УДК 537.591.15

# ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭНЕРГИИ ЧАСТИЦ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ РАДИОМЕТОДОМ В СЛУЧАЕ РОЖДЕНИЯ КАСКАДА И РЕГИСТРАЦИИ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНОЙ И ТОЙ ЖЕ СРЕДЕ

Г. А. Гусев, И. А. Кроль, Б. Н. Ломоносов, В. А. Царев, В. А. Чечин

*Обсуждается возможность определения энергии каскадов в экспериментах по регистрации частиц высоких энергий с помощью радиометода путем измерения амплитуды и поляризации когерентного черенковского радиоизлучения двумя пространственно разнесенными приемниками. Получены соотношения для оценки точности измерения энергии в зависимости от параметров экспериментов, которые могут быть полезными при анализе экспериментальных данных, а также планировании новых или модернизации идущих экспериментов.*

В последние годы значительно возрос интерес к использованию метода регистрации частиц высоких энергий с помощью когерентного радиоизлучения Вавилова–Черенкова от каскадов, рожденных в среде этими частицами [1]. Важнейшим преимуществом радиометода является возможность использования очень большой длины распространения радиоволн. Это позволяет обеспечить просмотр огромных объемов атмосферы или других прозрачных для радиоизлучения сред, и регистрировать с высокой статистической обеспеченностью редкие события при ультравысоких энергиях. В настоящее время радиометод положен в основу ряда экспериментов и проектов по регистрации частиц ультравысоких энергий в таких радиопрозрачных природных средах, как атмосфера, соляные купола, ледяные щиты Антарктиды и Гренландии и лунный реголит (см., например, обзоры [2, 3]). Существенным достоинством радиометода является также принципиальная возможность калориметрического измерения энергии каскада $W$, образованного первичной частицей, и, таким образом, определения энергии этой частицы. При этом используется то обстоятельство, что амплитуда электрического поля излучения каскада $E_f$ зависит от энергии каскада $W$, расстояния $R$ от каскада до приемника и угла излучения $\theta$ по отношению к оси каскада $E_f(W, \theta, R) = WF(\theta, \ln W)/R$, где $F$ – известная функция. Если $R$ и $\theta$ известны, то по измеренной амплитуде $E_f$ можно найти энергию $W$. Именно такая ситуация имеет место, например, при регистрации радиоизлучения от каскадов с помощью пространственно распределенных систем приемников, расположенных на поверхности земли (в экспериментах с широкими атмосферными ливнями) или погруженных в лед (эксперимент RICE [4]) или в соляные купола (SALSA [5], SND [6]). Подобные системы позволяют, вообще говоря, восстановить как место образования каскада, так и угол излучения. Иначе обстоит дело в аэростатных и спутниковых экспериментах и проектах типа ANITA [7], CREED [3], FORTE [8] и ЛОРД (Лунный Орбитальный Радиодетектор) [9 – 12], а также при наблюдении радиоизлучения от поверхности Луны с помощью наземного радиотелескопа, например, в эксперименте КАЛЯЗИН [13], в которых регистрация радиоизлучения производится из одной точки. При этом геометрия регистрации позволяет с некоторой точностью найти величину расстояния $R$, однако угол излучения остается неопределенным, что препятствует нахождению энергии каскада $W$ по измеренной величине сигнала в каждом отдельном событии. В работе [14] обсуждалась возможность определения угла излучения (и, следовательно, энергии каскада $W$) по измерению амплитуды и поляризации излучения двумя разнесенными приемниками. В этом случае по координатам двух спутников и векторам поляризации электрического поля могут быть построены перпендикулярные им плоскости, линия пересечения которых, пересекаясь с поверхностью Луны, дает точку выхода излучения. Другая возможность состоит в использовании узконаправленных антенн. В настоящей работе эти идеи анализируются более детально. Получены явные аналитические выражения и приведены оценки точности измерения энергии в зависимости от параметров эксперимента. При этом предполагается, что каскад образуется и регистрируется по радиоизлучению в одной и той же (однородной) среде (например, в атмосфере, во льду или в каменной соли). Ситуация, когда рождение каскада и регистрация радиоизлучения от него происходят в двух различных средах, будет рассмотрена в последующей публикации. В [2 – 15] было показано, что даже при измерении одним приемником, определение угла излучения и потому нахождение энергии каскада возможно с помощью измерения частотного спектра.

