УДК 533.9

О СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ИОНОВ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ С ПЛАЗМЕННО-ПЫЛЕВЫМИ СТРУКТУРАМИ

С. А. Майоров

Проанализирована функция распределения ионов по скоростям в газовом разряде при учете резонансной перезарядки ионов на атомах буферного газа и столкновений, обусловленных поляризацией атомов в поле ионов. Получено, что в типичных условиях, при которых проводятся эксперименты с пылевыми структурами в плазме, из-за столкновений ионов с атомами их распределение по скоростям характеризуется тепловой скоростью, сравнимой со скоростью направленного движения, что приводит к невозможности существования сверхзвукового режима с числами Маха больше двух.

В условиях газового разряда низкого давления вблизи электрода формируется положительно заряженный слой плазмы, в котором нарушается условие квазинейтральности, и существует электрическое поле. В большей части экспериментов по пылевой плазме исследуются свойства частиц, находящихся именно в приэлектродной области. В экспериментах с разрядом постоянного тока пылевые частицы также находятся в электрическом поле страты (см. обзоры [1 – 2]). Электрическое поле вызывает дрейф ионов и средняя скорость ионов (скорость дрейфа) может быть велика по сравнению с тепловой скоростью атомов газа.

В настоящей работе рассмотрено влияние столкновений ионов с атомами газа на характеристики ионного потока, а именно, соотношение между направленной скоростью и хаотичной, тепловой скоростью ионов.

В пространственно-однородном случае внешнее электрическое поле вызывает дрейф ионов со скоростью, пропорциональной напряженности поля:

$$v_d = \mu E, \tag{1}$$

где коэффициент подвижности ионов $\mu(E, N, T)$, вообще говоря, зависит как от напряженности поля, так и от параметров газа (температуры, давления, состава) [3 – 6]. В приближении слабого поля коэффициент подвижности ионов не зависит от напряженности поля и скорость дрейфа пропорциональна величине поля: $v_d \sim E$. В сильном поле скорость дрейфа ионов может превышать тепловую скорость атомов, в этом случае скорость дрейфа ионов пропорциональна квадратному корню из напряженности поля: $v_d \sim E^{1/2}$.

Функцию распределения атомов в разрядах обычно с очень хорошей точностью можно полагать максвелловской:

$$\varphi(v) - \left(\frac{m}{2\pi T_a}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2mT_a}\right), \tag{2}$$

где T_a температура атомов. Функция распределения ионов в приближении слабого поля близка к функции распределения атомов, в случае сильного поля отличия могут быть значительными.

По аналогии с гидродинамическим приближением часто полагается, что дрейф ионов в сильном поле описывается сдвинутой функцией распределения Максвелла:

$$f_0(v) = \left(\frac{m}{2\pi T_i}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m(v - v_d)^2}{2T_i}\right). \tag{3}$$

Это распределение имеет два параметра – среднюю скорость ионов v_d (скорость дрейфа) и температуру ионов T_i, которая определяет тепловой разброс скоростей ионов $V_T = (T_i/m)^{1/2}$. Однако как теоретические исследования, так и результаты численных экспериментов показывают, что введение ионной температуры, отличающейся от температуры атомов, недостаточно для описания функции распределения ионов. Средняя энергия хаотического движения ионов вдоль поля и поперек него могут сильно отличаться, поэтому имеет смысл введение двух различных температур ионов – вдоль поля $T_\parallel$ и поперек поля $T_\perp$. В этом случае средняя энергия иона равна:

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{1}{2} m v_d^2 + \frac{1}{2} T_\parallel + T_\perp. \tag{4}$$

Для учета влияния отклонения функции распределения ионов от максвелловской (2) удобной характеристикой является эффективная температура ионов

$$T_{eff} = \frac{2}{3}\langle\epsilon\rangle = \frac{1}{3}m\langle v^2\rangle, \tag{5}$$

которая слагается из теплового движения ионов и скорости направленного движения.

Часто полагается, что распределение ионов описывается сдвинутой максвелловской функцией (3) с температурой ионов, равной температуре атомов $T_i = T_a$. Соответственно, тепловой разброс скоростей ионов и атомов характеризуется тепловой скоростью атомов $V_T = (T_a/m)^{1/2}$. В этом случае средняя энергия иона складывается из энергии направленного движения и тепловой энергии:

$$\langle\epsilon\rangle = \frac{1}{2}mv_d^2 + \frac{3}{2}T_a. \tag{6}$$

Отношение эффективной ионной температуры к температуре газа характеризует влияние разогрева ионов и в этом случае равно

