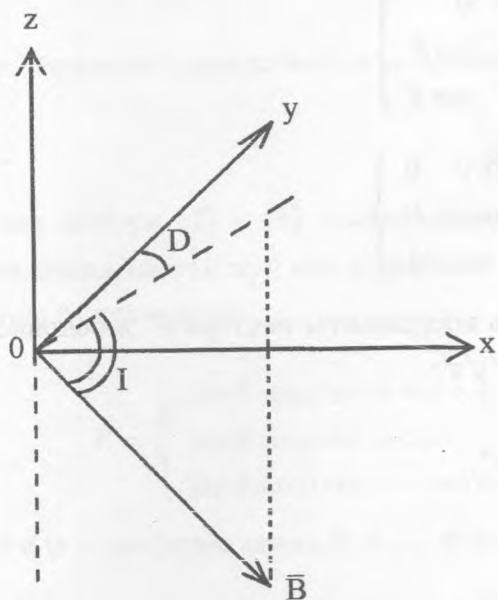


Рис. 1. Основная система координат и направление вектора \vec{B} магнитного поля Земли.

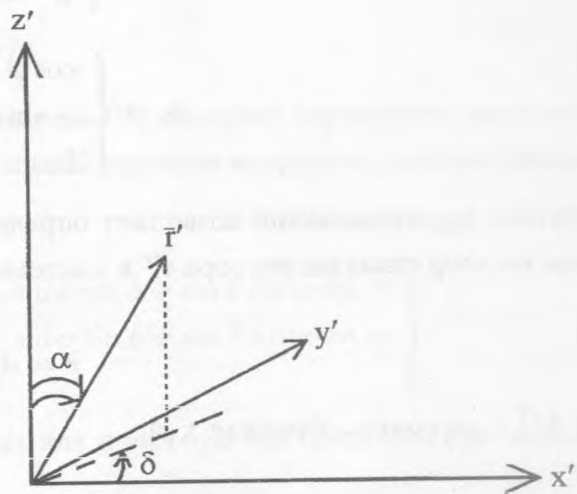


Рис. 2. Направление единичного вектора \vec{r} .

определяется заданием трех углов Эйлера. Например, если основную систему повернуть на угол ψ (против часовой стрелки) вокруг оси Oz (матрицу этого преобразования обозначим как A_1) до совпадения положения оси Ox с линией узлов OK (линией пересечения плоскостей Oxy и $Ox'y'$), затем повернуть (против часовой стрелки) вокруг этой линии узлов на угол θ (матрицу второго преобразования обозначим как A_2), и, наконец, вокруг оси Oz' повернуть против часовой стрелки на угол φ (соответствующая матрица преобразования будет A_3), то получим новую систему $O'x'y'z'$ (рис. 3). Эти преобразования можно описать с помощью матрицы A :

$$A = A_3 \cdot A_2 \cdot A_1, \tag{2}$$

где матрицы отдельных поворотов равны:

$$A_1 = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$A_2 = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

$$A_3 = \begin{Bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}. \quad (5)$$

Обратное преобразование позволяет определить координаты вектора \vec{r}' в основной системе по координатам вектора \vec{r} в системе $O'x'y'z'$:

$$\vec{r} = A^{-1} \cdot \vec{r}', \quad (6)$$

где A^{-1} – матрица, обратная к A .

