УДК 537.872.32

ИЗЛУЧЕНИЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ ДИПОЛЯ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

Б. М. Болотовский, А. В. Серов

Рассматривается излучение диполя конечных размеров, движущегося по произвольному закону. Показано, что для длин волн, больших чем размер диполя, излучение может быть выражено через дипольный момент системы. В этом случае излучение системы много меньше, чем излучение единичного заряда. Для длин волн много меньших, чем размер диполя, интенсивность излучения диполя равна сумме интенсивностей излучения двух зарядов. Для длин волн, соизмеримых с размером диполя, в угловом распределении излучения появляются интерференционные минимумы и максимумы.

Система из двух зарядов: положительного q и отрицательного $-q$, находящихся друг от друга на расстоянии $\mathbf{d}$, представляет собой диполь с дипольным моментом $q\mathbf{d}$. Будем предполагать, что плечо диполя $\mathbf{d}$ есть постоянный вектор, не зависящий от времени.

Пусть диполь $q\mathbf{d}$ движется в свободном пространстве по произвольному закону. Движение положительного заряда определяется уравнением

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t). \tag{1}$$

Тогда движение отрицательного заряда будет определяться уравнением

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) + \mathbf{d}. \tag{2}$$

Рассмотрим излучение, возникающее при таком движении. Если положительный заряд q движется по закону (1), то вдали от области движения компонента Фурье векторного потенциала поля излучения имеет вид [1]

$$\mathbf{A}_{\omega}^{(q)} = \frac{\exp(ikR_0)}{cR_0} \int\limits_{-\infty}^{\infty} q\mathbf{v}(t) \exp i[\omega t - \mathbf{kr}(t)]dt, \tag{3}$$

где R_0 – расстояние от области движения до точки наблюдения, $\mathbf{k}$ – волновой вектор.

Соответственно, если заряд $-q$ движется по закону (2), его векторный потенциал описывается уравнением

$$\mathbf{A}_{\omega}^{(-q)} = -\frac{\exp(ikR_0)}{cR_0} \int\limits_{-\infty}^{\infty} q\mathbf{v}(t) \exp i[\omega t - \mathbf{k}(\mathbf{r}(t) + \mathbf{d})]dt. \tag{4}$$

Полное поле излучения определяется суммой потенциалов (3) и (4) и записывается в виде

$$\mathbf{A}_{\omega} = \mathbf{A}_{\omega}^{(q)} + \mathbf{A}_{\omega}^{(-q)} = \frac{\exp(ikR_0)}{cR_0}(1 - \exp i\mathbf{kd}) \int\limits_{-\infty}^{\infty} q\mathbf{v}(t) \exp i[\omega t - \mathbf{kr}(t)]dt. \tag{5}$$

Это выражение отличается от выражения (3), определяющего излучение положительного заряда q, множителем $(1 - \exp i\mathbf{kd})$. Следовательно, энергия излучения диполя будет отличаться от энергии излучения единичного заряда множителем

$$|1 - \exp i\mathbf{kd}|^2 = 4 \sin^2 \frac{\mathbf{kd}}{2}. \tag{6}$$

Отсюда, в частности, видно, что излучение в направлении, перпендикулярном плечу диполя $\mathbf{d}$, отсутствует.

Рассмотрим два предельных случая. Пусть в первом случае выполняется неравенство $\mathbf{kd} << 1$. Такое неравенство, в частности, справедливо, если длина волны излучения во много раз больше, чем плечо диполя d. В этом случае интенсивность излучения диполя отличается от интенсивности излучения отдельного заряда, движущегося по той же траектории, множителем $(2\pi d/\lambda)^2$. Следовательно для больших длин волн интенсивность излучения диполя во много раз меньше интенсивности излучения заряда.

Во втором случае (когда $\mathbf{kd} >> 1$) множитель $[4\sin^2(\mathbf{kd}/2)]$ быстро осциллирует. Под некоторыми углами волны, излучаемые зарядами q и $-q$, гасят друг друга, а под другими – складываются, так что интенсивность излучения оказывается в четыре раза больше интенсивности излучения одного заряда. Для оценки интенсивности излучения в некотором конечном интервале частот и углов нужно воспользоваться средним значением множителя $\langle \sin^2(\mathbf{kd}/2) \rangle = 2$. Тогда получается, что интенсивность излучения диполя равна сумме интенсивностей излучения двух зарядов q и $-q$. В этом случае интерференция волн, излучаемых каждым зарядом, не приводит к уменьшению интенсивности излучения, как это имело место в случае излучения длинных волн.