$$\frac{T_{eff}}{T_a} = 1 + \frac{1}{3}\frac{v_d^2}{V_T^2}. \tag{7}$$

При дрейфе иона в собственном газе и определяющей роли столкновений с резонансной перезарядкой средняя энергия иона определяется уравнением [5]:

$$\langle\epsilon\rangle = \frac{\pi}{4}mv_d^2 + \frac{3}{2}T_a. \tag{8}$$

Средняя энергия иона в сильном поле в приближении постоянного времени свободного пробега (поляризационное взаимодействие) определяется с помощью уравнения Ванье [5]:

$$\langle\epsilon\rangle = \frac{1}{2}mv_d^2 + \frac{1}{2}M_a v_d^2 + \frac{3}{2}T_a, \tag{9}$$

которое учитывает столкновения частиц двух сортов – ионов и атомов (или молекул) с массами m и M_a соответственно. Первый член в правой части учитывает энергию направленного движения, второй – хаотизацию приобретенной в поле энергии, третий – хаотическое тепловое движение с температурой атомов T_a. При столкновениях с атомами собственного газа $m = M_a$ эффективный разогрев ионов в поле равен

$$\frac{T_{eff}}{T_a} = 1 + \frac{2}{3}\frac{v_d^2}{V_T^2}. \tag{10}$$

В случае сильных полей или низких температур отклонение функции распределения ионов от равновесной максвелловской (в том числе и от сдвинутой максвелловской) может быть весьма значительным.

Рассмотрим практически наиболее важный для пылевой плазмы случай движения ионов в собственном газе, когда основную роль играют столкновения ионов с резонансной перезарядкой. При низких энергиях ионов (< 1 *эВ*) сечение поляризационного взаимодействия ионов с атомами обычно сравнимо с сечением резонансной перезарядки, но вклад столкновений с перезарядкой в диффузионное сечение в два раза выше из-за того, что при каждом столкновении с перезарядкой ион полностью теряет свою скорость [4 – 6].

Характеристики ионного потока могут быть определены путем решения кинетического уравнения Больцмана для функции распределения ионов $f(v)$, которое в пространственно-однородном случае при постоянном электрическом поле имеет вид:

$$\frac{eE}{m}\frac{\partial f}{\partial u} = \int [f(v')\varphi(v) - f(v)\varphi(v')]|v - v'|\sigma_{res} n_a dv', \tag{11}$$

где u – компонента скорости вдоль направления электрического поля, e – заряд, m – масса ионов, σ_{res} – сечение резонансной перезарядки, n_a – плотность атомов, функции распределения ионов и атомов нормированы на единицу: $\int f(v)dv = \int \varphi(v)dv = 1$. Уравнение (11) описывает процесс переноса ионов, который носит эстафетный характер (модель Л. А. Сена [7, 8]). Согласно этой модели, скорость иона после столкновения равна скорости того атома, с которым он столкнулся. Эта модель не учитывает изменение скорости атома в процессе столкновения.

Если скорость дрейфа значительно превышает тепловую скорость атомов $v_d \gg (T_a/m)^{1/2}$, а сечение резонансной перезарядки и средняя длина свободного пробега иона $\lambda_{st} = 1/\sigma_0 n_a$ не зависят от скорости, то решение уравнения Больцмана (11) имеет вид:

$$f(u) = \Theta(u)\left(\frac{2m}{\pi T_E}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mu^2}{2T_E}\right), \tag{12}$$

где $\Theta(u)$ – функция Хэвисайда, $T_E \equiv eE\lambda_{st}$. Распределение (12) является половинкой распределения Максвелла с температурой, равной энергии, набираемой ионом на средней длине свободного пробега. Средняя кинетическая энергия ионов, обусловленная движением в направлении поля, для распределения (12) равна $\frac{1}{2}m\langle u^2\rangle = \frac{1}{2}T_E = \frac{1}{2}eE\lambda_{st}$, средняя скорость ионов (скорость дрейфа) $u_d = (2eE\lambda_{st}/\pi m)^{1/2} = (2T_E/\pi m)^{1/2}$.

Хотя столкновения с резонансной перезарядкой играют обычно наиболее важную роль при дрейфе ионов в собственном газе, поляризационные и газокинетические столкновения могут оказывать значительное влияние на характеристики распределения ионов по скоростям. После этих столкновений ион не останавливается, а рассеивается почти анизотропно в системе центра масс. Поэтому без учета этих столкновений нельзя учесть разогрев ионов в поперечном направлении.

Для учета влияния столкновений часто используется модельный интеграл столкновений Бхатнагара, Гросса, Крука (интеграл БГК) [9 – 11], который описывает релаксацию функции распределения ионов f к равновесной функции распределения атомов φ с характерным временем релаксации τ_0, которая полагается константой.