Очевидно, что при регистрации одним приемником по измеренной поляризации излучения $\mathbf{p} \propto \mathbf{E}_f$ можно определить лишь плоскость, в которой лежит вектор скорости движения каскада $\mathbf{v}$, поскольку для излучения Вавилова–Черенкова векторы $\mathbf{R}$, $\mathbf{v}$, и

$\mathbf{p}$ – компланарны. Однако, если поляризация измеряется одновременно двумя приемниками, то по двум векторам $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}_1$ уже можно определить направление каскада и, следовательно, углы излучения $\theta$ и $\theta_1$, а затем и угловые факторы $F$ и $F_1$ в амплитуде электрического поля. В этом случае амплитуды сигналов, измеренных в двух приемниках, дают два независимых измерения энергии первичной частицы и позволяют, как упоминалось выше [14], определить два вектора $\mathbf{R}_1$ и $\mathbf{R}_2$. Рассмотрим подробнее такую процедуру.

Пусть источник излучения находится в заданной точке О, так что известны два единичных вектора $\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$ и $\mathbf{n}_1 = \mathbf{R}_1/R_1$ в направлении от точки О до приемников. Пусть в результате измерений найдены два единичных вектора поляризации $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}_1$; по определению $\mathbf{p} \perp \mathbf{n}$ и $\mathbf{p}_1 \perp \mathbf{n}_1$. Направление движения частиц каскада $\mathbf{v}$ определяется этими четырьмя векторами.

Если излучение линейно поляризовано, то три вектора $\mathbf{v}$, $\mathbf{n}$, и $\mathbf{p}$ лежат в одной плоскости: $\mathbf{v}[\mathbf{n} \times \mathbf{p}] = 0$; аналогично, $\mathbf{v}[\mathbf{n}_1 \times \mathbf{p}_1] = 0$. Эти уравнения удовлетворяются, если $\mathbf{v} \propto [\mathbf{S} \times \mathbf{S}_1]$, где $\mathbf{S} = [\mathbf{n} \times \mathbf{p}]$ и $\mathbf{S}_1 = [\mathbf{n}_1 \times \mathbf{p}_1]$. Поскольку длина вектора $\mathbf{v}$ не определяется, то из этих уравнений можно определить лишь единичный вектор

$$\mathbf{v} = [\mathbf{S} \times \mathbf{S}_1]/|[\mathbf{S} \times \mathbf{S}_1]|. \tag{1}$$

Отметим, что вектор поляризации определяется только с точностью до знака. Поэтому векторы $\mathbf{S}_1$, $\mathbf{S}$ и $\mathbf{v}$ (1) также определяются с точностью до знака. Правильное направление $\mathbf{v}$ находится из физических соображений.

Определим теперь, как дисперсия $D_v = \sigma_v^2$ вектора $\mathbf{v}$ связана с дисперсиями $D_S = \sigma_S^2$ и $D_{S1} = \sigma_{S1}^2$ векторов $\mathbf{S}$ и $\mathbf{S}_1$. Варьируя (1) и считая вариации $\delta\mathbf{S}$ и $\delta\mathbf{S}_1$ независимыми, получим,

$$\langle(\delta\mathbf{v} \cdot \delta\mathbf{v})\rangle = D_v = \left\langle \frac{[\delta\mathbf{S} \times \mathbf{S}_1] \cdot [\delta\mathbf{S} \times \mathbf{S}_1] + [\mathbf{S} \times \delta\mathbf{S}_1] \cdot [\mathbf{S} \times \delta\mathbf{S}_1]}{1 - (\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_1)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_1)^2[(\mathbf{S} \cdot \delta\mathbf{S}_1)^2 + (\delta\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_1)^2]}{[1 - (\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_1)^2]^2} \right\rangle. \tag{2}$$