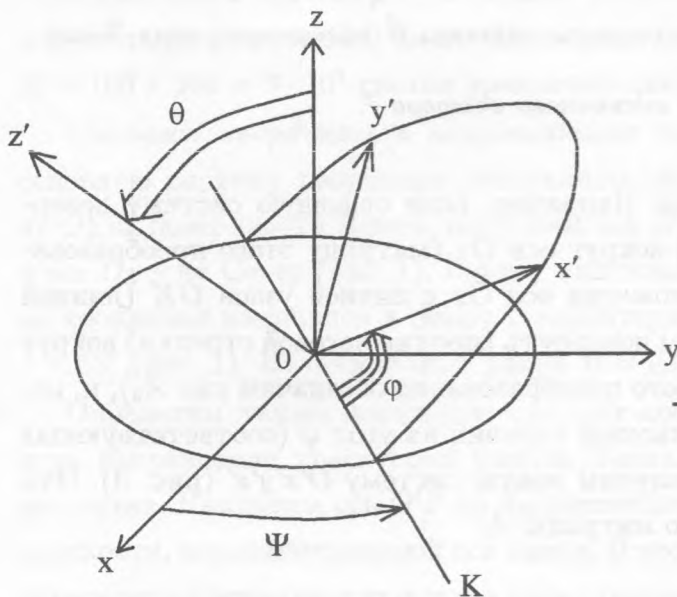


Рис. 3. Повороты на углы ψ, θ и φ основной системы координат.

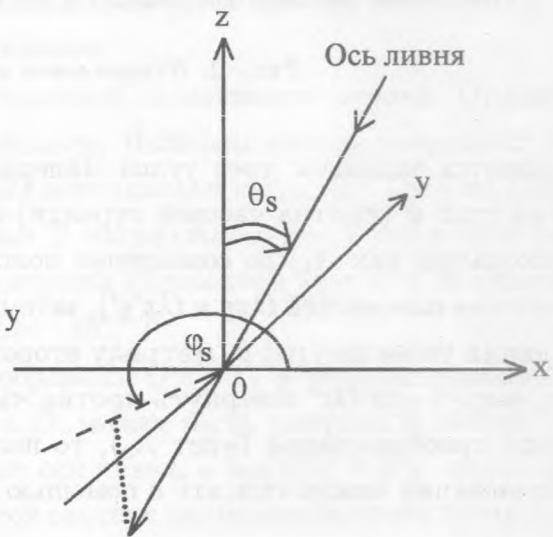


Рис. 4. Направление оси ливня.

Определим направление оси ливня зенитным углом θ_s и азимутальным углом φ_s (рис. 4). В этом случае для углов Эйлера имеем соотношения:

$$\psi = \varphi_s + \pi/2$$

$$\theta = \pi - \theta_s. \quad (7)$$

Угол φ , очевидно, можно выбрать произвольно. Поэтому положим

$$\varphi = \pi/2. \quad (8)$$

В случае выбора (7) – (8) составляющие вектора \vec{r}' , которые определяют направление движения мюона при его рождении в основной системе координат, направляющие косинусы будут равны

$$\vec{r}' = \left\{ \begin{array}{l} \cos \theta \cos \varphi \sin \alpha \cos \delta + \sin \varphi \sin \alpha \sin \delta + \sin \theta \cos \varphi \cos \alpha \\ \cos \theta \sin \varphi \sin \alpha \cos \delta - \cos \varphi \sin \alpha \sin \delta + \sin \theta \sin \varphi \cos \alpha \\ \sin \theta \sin \alpha \cos \delta - \cos \theta \cos \alpha \end{array} \right\}. \quad (9)$$

В (9) θ и φ – это углы ливня θ_s и φ_s , у которых для простоты опущены нижние индексы “s”.

Уравнения движения. Релятивистское уравнение движения мюонов в магнитном поле Земли имеет вид:

$$m\gamma \frac{d\vec{V}}{dt} = e \cdot (\vec{V} \times \vec{B}), \quad (10)$$

где m – масса мюона, e – заряд мюона, γ – лоренц-фактор, \vec{V} – вектор скорости мюона и \vec{B} – индукция магнитного поля Земли. Если выразить лоренцевский фактор γ мюона через его энергию E , то в основной системе координат уравнение (10) можно переписать в виде системы уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dV_x}{dt} &= ec^2(V_y B_z - V_z B_y)/E, \\ \frac{dV_y}{dt} &= ec^2(V_z B_x - V_x B_z)/E, \\ \frac{dV_z}{dt} &= ec^2(V_x B_y - V_y B_x)/E, \end{aligned} \quad (11)$$

