

УДК 533.951

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ КОРОТКОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

А. Л. Галкин, А. М. Галстян, В. В. Коробкин,
М. Ю. Романовский, О. Б. Ширяев

В работе с использованием силы Лоренца проанализировано движение электрона в поле лазерного излучения релятивистской интенсивности. В поле лазерного импульса изначально покоящийся электрон не движется по траекториям типа “восьмерка”. При релятивистских интенсивностях колебания электрона в оптическом поле имеют существенно ангармонический характер.

Движение заряженной частицы (например, электрона) в электрическом и магнитном полях определяется силой Лоренца. Как хорошо известно, это справедливо для любых полей, в том числе и для высокочастотного электромагнитного поля лазерного импульса. Изучению динамики электрона в электромагнитном поле на основе уравнения Ньютона с силой Лоренца посвящен ряд работ (см., например, [1 – 6]). В работах [3, 4] показано, что электрон на некоторое время захватывается лазерным импульсом и перемещается вместе с ним. При этом он на переднем фронте импульса ускоряется излучением до большой скорости, а затем на заднем фронте тормозится. В работе [5] в рамках двумерной геометрии рассмотрено движение электрона под действием очень интенсивного лазерного излучения, при котором амплитуда осцилляций электрона становится сравнимой с размером перетяжки каустики оптического поля. В этом случае изначально находящийся не на оси электрон выталкивается под некоторым углом к оси распространения лазерного импульса. Кинетическая энергия данного электрона может принимать большие значения. Иногда данный процесс интерпретируется как рассеяние электрона.

Следует отметить, что описание движения электрона в высокочастотном поле сопряжено со значительными трудностями в связи с большим числом осцилляций. Поэтому часто вместо силы Лоренца для анализа движения используется сила Лоренца, усредненная по высокочастотным осцилляциям [7 – 10]. В литературе эта сила получила название пондеромоторной. Очевидно, что для очень коротких импульсов с малым числом осцилляций понятие пондеромоторной силы теряет смысл и для анализа движения необходимо использовать точное выражение для силы Лоренца.

В настоящей работе рассмотрена динамика электрона в ультракоротком электромагнитном интенсивном оптическом поле. Ниже приводятся результаты расчета движения заряженной частицы с использованием уравнений с силой Лоренца в поле короткого лазерного импульса релятивистской интенсивности с линейной поляризацией.

Уравнения движения с силой Лоренца. Рассмотрим движение электрона в поле плоской монохроматической линейно-поляризованной волны с неоднородным и нестационарным распределением интенсивности.

Предположим, что вдоль оси z распространяется импульс, в котором электрическое поле направлено вдоль оси x . Полагаем, что фазовый фронт плоский и магнитное поле направлено вдоль оси y : $E_x = H_y = E_0(x, y, \xi) \cos \omega \xi$; $\xi = t - z/c$, где ξ – собственное время.

На электрон действует высокочастотная сила Лоренца и уравнение движения электрона имеет следующий вид

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e\mathbf{E} - \frac{e}{c}[\mathbf{v}\mathbf{H}], \quad (1)$$

где $e > 0$ – абсолютная величина заряда электрона. Уравнение (1) дополняется начальными условиями для скорости и положения электрона:

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0. \quad (2)$$

Амплитуда поля E связана с интенсивностью I соотношением:

$$I(x, y, \xi) = \frac{c}{8\pi} E_0^2(x, y, \xi). \quad (3)$$

В работе исследовались световые импульсы, интенсивность которых описывается выражениями

$$I(x, y, \xi) = I_m \exp \left\{ - \left[\frac{\xi - z_d/c}{\tau} \right]^s - \left[\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\rho_0} \right]^q \right\} \quad (4)$$

или

$$I(x, y, \xi) = I_m \frac{\rho_0^2}{\rho^2(z)} \exp \left\{ - \left[\frac{\xi - z_d/c}{\tau} \right]^s - \frac{x^2 + y^2}{\rho^2(z)} \right\}. \quad (5)$$

В выражениях (4), (5) величина ρ_0 определяет поперечный размер пучка в центре каустики, т.е. расстояние, на котором интенсивность I уменьшается в e раз (поле E – в \sqrt{e} раз). Поперечный размер пучка при произвольном значении z

$$\rho(z) = \rho_0 \sqrt{1 + z^2 \lambda^2 / 4\pi^2 \rho_0^4}.$$

Здесь I_m – максимальное значение интенсивности; z_d – величина первоначального сдвига импульса относительно электрона, обеспечивающая при численном решении плавное включение поля; τ – временная полуширина импульса на уровне $1/e$ по интенсивности, λ – длина волны излучения.