Поскольку $\mathbf{S}$ – единичный вектор, то $\delta\mathbf{S} \perp \mathbf{S}$. Это значит, что среднее от произведений компонент $< \delta S_i \delta S_j >$ имеет вид

$$\langle\delta S_i \delta S_j\rangle = \frac{D_S}{2}(\delta_{ij} - S_i S_j), \ \langle\delta S_{i1} \delta S_{j1}\rangle = \frac{D_{S1}}{2}(\delta_{ij} - S_{i1} S_{j1}). \tag{3}$$

Отсюда находятся средние от скалярных произведений, входящих в (2):

$$\langle(\delta\mathbf{S}\cdot\delta\mathbf{S})\rangle = D_{S1}\langle(\delta\mathbf{S}_1\cdot\delta\mathbf{S}_1)\rangle = D_{S1},$$

$$\langle(\delta\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}_1)(\delta\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}_1)\rangle = \frac{D_S}{2}[1-(\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}_1)^2],\ \langle(\delta\mathbf{S}_1\cdot\mathbf{S})(\delta\mathbf{S}_1\cdot\mathbf{S})\rangle = \frac{D_{S1}}{2}[1-(\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}_1)^2]. \quad (4)$$

$$D_v = \langle(\delta\mathbf{v}\cdot\delta\mathbf{v})\rangle = \frac{(D_S+D_{S1})}{2}\frac{[1+2(\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}_1)^2]}{1-(\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}_1)^2}, \quad (5)$$

$$(\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}_1) = (\mathbf{n}\cdot\mathbf{n}_1)(\mathbf{p}\cdot\mathbf{p}_1) - (\mathbf{n}\cdot\mathbf{p}_1)(\mathbf{p}\cdot\mathbf{n}_1). \quad (6)$$

Эта формула определяет дисперсию направлений скорости каскада в терминах дисперсий $D_S$ и $D_{S1}$ единичных векторов $\mathbf{S} = [\mathbf{n}\times\mathbf{p}]$ и $\mathbf{S}_1 = [\mathbf{n}_1\times\mathbf{p}_1]$, перпендикулярных к плоскостям колебаний электрического вектора излучения в двух приемных антеннах. В свою очередь, эти дисперсии можно выразить непосредственно в терминах дисперсий направлений векторов $\mathbf{n}$, $\mathbf{p}$, $\mathbf{n}_1$, и $\mathbf{p}_1$. При этом нужно учесть, что, по самому смыслу измерения направления на источник волн, вектор $\mathbf{n}$ остается единичным, т.е. его флуктуации имеют форму (3). Флуктуации $\delta\mathbf{p}$ вектора поляризации $\mathbf{p}$ имеют только одну степень свободы, которую можно выбрать как азимутальный угол $\psi$ (так называемый азимут колебаний) поворота вектора $\mathbf{p}$ относительно $\mathbf{n}$. Следовательно, $\delta\mathbf{p}\perp\mathbf{p}$ и $\delta\mathbf{p}\perp\mathbf{n}$, т.е. $\delta\mathbf{p}\propto[\mathbf{p}\times\mathbf{n}]$. Итак,

$$\langle\delta n_i\delta n_j\rangle = \frac{D_n}{2}(\delta_{ij}-n_in_j),\ \langle\delta n_{i1}\delta n_{j1}\rangle = \frac{D_{n1}}{2}(\delta_{ij}-n_{i1}n_{j1}),$$

$$\langle\delta p_i\delta p_j\rangle = D_\psi(\delta_{ij}-n_in_j-p_ip_j),\ \langle\delta p_{i1}\delta p_{j1}\rangle = D_{\psi1}(\delta_{ij}-n_{i1}n_{j1}-p_{i1}p_{j1}). \quad (7)$$