Уравнение переноса ионов при использовании интеграла БГК в пространственно-однородном случае имеет вид:

$$V_E \partial f/\partial u = \varphi(u) - f(u), \tag{13}$$

где $V_E = eE\tau_0/m$. Его решение

$$f_E(u) = \frac{1}{V_E} \int\limits_{-\infty}^{u} \varphi(u') \exp\left(-\frac{u-u'}{V_E}\right) du', \tag{14}$$

описывает релаксацию функции распределения ионов f к равновесной функции распределения атомов φ с характерным временем релаксации τ_0. Интеграл БГК качественно верно описывает процесс релаксации плазмы к равновесию в случае незначительного отклонения от него. Но он неприменим, если частота столкновений ионов с атомами зависит от их относительной скорости, или отклонение от равновесия велики. Тем не менее, рассмотрим результат применения интеграла БГК для учета влияния столкновений ионов на их распределение по скоростям (см., например, [12]).

В случае субтепловой скорости потока, когда $u_d \leq (T/m)^{1/2}$, и максвелловского распределения атомов $\varphi(u) = (m/2\pi T_0)^{1/2} \exp(-mu^2/2T_0)$ решение уравнения (13) имеет вид:

$$f(u) = \varphi(u)(1 + uV_E/V_T^2). \tag{15}$$

Это распределение совпадает с разложением сдвинутого максвелловского распределения (3) при $V_E = u_d \ll (T/m)^{1/2}$. Как и следовало ожидать, в случае малого отклонения от равновесия применение интеграла БГК дает разумный результат.

В случае большой скорости ионного потока $u_d \gg V_T = \sqrt{T_0/m}$ и максвелловского распределения атомов распределение (14) имеет асимптотику:

$$f(u) = \frac{\Theta(u)}{V_E} \exp\left(-\frac{u}{V_E}\right). \tag{16}$$

Это распределение описывает равноускоренное движение ионов в постоянном электрическом поле $E > 0$, при этом ионы останавливаются после каждого акта столкновения, вероятность которого не зависит от скоростей иона и атома. Эта противоестественная гибридная модель (взявшая свойства поляризационных и резонансных столкновений) является следствием структуры интеграла БГК при больших полях, когда $u_d \gg (T/m)^{1/2}$. Она не учитывает отличие скорости иона от нуля после столкновения. Тем не менее она правильно учитывает влияние поляризационных столкновений на вероятность появления ионов с большой энергией.

Отличие распределений (12) и (16) от сдвинутого максвелловского распределения (3) носит принципиальный характер. Сдвинутое максвелловское распределение (3) описывает в случае $M^2 = u_d^2/V_T^2 \gg 1$ сверхзвуковой поток газа, в котором возмущения от препятствия (пылинки, например) не распространяются вверх по потоку (здесь M – число Маха, квадрат которого является характеристикой потока). При обтекании сверхзвуковым потоком газа препятствий решение имеет разрывный характер, может образовываться отошедшая ударная волна, конус Маха. Для задачи обтекания сверхзвуковым ионным потоком развиты подходы, основанные на аналогиях со сверхзвуковыми течениями газа [2, 3, 13, 14].

Рассмотрим возможность формирования сверхзвукового потока ионов при дрейфе их во внешнем электрическом поле. В газовой динамике тип течения (дозвуковой, трансзвуковой и сверхзвуковой) определяется знаком множителя $(M^2 - 1)$ перед старшей производной в уравнениях газовой динамики, записанных в безразмерном виде. Число Маха, определяемое как отношение скорости газа к скорости звука $M = u/c_s$, является важнейшей характеристикой течения. Для характеристики потока ионов обычно используется определение числа Маха через тепловую скорость ионов. При этом пренебрегается отличием тепловой скорости ионов от тепловой скорости атомов.

Вычислим значение эффективного числа Маха $M_{eff}^2 = mu_d^2/T_i$, используя для определения температуры ионов следующее уравнение: $\frac{3}{2}T_i = \frac{1}{2}m\langle u^2\rangle - \frac{1}{2}m\langle u\rangle^2$. Величина M_{eff} согласно определению является числом Маха. Термин "эффективное число Маха" введен, поскольку величина $M = u_d/V_T$, являющаяся скоростью дрейфа ионов, нормированной на тепловую скорость атомов, в работах по пылевой плазме обычно называется числом Маха. Как показано ниже, при $M > 1$ это неверно.