На основе полученных результатов рассмотрим излучение диполя при мгновенном старте. Введем прямоугольную систему координат x, y, z. Будем считать, что диполь расположен на оси y, причем координата заряда q равна $y = d/2$, а заряда $-q$ равна $y = -d/2$. До момента $t = 0$ оба заряда покоятся, а при $t = 0$ начинают двигаться в положительном направлении оси x со скоростью v. Для этого случая формула (5), определяющая векторный потенциал электромагнитного поля системы, дает

$$\mathbf{A}_\omega = \frac{\exp(ikR_0)}{cR_0}(1 - \exp i\mathbf{kd}) \int_0^\infty q\mathbf{v}(t) \exp i[\omega t - \mathbf{kr}(t)]dt =$$

$$= q\mathbf{v}\frac{\exp(ikR_0)}{\omega c R_0}(1 - \exp i\mathbf{kd})\frac{1}{1 - \beta\cos\theta}. \qquad (7)$$

Здесь θ – угол между скоростью диполя и направлением излучения, φ – полярный угол, $\beta = v/c$.

Соответственно, энергия излучения на частоте ω записывается в виде

$$d\varepsilon = \frac{q^2 v^2}{\pi^2 c^3}\frac{\sin^3\theta d\theta d\varphi d\omega}{(1 - \beta\cos\theta)^2}\sin^2\frac{\mathbf{kd}}{2}. \qquad (8)$$

При $\mathbf{kd} << 1$ можно заменить функцию $\sin \mathbf{kd}/2$ на ее аргумент $\mathbf{kd}/2$. Тогда выражение для интенсивности излучения может быть записано в следующем виде

$$d\varepsilon = \frac{v^2}{\pi^2 c^3}\frac{\sin^3\theta d\theta d\varphi d\omega}{(1 - \beta\cos\theta)^2}\frac{(\mathbf{kp})^2}{4}, \qquad (9)$$

где $\mathbf{p} = q\mathbf{d}$ – дипольный момент системы. Для более коротких длин волн излучение уже не может быть выражено через дипольный момент.

Чтобы описать эволюцию электромагнитного поля при мгновенном старте диполя, напомним, как изменяется поле стартующего точечного заряда [2 – 4]. При мгновенном старте заряда в пространстве возникают две области, в которых электромагнитное поле имеет существенно различный характер. Если окружить точку старта сферой $R = ct$ ($t = 0$ соответствует моменту старта), то поле внутри сферы есть поле равномерно движущегося заряда, а поле вне сферы представляет собой поле заряда, покоящегося в точке $R = 0$. Силовые линии электрического поля внутри сферы ($R < ct$) непрерывным образом переходят во внешнее пространство ($R > ct$). При этом на каждой силовой линии имеется отрезок, лежащий на сфере $R = ct$. Это поле, лежащее на сфере, представляет собой поле излучения при мгновенном старте. Оно может быть записано в виде [3, 4].

$$E(t) = \frac{q}{R}\frac{\beta\sin\theta}{1-\beta\cos\theta}\delta(R-ct). \tag{10}$$

Дельта-функция аргумента $R - ct$ отражает то обстоятельство, что поле излучения отличается от нуля только на сфере $R = ct$, расширяющейся со скоростью света.

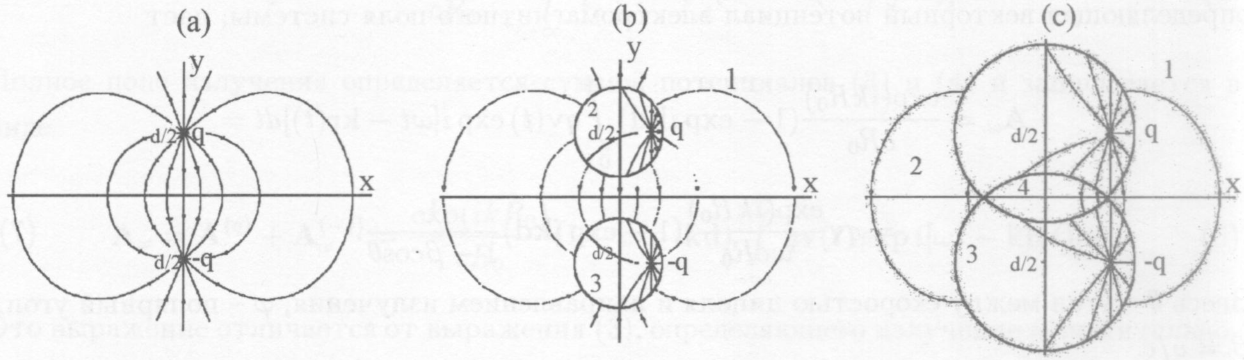

Рис. 1. *Электрическое поле двух зарядов q и $-q$, мгновенно ускоренных и движущихся с постоянной скоростью* $\mathbf{v}$; *(a)* $t = 0$, *(b)* $t < d/2c$, *(c)* $t > d/2c$.