Тогда

$$D_S = \langle(\delta\mathbf{S}\cdot\delta\mathbf{S})\rangle = \langle[\delta\mathbf{n}\times\mathbf{p}]\cdot[\delta\mathbf{n}\times\mathbf{p}] + [\mathbf{n}\times\delta\mathbf{p}]\cdot[\mathbf{n}\times\delta\mathbf{p}]\rangle = \frac{D_n}{2}+D_\psi,$$

$$D_{S1} = \langle(\delta\mathbf{S}_1\cdot\delta\mathbf{S}_1)\rangle = \langle[\delta\mathbf{n}_1\times\mathbf{p}_1]\cdot[\delta\mathbf{n}_1\times\mathbf{p}_1] + [\mathbf{n}_1\times\delta\mathbf{p}_1]\cdot[\mathbf{n}_1\times\delta\mathbf{p}_1]\rangle = \frac{D_{n1}}{2}+D_{\psi1}. \quad (8)$$

Подставив (8) в (5), получим дисперсию направлений скорости каскада, выраженную непосредственно через неопределенности величин, измеряемых двумя приемниками, именно, через дисперсию $D_n$ (и $D_{n1}$) направлений на источник излучения и дисперсию $D_\psi$ (и $D_{\psi1}$) угла поляризации относительно этого направления.

Очевидно, что если угол между плоскостями колебаний, измеренными двумя приемниками, оказывается малым, то дисперсия $D_v$ направления каскада резко возрастает. В (5) это соответствует $(\mathbf{SS}_1) \approx 1$. Во всяком случае, это имеет место для "близко расположенных" приемников, когда $\mathbf{n} \approx \mathbf{n}_1$ и $\mathbf{p} \approx \mathbf{p}_1$; при этом первое слагаемое в (6) близко к единице, а второе – к нулю.

Если ввести сферические углы с полярной осью вдоль скорости каскада $\mathbf{v}$, то $1 - (\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_1)^2 = \sin^2(\Phi_{vnn1})$, где $\Phi_{vnn1}$ – угол между плоскостями излучения $(\mathbf{vn})$ и $(\mathbf{vn}_1)$. Кроме случая "близко расположенных" приемников, знаменатель в (5) будет малым и при $\Phi_{vnn1} \approx \pi$ (приемники на противоположных сторонах от вектора $\mathbf{v}$, т.е. векторы $\mathbf{n}$, $\mathbf{v}$, и $\mathbf{n}_1$ образуют "вилку" вблизи одной плоскости).

Чтобы дисперсия $D_v$ была не слишком велика, угловое расстояние между антеннами должно быть порядка единицы (так, чтобы $1 - (\mathbf{SS}_1)^2$ было близко к единице). Если эти условия выполнены, то из (5) и (8) получим нижнюю оценку точности измерения скорости каскада, выраженную через дисперсии $D_n$ и $D_\psi$:

$$D_v = \langle(\delta\mathbf{v} \cdot \delta\mathbf{v})\rangle \geq \frac{D_S + D_{S1}}{2} = \frac{D_n + D_{n1}}{4} + \frac{D_\psi + D_{\psi 1}}{2} \approx \frac{D_n}{2} + D_\psi. \qquad (5a)$$

Учтем, что $D_n \approx \delta\Omega$, где $\delta\Omega$ – телесный угол диаграммы направленности приемной антенны. Рассмотрим в качестве примера параболические антенны с большим коэффициентом усиления ($\delta\Omega \leq 0.01$), как это предполагается в [12]. Положим, что точность измерения угла поляризации для таких антенн такова, что $D_\psi \approx D_n$. В этом случае направление скорости каскада может быть измерено со среднеквадратичной ошибкой $|\delta\mathbf{v}| = \sigma_v = D_v^{1/2} \approx 0.1 \approx 6°$.