где c – скорость света. Для удобства введем безразмерные переменные. Будем измерять время t в единицах $T_0 = E_0/(eBc^2)$, где E_0 – пороговая энергия мюона. Это время в 2π раз меньше периода обращения по ларморовской окружности. Если для Тянь-Шаньской установки принять значения $E_0 = 5 \text{ ГэВ}$ и $B = 5.4 \cdot 10^{-5} \text{ Т}$, то получим $T_0 \approx 1.03 \cdot 10^{-3} \text{ с}$. Компоненты скорости V_x, V_y, V_z , будем выражать в долях скорости света c , а компоненты B_x, B_y, B_z индукции магнитного поля – в долях величины полного поля B . Тогда в

безразмерных переменных $\tau = t/T_0$, $v_x = V_x/c$, $v_y = V_y/c$, $v_z = V_z/c$, $b_x = B_x/B$, $b_y = B_y/B$, $b_z = B_z/B$ система (11) принимает вид:

$$\begin{aligned}\frac{dv_x}{d\tau} &= e_0(v_y b_z - v_z b_y) \cdot (E_0/E), \\ \frac{dv_y}{d\tau} &= e_0(v_z b_x - v_x b_z) \cdot (E_0/E), \\ \frac{dv_z}{d\tau} &= e_0(v_x b_y - v_y b_x) \cdot (E_0/E),\end{aligned}\quad (12)$$

где $e_0 = e/|e|$ – знак заряда мюона. Для определения траектории мюона систему (12) надо дополнить кинематическими уравнениями. Если длину измерять в единицах $l_0 = cT_0 \cong 3 \cdot 10^5$ м, то безразмерные единицы длины будут $x = X/l_0$, $y = Y/l_0$, $z = Z/l_0$. В безразмерных единицах кинематические уравнения можно записать в виде:

$$\frac{dx}{d\tau} = v_x, \quad \frac{dy}{d\tau} = v_y, \quad \frac{dz}{d\tau} = v_z. \quad (13)$$

Начальные значения координат x_0, y_0, z_0 и скорости v_{x0}, v_{y0}, v_{z0} , которые необходимы для решения системы шести уравнений (12) и (13), определены ранее.

Метод решения. Для решения системы уравнений (12) и (13) будем использовать явную численную двухшаговую схему. Шаг h_τ временной сетки определим из следующих соображений. Мюоны с энергией $E \geq 5$ ГэВ рождаются в основном на высотах $\sim 1 - 20$ км. Ларморовский радиус таких мюонов равен примерно $R \sim 300$ км. Поэтому участок траектории длиной $l \sim 100$ м для таких мюонов будет практически прямой линией. Схема 2-го порядка позволяет учесть небольшие отклонения от прямолинейной траектории на таком участке. Практически была выбрана дискретизация по времени $\Delta t = 400$ нс, что соответствует выбору $l = 120$ м. Таким образом, шаг по времени в безразмерных переменных был выбран равным $h_\tau = \Delta t/T_0 \cong 3.888 \cdot 10^{-4}$. В соответствии с выбранной численной схемой определим систему уравнений для скоростей:

$$\begin{aligned}v_x^{n+1/2} &= v_x^n + R^n \cdot (v_y^n b_z - v_z^n b_y) \cdot (h_\tau/2), \\ v_y^{n+1/2} &= v_y^n + R^n \cdot (v_z^n b_x - v_x^n b_z) \cdot (h_\tau/2), \\ v_z^{n+1/2} &= v_z^n + R^n \cdot (v_x^n b_y - v_y^n b_x) \cdot (h_\tau/2),\end{aligned}\quad (14)$$

