

УДК 537.52

## О ПРИМЕНИМОСТИ ПОНЯТИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТАУНСЕНДА В СИЛЬНЫХ ПОЛЯХ

А. Н. Ткачев, С. И. Яковленко

*Получено аналитическое выражение для функции распределения электронов по энергии в сильном электрическом поле, когда в уравнении движения отдельного электрона можно пренебречь силой торможения электронов о газ. Характерная ширина распределения соответствует энергии, набираемой электроном на длине, соответствующей обратному коэффициенту Таунсенда. Проведены расчеты функции распределения по энергии электронов, размножающихся за счет ионизации газа в однородном электрическом поле для различных расстояний от катода. Показано, что эта нормированная на единицу функция распределения перестает зависеть от координаты на расстоянии от катода, намного превышающем обратный коэффициент Таунсенда. При этом она совпадает с полученным аналитическим выражением. Отсутствие зависимости от координаты имеет место даже в очень сильном поле, когда согласно традиционной точке зрения большинство электронов является убегающими электронами.*

В 2003 году произошло существенное продвижение в понимании явления убегания электронов в газах [1 – 7]. На основе моделирования методом динамики многих частиц и с помощью простых аналитических моделей было показано, что таунсендовский механизм размножения электронов справедлив даже для сильных полей, при которых в уравнении движения отдельного электрона можно пренебречь ионизационным трением электронов о газ. Ранее считалось (см., например, [8 – 10]), что при столь сильных

полях почти все электроны переходят в режим непрерывного ускорения (просвиста), подобно тому, как это имеет место в полностью ионизованной плазме (см., например, [11, 12]).

Понимание того, что таунсендовский коэффициент размножения электронов  $\alpha_i$  справедлив и в очень сильных полях, привело к нескольким важным выводам. В частности, был предложен нелокальный критерий убегания электронов. На его основе вычислены двузначные зависимости некоторого критического напряжения  $U_{cr}$  от произведения давления  $p$  на расстояние между электродами  $d$ . Эта зависимость разделяет область эффективного размножения электронов и область, в которой электроны покидают разрядный промежуток, не успев размножиться.

С различных точек зрения представляет интерес вычисление не только коэффициента Таунсенда, но и функции распределения электронов по энергии. Ниже мы получим аналитическое выражение для функции распределения при больших значениях  $E/p$  ( $E$  – напряженность поля) и проверим это выражение численным моделированием.

Функцию распределения электронов по энергии в сильном поле можно получить из простых соображений. Пусть функция распределения  $f(\epsilon, x)$  дает число электронов с энергией  $\epsilon$  на расстоянии  $x$  от катода. Будем считать, что при движении электронов в точку  $x$  из точки  $x - dx$  энергия электрона принимает значение  $\epsilon$ , если в точке  $x - dx$  она имела значение  $\epsilon - eE \cdot dx$ . Это означает, что мы пренебрегли силой трения электронов о газ. Число электронов, пришедших в точку  $x$ , определяется выражением:

$$\begin{aligned} & v(\epsilon - eE \cdot dx) \cdot f(\epsilon - eE \cdot dx, x - dx) = \\ & = v(\epsilon) \cdot \left(1 - \frac{eE \cdot dx}{2\epsilon}\right) \cdot \left(f(\epsilon, x) - \frac{\partial f(\epsilon, x)}{\partial \epsilon} \cdot eE dx - \frac{\partial f(\epsilon, x)}{\partial x} \cdot dx\right), \end{aligned}$$

где  $v(\epsilon)$  – скорость электрона, соответствующая энергии  $\epsilon$ . В стационарном случае, приравняв число пришедших электронов числу ушедших электронов  $v(\epsilon) \cdot f(\epsilon, x)$ , имеем уравнение:

$$\frac{\partial f}{\partial \epsilon} = -\frac{1}{eE} \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{1}{2\epsilon} f.$$

Ищем его решение в виде произведения  $f(\epsilon, x) = N_e(x) \cdot \psi(\epsilon)$ , где  $N_e(x)$  – плотность электронов в точке  $x$ ;  $\psi(\epsilon)$  – распределение электронов по энергиям. Учитывая определение коэффициента Таунсенда  $dN_e(x)/dx = \alpha_i \cdot N_e(x)$ , имеем:

$$\frac{d\psi}{d\epsilon} = -\left(\frac{\alpha}{eE} + \frac{1}{2\epsilon}\right) \psi.$$

Решением этого уравнения является выражение:

$$\psi(\epsilon) = \frac{1}{\sqrt{\pi\epsilon}} \exp\left(-\frac{\epsilon}{\epsilon_{max}^*}\right),$$