Амплитуду электрического поля излучения под углом $\theta$ к оси каскада можно записать в виде

$$|\mathbf{E}_f| = E_f = N(f, R)W \exp[-\alpha(f)(\cos\theta - 1/n)^2]. \qquad (9)$$

Здесь $W$ – энергия каскада, $N(f, R)$ – нормировка, зависящая от частоты $f$ и расстояния $R$ от каскада до точки наблюдения. Получим относительную дисперсию энергии каскада в виде (пренебрегая неопределенностями в измерении частоты и расстояния)

$$\frac{D_W}{W^2} = \frac{\langle\delta W \delta W\rangle}{W^2} = \frac{\langle\delta E_f \delta E_f\rangle}{E_f^2} + 4\alpha^2(\cos\theta - 1/n)^2\langle\delta\cos\theta\delta\cos\theta\rangle. \qquad (10)$$

Сделаем численную оценку (10) в применении к эксперименту ЛОРД [9 – 12].

Точность измерения напряженности $E_f$ определяется отношением SN сигнала к шуму. Согласно расчетам для проекта ЛОРД [9 - 12], это отношение следует брать равным 3–5, чтобы обеспечить приемлемую скорость счета событий, инициированных космическими частицами ультравысоких энергий. Если положить $SN \approx 4$, то $\delta SN \approx 2$ и

$$\frac{\langle \delta E_f \delta E_f \rangle}{E_f^2} \approx \frac{\langle \delta SN \delta SN \rangle}{SN^2} \approx \frac{1}{4}.$$

Поскольку излучение быстро падает при увеличении разности $\cos\theta - 1/n$, в (10) следует положить $|\cos\theta - 1/n| \approx \Delta|\cos\theta - 1/n| \approx 1/\alpha^{1/2}$. Полагая в (9) $\sin^2\theta \approx \sin^2\theta_C \approx (1 - 1/n^2)$ и $(\mathbf{SS}_1) << 1$, получим из (10)

$$\langle \delta W/W \rangle = \frac{\sqrt{D_W}}{W} \approx \sqrt{0.25 + \frac{2\alpha(n^2-1)}{n^2}(1.5D_{n1} + D_{\psi 1})}. \tag{11}$$

Используя функцию $\alpha(W)$, определяющую угловую зависимость излучения, из работ [9 - 12] при $W \approx 10^{19}$ *эВ* получим $\alpha \approx 120 f^2$ (*ГГц*); тогда при $n \approx 1.8$ (лунный реголит):

$$\langle \delta W/W \rangle \approx \sqrt{0.25 + 165 f^2(GHz)(1.5D_{n1} + D_{\psi 1})}. \tag{12}$$

Отсюда видно, что при регистрации излучения в области частот $f \approx 1$ *ГГц*, относительная ошибка измерения энергии каскада будет порядка единицы даже при $D_{n1} \approx D_{\psi 1} \approx 0.01$ (т.е. при точности измерения направления на источник и угла поляризации на уровне $0.1 \approx 6°$). Однако, если $f \approx 0.1$ *ГГц*, то уже при $D_{n1} \approx D_{\psi 1} \approx 0.1$ оба члена под корнем в (12) будут близки друг к другу. В этом случае, можно получить вполне приемлемую точность измерения энергии каскада:

$$\langle \delta W/W \rangle \approx \sqrt{0.5} \approx 0.7,\ W \approx 10^{19}\ эВ,\ f \approx 100\ МГц,\ \sqrt{\delta\Omega} \approx \delta\psi \approx 0.3 \approx 18°. \tag{13}$$