Распределение (4) реализуется, например, в каустике при фокусировке лазерного излучения линзой. При $\rho_0 \rightarrow \infty$ поле представляет собой неограниченную плоскую волну.

Если продольные перемещения заряженной частицы при ее взаимодействии с интенсивным световым импульсом превышают размер каустики, то распределением (4) пользоваться нельзя.

В варианте (5) поле представляет собой несколько упрощенную модель гауссова пучка. В этой модели учитывается изменение поперечного размера каустики в пространстве вдоль оси z , но не учитывается появление кривизны волнового фронта излучения вне каустики. Эта кривизна в принципе вызывает появление $E_z \neq 0$; $H_z \neq 0$, но для не очень больших z этими компонентами можно пренебречь.

Полагается, что фазовая и групповая скорости импульса равны c .

В покомпонентной записи из (1) имеем:

$$\frac{d}{dt} \frac{m\nu_x}{\sqrt{1 - \nu^2/c^2}} = -e(1 - \nu_z/c)E_0(x, y, \xi) \cos \omega\xi, \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{m\nu_y}{\sqrt{1 - \nu^2/c^2}} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{m\nu_z}{\sqrt{1 - \nu^2/c^2}} = -e(\nu_x/c)E_0(x, y, \xi) \cos \omega\xi. \quad (8)$$

В основном расчеты выполнены в предположении, что при $t = 0$ заряженная частица находится в точке $z_0 = 0$. Значительная часть расчетов выполнена для случая, когда при

$t = 0$ заряженная частица находится на оси пучка ($x_0 = y_0 = 0$), но также рассмотрено влияние начального радиального сдвига на характер движения.

Если начальные условия (2) таковы, что $v_{0y} = 0$, то движение электрона локализовано в плоскости (x, z) .

Результаты численных решений. Представленные в работе расчеты с выражением (4) выполнены для различных значений s и q , но наиболее полно проанализирована динамика электрона для значений $s = 2; 4$ и $q = 2; 4$. Расчеты с выражением (5) выполнялись для $s = 2; 4$.

Уравнения (6) – (8) могут быть записаны в безразмерных переменных $x/\lambda; z/\lambda; ct/\lambda; v/c$. При численном решении интерес представляют безразмерные координаты, компоненты скорости, ускорения $\lambda v'_x/c^2$ и $\lambda v'_z/c^2$, а также полная безразмерная энергия частицы W/mc^2 .

Обезразмеренная амплитуда поля выражается через безразмерную интенсивность I/I_r , где I_r – релятивистская интенсивность. В литературе используются несколько выражений для I_r , отличающихся численным множителем. На наш взгляд, наиболее корректный критерий для такого определения должен быть основан на сравнении максимальной полной энергии электрона, осциллирующего в поле короткого лазерного импульса, с mc^2 . Тогда $I_r = m^2 c^3 \omega^2 / 4\pi e^2 = 2.74 \cdot 10^{18} \cdot (1/\lambda[\text{мкм}])^2 [Вт/см^2]$.

На рис. 1 показаны временные профили для x/λ (рис. 1a), v_x/c (рис. 1b), z/λ (рис. 1c), v_z/c (рис. 1d), $\lambda v'_z/c^2$ (рис. 1e) и W/mc^2 (рис. 1f). Эти профили получены для варианта (4) в случае короткого импульса с параметрами $I/I_r = 0.01$ (нерелятивистский случай), $ct/\lambda = 4$, $s = 2$ (гауссовская форма), нулевой начальной скорости и нулевого начального поперечного смещения.

На рис. 2 показаны те же временные профили для $I/I_r = 10$ (релятивистский случай).