где  $\epsilon_{max}^* = eE/\alpha_i$ . Соответственно, нормированное на единицу распределение по энергии электронов, пересекающих плоскость, параллельную плоскости катода, запишется как:

$$\phi(\epsilon) = (1/\epsilon_{max}^*) \exp(-\epsilon/\epsilon_{max}^*). \quad (1)$$

Отметим, что величина  $\epsilon_{max}^*$ , фигурирующая в (1), является установившейся, т.е. максимальной средней энергией электронов. Она следует и из закона сохранения энергии:

$$\frac{d(N_c \epsilon^*)}{dx} = eEN_e, \text{ откуда } \frac{d\epsilon^*}{dx} = eE - \alpha_i \epsilon^*,$$

соответственно  $\epsilon_{max}^* = eE/\alpha_i$  при  $x \gg 1/\alpha_i$ , когда  $d\epsilon^*/dx = 0$ . Здесь  $\epsilon^*$  – средняя энергия электронов.

Приведенный выше вывод выражения (1) для функции распределения электронов по энергиям  $\phi(\epsilon)$  опирается на предположение о независимости коэффициента Таунсенда  $\alpha_i$  от координаты. Этот факт подтвержден численными расчетами (рис. 1). В расчетах [1–7] коэффициент Таунсенда  $\alpha_i$  определялся как множитель в показателе экспоненты, аппроксимирующей рассчитанное число актов ионизации  $n_i(x) \propto \exp(\alpha_i x)$  для разных расстояний до катода  $x$ . Расчеты показали, что при любых значениях напряженности поля экспоненциальная зависимость  $n_i(x) \propto \exp(\alpha_i x)$ ,  $\alpha_i = \text{const}$  имеет место, когда  $x \gg \alpha_i^{-1}$ . При этом от  $x$  не зависят также и дрейфовая скорость электронов  $u_d$ , и средняя энергия электронов  $\epsilon^*$ .

Ниже представлены расчеты функции распределения электронов по энергии  $\phi(\epsilon)$ , непосредственно проверяющие формулу (1) на примере гелия. Моделирование размножения и переноса электронов в гелии было проведено, как и в [1], на основе одной из модификаций метода частиц. Электроны рождались на катоде с хаотически направленной скоростью и начальной энергией, распределенной по закону Пуассона со средним значением  $\epsilon_0 = 0.2 \text{ эВ}$ . На малых временных шагах решались уравнения движения всех электронов и с вероятностями, определяемыми сечениями элементарных процессов, разыгрывались упругие и неупругие столкновения. Используемые в работе сечения различных процессов приведены в работе [1].

$n_i, \epsilon^*, eV; u_d, km/s$

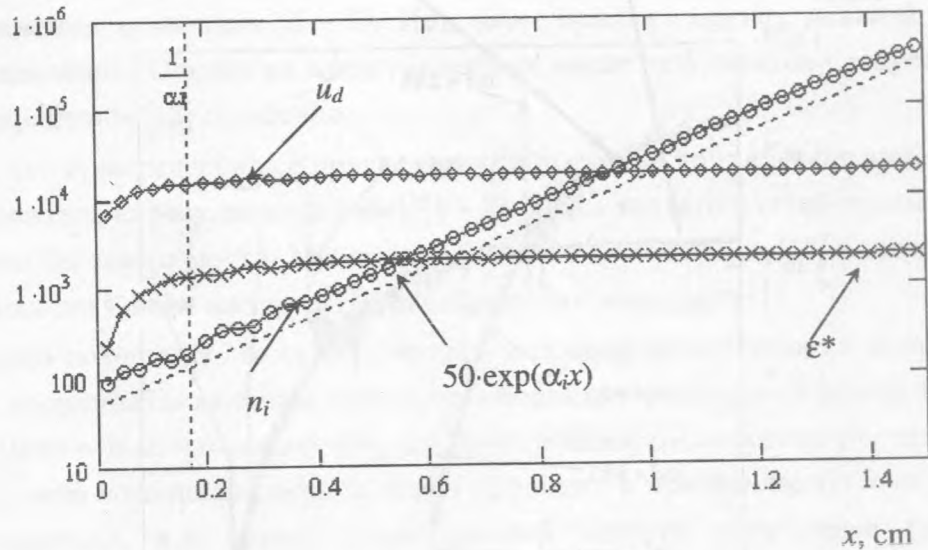


Рис. 1. Характеристики размножения электронов в зависимости от расстояния до катода  $x$  при следующих параметрах: плотность гелия  $N_{He} = 5.15 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  ( $p = 16 \text{ Торр}$ ),  $d = 15 \text{ мм}$ ,  $E = 24 \text{ кВ/см}$ , ( $E/p = 1.5 \text{ кВ/см} \cdot \text{Торр}$ ). Кружки – количество рожденных ионов  $n_i$ ; пунктир – экспоненциальная зависимость при  $\alpha_i = 5.9 \text{ см}^{-1}$ ,  $\alpha_i d \approx 9$ ; ромбы – средняя скорость электронов  $u_d$ ; косые кресты – средняя энергия электронов  $\epsilon^*$ .