При движении ионов в собственном газе и преимущественном влиянии столкновений с перезарядкой, используя аппроксимацию средней энергии ионов (8), получаем эффективное число Маха:

$$M_{eff}^2 = \frac{M^2}{1 + M^2(\pi - 2)/6} < \frac{6}{\pi - 2}. \tag{17}$$

Эффективное число Маха (17) ограничено сверху, поскольку с увеличением скорости дрейфа пропорционально увеличивается скорость хаотического движения. Следовательно, из-за разогрева ионов значения чисел Маха не могут быть больше двух.

Для поляризационных столкновений ионов с атомами той же массы $M_a = m$, используя аппроксимацию средней энергии ионов (9), получаем эффективное число Маха:

$$M_{eff}^2 = \frac{M^2}{1 + M^2/3} < 3. \tag{18}$$

При столкновениях ионов с атомами массы $M_a = \alpha m$ получаем, что эффективное число Маха

$$M_{eff}^2 = \frac{M^2}{1 + \alpha M^2/3} < 3/\alpha \tag{19}$$

может достигать больших величин при уменьшении массы рассеивающих частиц. Например, при дрейфе тяжелых молекулярных ионов He_3^+ в легком газе He.

В экспериментальных работах [15 – 17] проводились прямые измерения заряда макрочастиц в плазменно-пылевом облаке в разряде постоянного тока в неоне при комнатной температуре. Оценим отклонение функции распределения ионов от равновесной в условиях этих экспериментов. С этой целью были выполнены расчеты дрейфа ионов методом Монте–Карло с учетом резонансной перезарядки, поляризационного взаимодействия ионов с атомами конечного радиуса (модель с твердым кором [5]). Результаты этих расчетов представлены в табл. 1. Учет влияния отклонения функции распределения ионов от равновесной на зарядку макрочастиц позволил получить согласие между экспериментальными данными и расчетом заряда пылинки методом молекулярной динамики с точностью лучше 10%.

Таблица 1

Результаты расчетов методом Монте–Карло характеристик потока ионов Ne^+ в Ne при напряженности электрического поля $E = 2\,В/см$, температуре газа $293\,K$ и различных давлениях газа

P, Pa	10	20	30	50	100
$M = u_d/V_T$	1.99	1.13	0.79	0.49	0.28
$M_{eff} = u_d/(T_i/m)^{1/2}$	1.57	1.01	0.74	0.48	0.28
T_i, K	668	427	362	321	303
$T_{\parallel}$, K	1237	628	463	362	316
$T_{\perp}$, K	383	328	312	301	296
$T_{eff} = \langle\epsilon\rangle 2/3$, K	862	490	393	333	306

Другим важным следствием разогрева ионов в электрическом поле является изменение длины экранирования заряда макрочастицы в пылевом кристалле. Радиус Дебая должен определяться не по температуре атомов, как это часто делается, а по эффективной ионной температуре $T_{eff} = \frac{2}{3}\langle\epsilon\rangle$, которая слагается из теплового и направленного движения ионов. Для приведенных параметров плазмы эффективная температура значительно превышает температуру атомов, следовательно, фактором разогрева ионов в электрическом поле нельзя пренебрегать при определении заряда пылинки, характерной длины экранирования ее заряда и вычислении сил взаимодействия пылинок между собой и с ионным потоком. Детальный анализ функций распределения показывает, что, несмотря на большую анизотропию (и большую разницу между температурами $T_{\parallel}$ и $T_{\perp}$ – см. табл. 1), распределение по модулю скорости очень хорошо описывается максвелловской функцией $(m/2\pi T_{eff})^{3/2}\exp(-mv^2/2T_{eff})$. Значительное отличие наблюдается только для больших скоростей, но поскольку общее число ионов в этой части функции распределения мало, то для определения грубых, макроскопических характеристик плазмы при моделировании можно использовать значения T_{eff}.

В работе [18] приведены результаты исследований плазменно-пылевых образований в разряде постоянного тока в гелии при криогенных температурах. Были выполнены эксперименты при комнатной температуре, температуре жидкого азота и гелия. В работах [19, 20] были выполнены оценки параметров плазмы и проведено сравнение с экспериментальными данными по среднему расстоянию между пылинками. Оказывается, что во всех случаях среднее расстояние между пылинками примерно равно дебаевскому радиусу, определенному по эффективной ионной температуре (19):

$\lambda_{Deff} = (T_{eff}/4\pi e^2 n_i)^{1/2}$. На основании этого можно сделать вывод о том, что экранирование пылинок осуществляется ионами, но их эффективная температура определяется набором энергии в электрическом поле страты и резонансной перезарядкой ионов на холодных атомах. Этот вывод согласуется с многочисленными экспериментальными данными по плавлению плазменного кристалла при понижении давления газа или увеличении разрядного тока. Оба этих фактора приводят к увеличению эффективной температуры ионов.