В нерелятивистском случае:

- поперечные координата и скорость осциллируют с частотой исходного электромагнитного излучения, осцилляции являются синусоидальными;
- продольная скорость осциллирует на удвоенной частоте, причем величина скорости всегда неотрицательна и после прохождения импульса равна нулю;
- максимальное значение продольной скорости достигается в максимуме интенсивности лазерного импульса;
- продольное ускорение осциллирует на удвоенной частоте вокруг нулевого значения, причем положительные и отрицательные значения примерно равны;

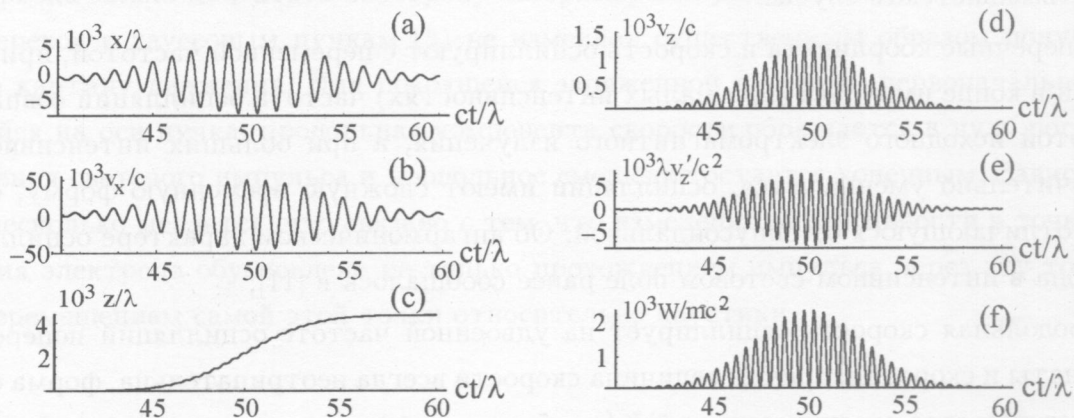


Рис. 1. Временные профили параметров нерелятивистского ($I/I_r = 0.01$) движения электрона: для x/λ (a), v_x/c (b), z/λ (c), v_z/c (d), $\lambda v_z'/c^2$ (e) и W/mc^2 (f). Профили получены для короткого импульса с распределением интенсивности (4) с параметрами $c\Delta t/\lambda = 4$, $s = 2$, $q = 2$ (гауссовская форма), нулевой начальной скорости и нулевого начального смещения.

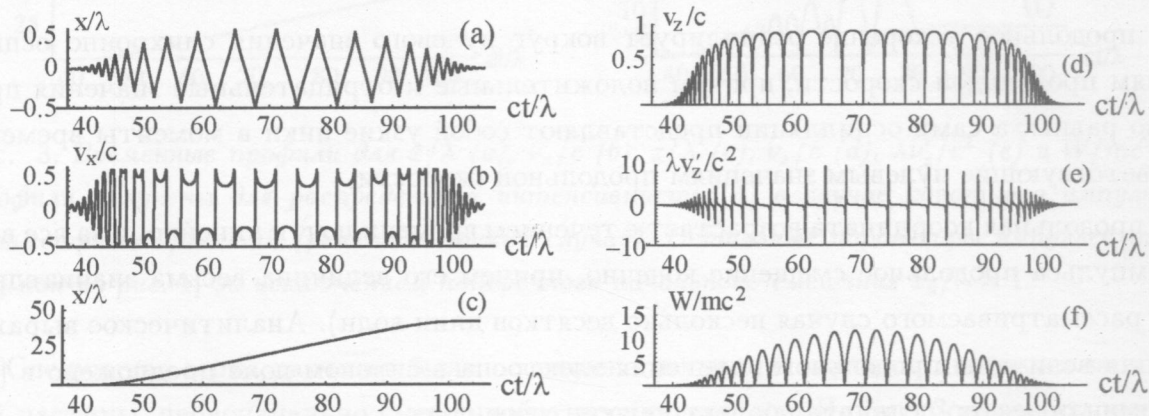


Рис. 2. Временные профили параметров релятивистского ($I/I_r = 10$) движения электрона: для x/λ (a), v_x/c (b), z/λ (c), v_z/c (d), $\lambda v_z'/c^2$ (e) и W/mc^2 (f). Остальные параметры импульса такие же, как на рис. 1.