Вычислялись функции  $f(\epsilon, x)$  распределения всех электронов по энергии  $\epsilon$ , пересекающих плоскость в заданной точке  $x = d$ . Расчеты проведены для значений  $E/p = 1.5 \text{ кВ/см} \cdot \text{Торр}$ ,  $E/p = 3 \text{ кВ/см} \cdot \text{Торр}$ , при которых, согласно традиционному подходу [8 – 10], независимо от значения  $d$  должны преобладать убегающие электроны. Эти значения соответствуют спадающему участку зависимости  $\alpha_i$  от  $E/p$  [1 – 7]. Распределение по энергии нормировалось на единицу:

$$\phi(\epsilon, d) = f(\epsilon, d) \left( \int f(\epsilon, d) d\epsilon \right)^{-1}.$$

Расчеты показывают (рис. 2), что при  $d \gg \alpha_i^{-1}$  функции  $\phi(\epsilon, d)$  для разных значений  $d$  совпадают друг с другом и с функцией, определяемой выражением (1), в котором значение  $\alpha_i$  определено указанным выше способом – по наклону логарифма числа актов ионизации. Видно, что при небольших энергиях  $\epsilon \sim \epsilon_{max}^* \ll eEd$  функции распределения для разных значений  $d$  просто ложатся друг на друга. При небольших значениях  $\alpha_i \cdot d \sim$



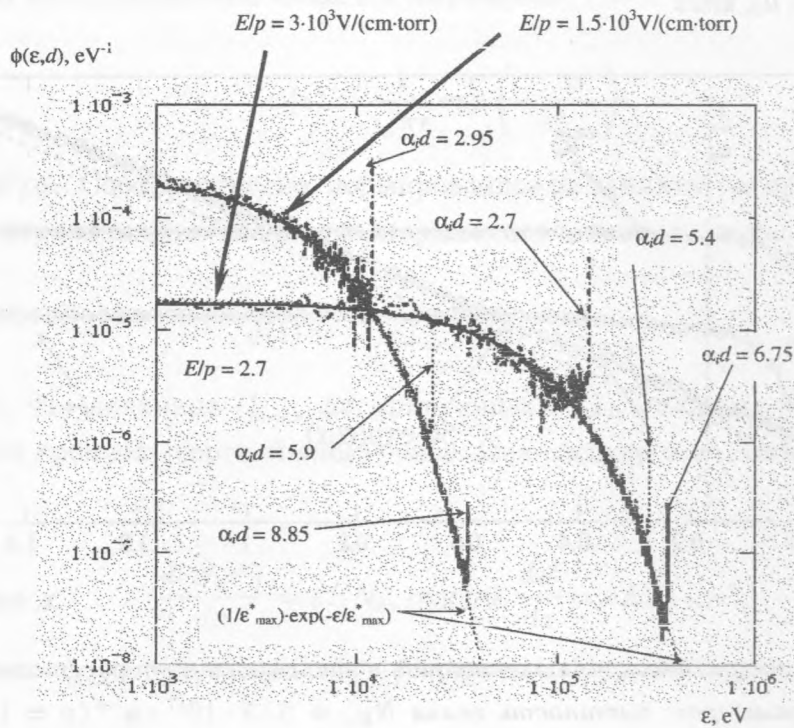


Рис. 2. Нормированные на единицу функции распределения по энергии электронов, достигших точки  $x = d$  для разных значений  $d$ . Плотность гелия  $N_{He} = 5.15 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  ( $p = 16 \text{ Торр}$ ). При  $E = 24 \text{ кВ/см}$ , ( $E/p = 1.5 \text{ кВ/см} \cdot \text{Торр}$ ),  $d = 5, 10$  и  $15 \text{ мм}$ . Острые пики соответствуют значениям максимальной энергии электронов:  $eEd = 1.2 \cdot 10^4 \text{ eV}$ ;  $2.4 \times 10^4 \text{ eV}$ ;  $3.6 \cdot 10^4 \text{ eV}$ . При  $E = 48 \text{ кВ/см}$ , ( $E/p = 3 \text{ кВ/см} \cdot \text{Торр}$ ),  $d = 30, 60$  и  $75 \text{ мм}$ :  $eEd = 1.44 \cdot 10^5 \text{ eV}$ ;  $2.88 \cdot 10^5 \text{ eV}$ ;  $3.6 \cdot 10^5 \text{ eV}$ .