Таблица 2

Результаты расчетов методом Монте–Карло характеристик потока ионов He^+ и молекулярных ионов He_3^+ в He при различных температурах. Плотность атомов гелия $n_a \approx 3.29 \times 10^{16}$ см$^{-3}$, напряженность электрического поля $E = 20$ В/см

Ион	He^+	He^+	He^+	He_3^+	He_3^+
T_a, K	293	77	4.2	77	4.2
$M = u_d/V_T$	1.80	3.99	18.5	12.7	56.7
$M_{eff} = u_d/(T_i/m)^{1/2}$	1.34	1.85	2.18	3.42	3.61
T_i, K	687	565	540	3107	3152
$T_\parallel$, K	1299	1313	1351	7635	7875
$T_\perp$, K	381	192	134	843	790
$T_{eff} = \langle\epsilon\rangle 2/3$, K	846	770	779	5161	5322

При разряде в гелии при низких температурах происходит конверсия иона He^+ в молекулярный ион He_3^+ [21]. Для них отсутствует резонансная перезарядка, а поскольку столкновения тяжелых молекулярных ионов He_3^+ с легкими атомами He незначительно меняют их скорость, то согласно (19), при низких температурах возможно достижение больших чисел Маха, чем при дрейфе в собственном газе. В табл. 2 приведены характеристики потока ионов гелия и молекулярных ионов в условиях этих экспериментов. Согласно результатам расчетов, эффективная температура молекулярных ионов He_3^+ значительно превышает температуру газа, следовательно, молекулярные ионы He_3^+ будут с большой вероятностью распадаться при поляризационных и газокинетических столкновениях.

Автор благодарит А. М. Игнатова и А. А. Рухадзе за полезные дискуссии, а также С. Н. Антипова, В. В. Марковца и О. Ф. Петрова за ознакомление и возможность работы с экспериментальными данными, что стимулировало выполнение этой работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 02–02–16439 и 04–02–89004 NWO_а) и Нидерландского научного общества NWO (проект 047.016.020).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Фортов В. Е., Храпак А. Г., Храпак С. А. и др. УФН, **174**, 495 (2004).

[2] Игнатов А. М. Физика плазмы, **31**, N 1, 52 (2005).

[3] Lampe M., Jouce G., Ganduli G., and Gavrishchaka V. Phys. Plasmas, **7**, No. 10, 3851 (2000).

[4] Мак-Даниэль И. Процессы столкновений в ионизованных газах. М., Мир, 1967.

[5] Мак-Даниэль И., Масон Э. Подвижность и диффузия ионов в газах. М., Мир, 1976.

[6] Никитин Е. Е., Смирнов Б. М. Медленные атомные столкновения. М., Энергоатомиздат, 1990.

[7] Перель В. И. ЖЭТФ, **32**, 526 (1957).

[8] Сена Л. А. ЖЭТФ, **16**, 734 (1946).

[9] Бёрд Г. Молекулярная газовая динамика. М., Мир, 1981.

[10] Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. М., Высшая школа, 1988.

[11] Смирнов Б. М. Физика слабоионизованного газа в задачах с решениями. М., Наука, 1988.

[12] Ivlev A. V., Zhdanov S. K., Khrapak S. A., and Morfil G. E. Phys. Rev., E **71**, 016405 (2005).

[13] Ishihara O. and Vladimirov S. V. Phys. Plasmas, **4**, 69 (1997).

[14] Ishihara O., Vladimirov S. V., and Cramer N. F. Phys. Rev., E **61**, 7246 (2000).

[15] Fortov V. E., Petrov O. F., Usachev A. D., and Zobnin A. V. Phys. Rev., E **70**, 046415 (2005).

[16] Ratynskaia S., Khrapak S., Zobnin A., et al. Phys. Rev. Lett., **93**, 085001 (2004).

[17] Khrapak S. A., Ratynskaia S. V., Zobnin A. V., et al. Phys. Rev., E **72**, 016406 (2005).

[18] Antipov S. N., Asinovskii E. I., Fortov V. E., et al. 27 ICPIG, Eindhoven, The Netherlands (2005).

[19] Maiorov S. A., Antipov S. N., Asinovskii E. I., et al. 32 EPS Plasma Physics Conference, Tarragona, Spain (2005).

[20] Майоров С. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 10, 3 (2005).

[21] Асиновский Э. И., Кириллин А. В., Раковец А. А. Криогенные разряды. М., Наука, 1988.

Институт общей физики
им. А. М. Прохорова РАН
Поступила в редакцию 10 октября 2005 г.