– продольная координата возрастает с течением времени, причем в моменты нулевых значений продольной скорости рост продольной координаты прекращается (образуя на графике характерную “зубчатую” структуру), а за все время импульса продольное смещение конечно.

В релятивистском случае:

– поперечные координата и скорость осциллируют с переменной частотой, причем в начале и в конце импульса (при малых интенсивностях) частота осцилляций совпадает с частотой исходного электромагнитного излучения, а при больших интенсивностях она значительно уменьшается, осцилляции имеют сложную временную форму, очень сильно отличающуюся от синусоидальной. Об ангармоническом характере осцилляций электрона в интенсивном световом поле ранее сообщалось в [11];

– продольная скорость осциллирует на удвоенной частоте осцилляций поперечной координаты и скорости, причем величина скорости всегда неотрицательна, форма очень сильно отличается от синусоидальной (приближается к прямоугольной), а после окончания импульса величина продольной скорости равна нулю;

– средняя величина продольной скорости может достигать значений, близких к c , что приводит к своеобразному “захвату” частицы полем лазерного импульса и значительному увеличению времени взаимодействия частицы с полем. Эффект захвата электрона электромагнитным полем и его ускорения в данном режиме изучался в ряде работ [3, 4];

– продольное ускорение осциллирует вокруг нулевого значения синхронно осцилляциям продольной скорости, причем положительные и отрицательные значения примерно равны, а сами осцилляции представляют собой узкие пики в моменты времени, соответствующие нулевым значениям продольной скорости;

– продольная координата возрастает с течением времени почти линейно, и за все время импульса продольное смещение конечно, причем его величина весьма значительна (для рассматриваемого случая несколько десятков длин волн). Аналитическое выражение для величины продольного смещения электрона в сильном поле предложено в [12] в терминах вектор-потенциала электромагнитного поля.

Заметим, что в рассматриваемом случае у заряженной частицы нет траекторий типа “восьмерка”. Эти траектории были предсказаны в [13] для плоской монохроматической линейно-поляризованной волны для системы отсчета, в которой частица в среднем покоится. В случае взаимодействия первоначально покоящейся частицы с лазерным импульсом она неподвижна только вне лазерного импульса, а внутри него она всегда имеет отличную от нуля среднюю (по высокочастотным осцилляциям) продольную скорость, причем максимальное значение этой скорости v_m определяется интенсивностью и достигается на вершине импульса. Поэтому траектория типа “восьмерка” может быть реализована лишь на плоской вершине лазерного импульса, и для этого частица долж-

на первоначально двигаться навстречу лазерному импульсу со скоростью ν_m .

Переход к гауссовым пучкам (5) не изменяет существенно полученную выше картину движения. Для покоящейся заряженной частицы, первоначально находящейся на оси пучка, продольная компонента скорости обращается в нуль после прохождения светового импульса и продольное смещение остается конечным. Зависимость $z(t)$ несколько меняется, что связано с тем, что изменение интенсивности в точке нахождения электрона обусловлено не только прохождением импульса через эту точку, но и с перемещением самой этой точки относительно каустики.