1 увеличивается доля электронов на конце распределения (при  $\epsilon \approx eEd$ ). Это и есть убегающие электроны, которые доминируют при  $\alpha_i \cdot d < 1$ .

В связи с изложенным выше отметим следующее. Вся концепция [1 – 7] поставлена под сомнение в работе [13]. Ключевым моментом критики на самом деле является утверждение [13, с. 1078], что введение  $\alpha_i$  как функции  $E/p$  является для сильных полей физически бессмысленным. По мнению автора [13], функция распределения электронов, а с нею и частота ионизации, и коэффициент Таунсенда, являются при больших  $E/p$  сильно нелокальными даже в однородном поле. Точнее говоря, по мнению автора [13], коэффициент Таунсенда даже в однородном поле должен явно зависеть от координат.

Если бы утверждение работы [13], о явной зависимости коэффициента Таунсенда от координат было бы правильным, то это действительно поставило бы под сомнение основные положения концепции [1 – 7]. При этом критика других деталей не имела бы большого значения. Однако из представленных выше результатов следует, что это ключевое утверждение [13] ошибочно.

Отметим, что практически все другие принципиальные критические замечания работы [13] относительно результатов работ [1 – 7] также являются ошибочными. Однако их разбор занял бы много места. Мы планируем отмечать ошибки [13] в своих работах по мере публикации новых материалов, развивающих концепцию [1 – 7].

В однородном поле наиболее существенным условием независимости коэффициента Таунсенда от координаты является требование большого расстояния между электродами  $d \gg \alpha_i^{-1}$ . Дело в том, что набор энергии электронов с расстоянием растет линейно, а число электронов – экспоненциально, и это приводит к преобладанию электронов, не успевших ускориться, и к ограничению средней энергии электронов (подробнее см. [5 – 7]).

В то же время при любых (в том числе и малых) полях понятие коэффициента Таунсенда теряет смысл на малых расстояниях  $x < \alpha_i^{-1}$ . В сильных полях, как показано в [1 – 7], коэффициент Таунсенда падает и расстояние  $x \approx \alpha_i^{-1}$ , при котором понятие коэффициента Таунсенда теряет смысл, увеличивается. Этот факт и выражает нелокальный критерий [5 – 7].

Итак, в сильном поле, когда в уравнении движения отдельного электрона можно пренебречь силой торможения электронов о газ, распределение электронов по энергиям описывается простой экспоненциальной зависимостью. При этом характерная ширина распределения соответствует энергии, набираемой электроном на длине, соответствующей обратному коэффициенту Таунсенда. Поэтому при расстоянии между электродами, много большем обратного коэффициента Таунсенда, ширина энергетического распределения электронов много меньше энергии, набираемой электроном при свободном прохождении межэлектродного расстояния.

Работа поддержана МНТЦ, грант N 2706.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Письма в ЖЭТФ, **77** (5), 264 (2003).
- [2] Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Письма в ЖТФ, **29** (16), 54 (2003).

- [3] Бойченко А. М., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Письма в ЖЭТФ, **78** (11), 1223 (2003).
- [4] Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Письма в ЖТФ, **30**, вып. 7, 14 (2004).
- [5] Тарасенко В. Ф., Яковленко С. И. УФН, **174**, N 9, 953 (2004).
- [6] Tkachev A. N. and Yakovlenko S. I. Central European Journal of Physics (CEJP), **2**(4), 579 (2004), ([www.cesj.com/physics.html](http://www.cesj.com/physics.html)).
- [7] Tarasenko V. F. and Yakovlenko S. I. Physica Scripta, **72**(1), 41 (2005).
- [8] Королев Ю. Д., Месяц Г. А. Физика импульсного пробоя газов, М., Наука, 1991.
- [9] Бабич Л. П., Лойко Т. В., Цукерман В. А. УФН, **160**(7), 49 (1990).
- [10] Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М., Наука, 1992.
- [11] Трубников Б. А. Столкновения частиц в полностью ионизованной плазме. Вопросы теории плазмы. Вып. 1. Под ред. М. А. Леонтовича. М., Госатомиздат, 1963.
- [12] Сивухин Д. В. Кулоновские столкновения в полностью ионизованной плазме. Вопросы теории плазмы. Вып. 4. Под ред. М. А. Леонтовича. М., Госатомиздат, 1964.
- [13] Бабич Л. П. УФН, **175**(10), 1069 (2005).

Институт общей физики

им. А. М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 26 декабря 2005 г.