Итак, измеряя поляризацию излучения двумя разнесенными антеннами, можно, в принципе, учесть угловую зависимость поля излучения (9). В этом случае, энергию каскада можно определить по измеренной амплитуде поля излучения. Дополнительная ошибка измерения энергии, возникающая при такой процедуре, описывается вторым слагаемым под корнем в (11) и (12). Квадратный корень этого слагаемого есть отношения ошибки $|\delta\cos\theta|$ измерения $\cos\theta$ к характерной угловой ширине $\Delta|\cos\theta - 1/n| \propto 1/f$ излучения вблизи черенковского конуса:

$$\sqrt{4\alpha^2(\cos\theta - 1/n)^2 \langle \delta\cos\theta \delta\cos\theta \rangle} \approx \sqrt{\alpha}\langle|\delta\cos\theta|\rangle = \frac{\langle|\delta\cos\theta|\rangle}{\Delta|\cos\theta - 1/n|}. \tag{14}$$

Поскольку угловая ширина излучения обратно пропорциональна частоте, описанная выше процедура становится осмысленной лишь при достаточно малых частотах (для выбранных выше параметров при $f \leq 100\ M\Gamma ц$).

Выше мы предполагали, что точка О возникновения каскада и, следовательно, расстояние $R$ в (9) точно известны. В действительности, в экспериментах типа CREED и ЛОРД величина $R$ определяется геометрией эксперимента с некоторой ошибкой, которая должна учитываться при нахождении ошибки нахождения энергии $W$. Очевидно, что повысить точность определения $R$ можно с помощью триангуляции, измеряя временные задержки прихода сигналов при его регистрации тремя или большим числом приемников.

Полученные выше результаты могут быть использованы как при планировании и анализе экспериментальных данных будущих экспериментов по регистрации космических лучей и нейтрино ультравысоких энергий с помощью радиометода, таких как лунный орбитальный эксперимент ЛОРД, так и при модернизации уже начатых экспериментов типа КАЛЯЗИН и ANITA.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Аскарьян Г. А. ЖЭТФ, **41**, 616 (1961); **48**, 988 (1965).

[2] Царев В. А. ЭЧАЯ, **35**, 187 (2004).

[3] Tsarev V. A. Proc. Int. Conf. “P. A. Cherenkov and Modern Physics”, J. Rad. Phys. Chem., 2006 (in press).

[4] Kravchenko I., Frichter G., Miller T., et al. Astropart. Phys., **20**, 195 (2003).

[5] Saltzberg D., Besson D., Gorham P., et al. Proc. SPIE, **4858**, 191 (2003).

[6] Kamijo T., Chiba M. In: Gorham, P. (Ed). Particle Astrophysics Instrumentation. Proc. of SPIE, **4858**, 151 (2003).

[7] Barwick S., Beathy J., Besson D., et al. Proc. of SPIE, **4858**, 191 (2003).

[8] Lehtinen N. G., Gorham P. W., Jacobson A. R. Roussel-Dupre R. A. Phys. Rev., **D69**, (2004).

[9] Гусев Г. А., Ломоносов Б. Н., Пичхадзе К. М. и др. Космические исследования, **44**, 22 (2006).

[10] Tsarev V. A., Chechin V. A., Feinberg E. L., et al. in: Proc. ARENA Workshop Zeuten, Germany, 2005, 231.

[11] Chechin V. A., Feinberg E. L., Gusev G. A., et al. in: Proc. ARENA Workshop Zeuten, Germany, 2005, 237.

[12] Гусев Г. А., Ломоносов Б. Н., Пичхадзе К. М. и др. ДАН, **406**, N 3, 327 (2006).

[13] Dagkesamansky R. D. in: Proc. ARENA Workshop Zeuten, Germany, 2004.

[14] Филоненко А. Д. Письма в ЖТФ, **28**, N 3, 60 (2002).

[15] Царев В. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 11, 26 (2001).


Поступила в редакцию 27 апреля 2006 г.