где введено обозначение $R^n = e_0(E_0/E^n)$ и индекс n сверху обозначает номер шага по времени. Отметим, что на каждом временном шаге учитывалось уменьшение энергии E^n мюона из-за ионизационных потерь:

$$E^{n+1} = E^n - \Delta E, \quad (15)$$

где ΔE – ионизационные потери на участке $l = ch_\tau$. Величина ΔE определялась как

$$\Delta E = l \cdot \langle \rho(x) \rangle \cdot \frac{dE}{dx}, \quad (16)$$

где $\langle \rho(x) \rangle$ – средняя плотность на глубине x и $\frac{dE}{dx}$ – стандартные ионизационные потери энергии мюона. На каждом первом шаге вычислялся множитель $F^{n+1/2}$, который учитывает уменьшение скорости мюона из-за изменения его энергии

$$F^{n+1/2} = \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E^{n+1/2}}\right)^2} / \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E^n}\right)^2}, \quad (17)$$

где $E^{n+1/2} = E^n - \Delta E/2$. Очевидно, что величина $F^{n+1/2} < 1$. Этот множитель использовался для вычислений уточненных значений скорости мюона:

$$\begin{aligned} v_{xf}^{n+1/2} &= F^{n+1/2} \cdot v_x^{n+1/2}, \\ v_{yf}^{n+1/2} &= F^{n+1/2} \cdot v_y^{n+1/2}, \\ v_{zf}^{n+1/2} &= F^{n+1/2} \cdot v_z^{n+1/2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Затем на втором шаге вычислялись значения скорости мюона в момент времени $(n+1)h_\tau$:

$$\begin{aligned} v_x^{n+1} &= v_x^n + R^{n+1/2} \cdot (v_{yf}^{n+1/2} b_z - v_{zf}^{n+1/2} b_y) \cdot h_\tau, \\ v_y^{n+1} &= v_y^n + R^{n+1/2} \cdot (v_{zf}^{n+1/2} b_x - v_{xf}^{n+1/2} b_z) \cdot h_\tau, \\ v_z^{n+1} &= v_z^n + R^{n+1/2} \cdot (v_{xf}^{n+1/2} b_y - v_{yf}^{n+1/2} b_x) \cdot h_\tau, \end{aligned} \quad (19)$$

где $R^{n+1/2} = e_0(E_0/E^{n+1/2})$. Для согласования скоростей мюона, определяемых по формулам (18), с изменением энергии мюона (15) вычислялся множитель F^{n+1} :

$$F^{n+1} = \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E^{n+1}}\right)^2} / \sqrt{(v_x^{n+1})^2 + (v_y^{n+1})^2 + (v_z^{n+1})^2}. \quad (20)$$

Далее вычислялись уточненные значения скорости мюона:

$$v_{xf}^{n+1} = F^{n+1} \cdot v_x^{n+1},$$

$$\begin{aligned}v_{yf}^{n+1} &= F^{n+1} \cdot v_y^{n+1}, \\v_{zf}^{n+1} &= F^{n+1} \cdot v_z^{n+1}.\end{aligned}\quad (21)$$

Значение координат вычислялись по следующим формулам:

$$\begin{aligned}x^{n+1} &= x^n + v_{xf}^{n+1/2} \cdot h_\tau, \\y^{n+1} &= y^n + v_{yf}^{n+1/2} \cdot h_\tau, \\z^{n+1} &= z^n + v_{zf}^{n+1/2} \cdot h_\tau.\end{aligned}\quad (22)$$

Уравнения (21) и (22) связывают скорости и координаты мюона в моменты времени $n \cdot h_\tau$ и $(n + 1) \cdot h_\tau$, где n изменяется от 0 и до значений $\sim 8 - 200$ в зависимости от начальных условий. Последнее значение n определяется из условия пересечения мюоном плоскости детекторов $z = 0$. Если, например, величина $z^n > 0$, а значение $z^{n+1} < 0$, то условие пересечения имеет вид:

$$0 = z^n + v_{zf}^{n+1/2} \cdot \Delta\tau, \quad (23)$$

где, очевидно, $\Delta\tau \leq h_\tau$. Это условие определяет интервал времени $\Delta\tau$:

$$\Delta\tau = -z^n / v_{zf}^{n+1/2}. \quad (24)$$

Очевидно, что полное время движения мюона (от момента его генерации) будет равно:

$$\tau = n \cdot h_\tau + \Delta\tau, \quad (25)$$

а координаты точки пересечения плоскости детекторов будут определяться формулами:

$$\begin{aligned}x_d &= x^n + v_{xf}^{n+1/2} \cdot \Delta\tau, \\y_d &= y^n + v_{yf}^{n+1/2} \cdot \Delta\tau.\end{aligned}\quad (26)$$

Вычисления проводились для положительно и отрицательно заряженных мюонов.

Результаты и выводы. Прежде, чем приводить точные результаты расчета, оценим сначала времена Δt запаздывания мюонов по порядку величины. К детектору, находящемуся на расстоянии r от оси ливня, мюоны, рожденные на высотах h_1 и h_2 , прилетают со следующим временем задержки:

$$\Delta t \cong \frac{1}{2c} \cdot \frac{(h_2 - h_1)}{h_2} \cdot \frac{r}{h_1}. \quad (27)$$

Если принять $r = 30 \text{ м}$, $h_2 = 10 \text{ км}$, $h_1 = 300 \text{ м}$, то получим для задержки $\Delta t = 5 \text{ нс}$. Очевидно, это максимальный разброс, реальные задержки должны быть меньше. Отклонения мюонов в магнитном поле Земли не могут существенно изменить этой оценки. В самом деле, отклонение x на уровне наблюдения определяется простой формулой:

$$x = h \cdot (h/2R), \tag{28}$$

где h – эффективная высота генерации мюонов, а $R = (E/e) \cdot (1/B_{\perp}c)$ – ларморовский радиус траектории мюона с энергией E и зарядом e , B_{\perp} – поперечная компонента магнитного поля. Если принять $h = 5 \text{ км}$, $E = 15 \text{ ГэВ}$ и $B_{\perp} = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ Т}$, то получим $x \leq 4 \text{ м}$.