В соответствии с этим подходом мы представим излучение диполя как излучение двух одновременно стартовавших зарядов q и $-q$, разделенных расстоянием d. До момента времени $t = 0$ (момент старта) поле во всем пространстве определяется суперпозицией полей двух покоящихся зарядов q и $-q$ (рис. 1a). После старта поле сначала изменяется в точках, близких к точкам старта зарядов. В отдаленных областях пространства поле по-прежнему определяется как сумма полей двух покоящихся зарядов. Окружим точки старта зарядов q и $-q$ сферами $R^{(q)} = ct$ и $R^{(-q)} = ct$ (рис. 1б). Эти сферы расширяются со скоростью света. Внутри сферы $R^{(q)} = ct$ поле представляет собой сумму поля заряда q, равномерно движущегося со скоростью v, и поля неподвижного заряда $-q$. Внутри сферы $R^{(-q)} = ct$ поле представляет собой суперпозицию полей равномерно движущегося заряда $-q$ и покоящегося заряда q. Пока сферы не пересекаются, пространство разделено на три области: область вне сфер $R^{(q)}$, $R^{(-q)}$ и внутренние области сфер. На рис. 1b эти области обозначены цифрами 1, 2 и 3.

Сферы не перекрываются до момента времени $t = d/2c$. После этого момента появляется область, в которой сферы перекрываются. Эта область обозначена на рисунке

1с цифрой 4. Поле в этой области представляет собой поле диполя, движущегося со скоростью v. Со временем область 4 расширяется, так что любая точка пространства рано или поздно попадает в эту область.

Поле излучения сосредоточено на поверхности сфер $R^{(q)}$ и $R^{(-q)}$. Первоначально, пока сферы не перекрываются, заряды, составляющие диполь, излучают независимо в том смысле, что их излучение не интерферирует друг с другом. Излучение каждого из зарядов описывается формулой (8). Это означает, что через точку наблюдения один за другим проходят два импульса излучения противоположных знаков. Спектральный состав электрического поля каждого импульса излучения определяется выражением

$$E_\omega = \frac{q}{2\pi cR}\frac{\beta\sin\theta}{1-\beta\cos\theta}\exp\left(i\frac{\omega}{c}R\right). \tag{11}$$

Выражение для поля излучения диполя получается аналогично выражению для векторного потенциала двух зарядов (5).

Приведенное выше рассмотрение можно применить для решения задачи об излучении заряженной частицы, стартующей вблизи от идеально проводящей поверхности. Предположим, что плоскость x, z представляет собой идеально проводящую поверхность. На оси y в точке $y = d/2$ находится заряд q. В момент $t = 0$ заряд начинает двигаться со скоростью v. Наличие проводящей поверхности можно учесть, введя "заряд отражения" противоположного знака, расположенный в точке $y = -d/2$. Таким образом, задача будет сведена к предыдущей.

Проведенное выше рассмотрение можно распространить на случай, когда диполь движется по конечной траектории. Излучение одного заряда, равномерно движущегося по конечной траектории, рассмотрено в работе [5]. Предположим, что до момента времени $t = 0$ диполь находится в покое. В момент времени $t = 0$ диполь начинает движение со скоростью $\mathbf{v}$, и это движение продолжается до момента времени $t = T$. В момент времени $t = T$ диполь останавливается. В этом случае векторный потенциал, описывающий излучение диполя, имеет вид

$$\mathbf{A}_\omega = q\mathbf{v}\frac{\exp(ikR_0)}{\omega cR_0}(1-\exp i\mathbf{kd})\frac{2\sin[(1-\beta\cos\theta)\omega T/2]}{1-\beta\cos\theta}. \tag{12}$$

Множитель $(1 - \exp i\mathbf{kd})$ описывает интерференцию излучения двух зарядов, образующих диполь. Интерференция приводит к тому, что, по сравнению с угловым распределением одного заряда, в угловом распределении излучения двух зарядов появляются дополнительные максимумы и минимумы. Как и в вышерассмотренных случаях, при $|\mathbf{kd}| << 1$ поле излучения может быть выражено через дипольный момент $q\mathbf{d}$ системы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 04-02-16376).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. Наука, М., 1975.

[2] Парселл Э. Электричество и магнетизм. Наука, М., 1983.

[3] Болотовский Б. М. Труды ФИАН, **140**, 95 (1982).

[4] Болотовский Б. М., Серов А. В. УФН, **167**, в. 10, 1107 (1997).

[5] Тамм И. Е. J. Phys. USSR, **1**, N 5-6, 439 (1939).

Поступила в редакцию 1 ноября 2006 г.