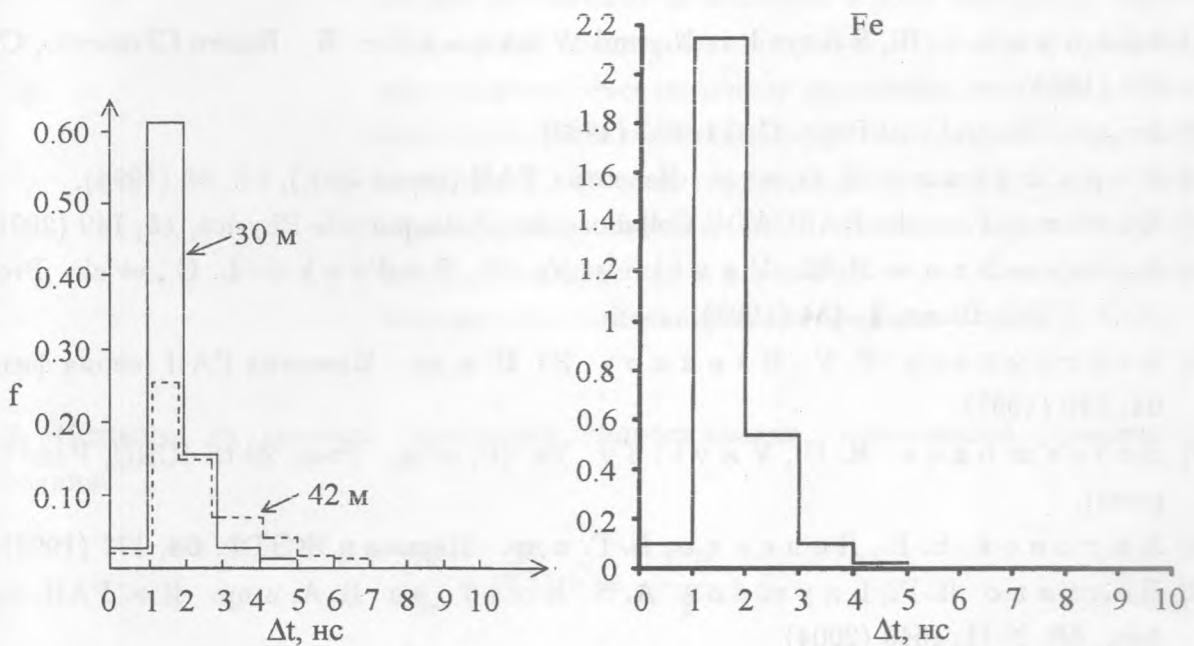


Рис. 5. Распределения времен задержки Δt для первичного протона с энергией 10^{16} эВ для расстояний от оси ливня 30 м (сплошная гистограмма) и 42 м (пунктирная гистограмма).

Рис. 6. Распределение времен задержек для первичного ядра железа на расстоянии 30 м от оси ливня (энергия ядра железа 10^{16} эВ .)

Вычисленные распределения времен Δt запаздывания мюонов для расстояний от оси ливня 30 м и 42 м для первичных протонов с энергией 10^{16} эВ приведены на рис. 5 как сплошная и пунктирная гистограммы, а на рис. 6 – для расстояния 30 м от оси для первичных ядер железа. Видно, что $\sim 100\%$ событий в первом случае имеют задержки

≤ 5 нс, а во втором – ≤ 7 нс. Доля событий с задержкой ≥ 10 нс ограничена величиной 10^{-3} . В случае $r \sim 1$ м задержки Δt не превышают 2 нс. Видно, что распределение Δt для железа не шире, чем аналогичное распределение для протонов. Таким образом, точные расчеты подтверждают простые оценки (27) и (28), дающие малые времена задержки. Наблюдаемые в работах [1 – 3] большие задержки не могут быть объяснены в рамках стандартного механизма генерации мюонов в распадных процессах пионов и каонов.

В заключение, один из авторов (Л. Д.) выражает благодарность РФФИ (грант N 03-02-16290 и грант N 05-02-17410) и INTAS (грант N 03-51-5112).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] S a k u y a m a H., S u z u k i N., and W a t a n a b e K. Nuovo Chimento, **С6**, 371 (1983).
- [2] J n o e N. et al. J. Phys. G, **11**, 657 (1989).
- [3] А т р а ш к е в и ч В. Б. и др. Известия РАН (серия физ.), **58**, 98 (1994).
- [4] A n t o n i T. et al. KASCADE Collaboration, Astroparticle Physics, **15**, 149 (2001).
- [5] B e i s e m b a e v R. U., V a v i l o v Yu. N., D e d e n k o L. G., et al. Proc. 24-th ICRC, Roma, **1**, 454 (1995).
- [6] Б е й с е м б а е в Р. У., В а в и л о в Ю. Н. и др. Известия РАН (серия физ.), **61**, 540 (1997).
- [7] B e i s e m b a e v R. U., V a v i l o v Yu. N., et al. Proc. 29-th ICRC, Pune (in press).
- [8] А н т о н о в Е. Е., Д е д е н к о Л. Г. и др. Письма в ЖЭТФ, **68**, 177 (1998).
- [9] Д е д е н к о Л. Г., Г л у ш к о в А. В., К о л о с о в В. А. и др. Изв. РАН, сер. физ., **68**, N 11, 1640 (2004).
- [10] К а й д а л о в А. Б., Т е р – М а р т и р о с я н К. А. ЯФ, **39**, 1545 (1984).
- [11] К а л м ы к о в Н. Н., О с т а п ч е н к о С. С. ЯФ, **56**, 105 (1993).

Поступила в редакцию 3 февраля 2006 г.