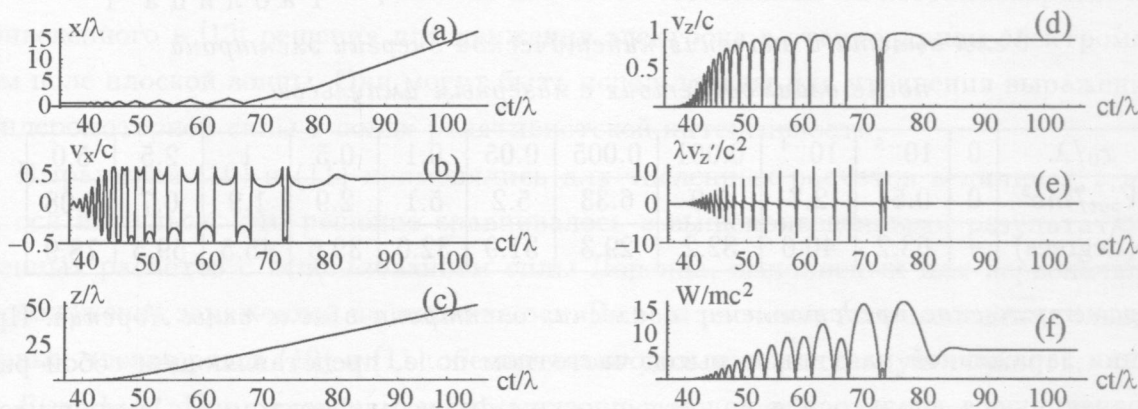


Рис. 3. Временные профили для x/λ (a), v_x/c (b), z/λ (c), v_z/c (d), $\lambda v'_z/c^2$ (e) и W/mc^2 (f). Профили получены для распределения интенсивности (4) в случае короткого импульса с параметрами $I/I_r = 10$ (релятивистский случай). Остальные параметры импульса такие же, как на рис. 1, за исключением поперечного начального смещения $x_0/\lambda = 1$.

Следующая серия расчетов была посвящена изучению картины движения заряженной частицы, первоначально смещенной относительно оси. На рис. 3 показаны временные профили для x/λ (рис. 3a), v_x/c (рис. 3b), z/λ (рис. 3c), v_z/c (рис. 3d), $\lambda v'_z/c^2$ (рис. 3e) и W/mc^2 (рис. 3f). Эти профили получены для варианта (4) в случае короткого импульса с параметрами $I/I_r = 10$ (релятивистский случай), $ct/\lambda = 4$, $q = 2$, $s = 2$, $\rho_0/\lambda = 2$, нулевой начальной скорости и ненулевого начального поперечного смещения $x_0/\lambda = 1$. Основным результатом состоит в том, что частица выталкивается из светового импульса, причем не только в радиальном, но и в продольном направлении. Данное явление исследовалось, например, в [5]. Частица продолжает свое движение и после прохождения светового импульса. Очень важным свойством такого движения является то, что у нее сохраняются ненулевые значения не только радиальной, но и продольной

компонент скорости. Это свойство позволяет использовать интенсивные световые импульсы для формирования сравнительно узких пучков заряженных частиц, движущихся за световым импульсом.

В рассматриваемом случае угол вылета электрона после взаимодействия с лазерным импульсом составляет 29.3° , а его кинетическая энергия – $6.33 mc^2$. Были проведены расчеты для различных величин начального смещения электрона относительно оси распространения лазерного импульса. Их результаты – углы вылета и значения кинетической энергии электрона после взаимодействия – представлены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

*Углы вылета и значения кинетической энергии электрона
после взаимодействия с лазерным импульсом*

x_0/λ	0	10^{-5}	10^{-4}	0.001	0.005	0.05	0.1	0.5	1	2.5	5.0
W_{out}/mc^2	0	0.51	2.7	5.0	6.33	5.2	5.1	2.9	1.9	0.7	0.08
$\varphi(\text{degrees})$	–	63.2	40.6	32.2	29.3	31.9	32.0	39.6	45.5	59.5	78.9

Параметрическое представление движения электрона в поле силы Лоренца. При движении заряженной частицы в высокочастотном поле, представляющем собой распространяющуюся вдоль оси z волну с плоским фазовым фронтом и с амплитудой, являющейся функцией времени и поперечных координат (например, распределения (4), (5)) существует инвариант движения [14]

$$(p^2 + m^2 c^2)^{1/2} - p_z = \text{const.} \quad (9)$$

Справедливость инварианта была подтверждена его численными расчетами с применением уравнений (6) – (8) для используемых в настоящей работе значений параметров.

Использование инварианта позволяет получить параметрическое представление движения заряженной частицы, первоначально находящейся на оси пучка.

Для получения такого представления величина ν_z с помощью инварианта (9) (в предположении $\nu_y = 0$) выражается через ν_x и подставляется в уравнение (6). С учетом сделанного приближения $E(x, y, \xi) = E(0, 0, \xi)$, и уравнение (6) переходит в дифференциальное уравнение относительно $x(\xi)$, зависящее только от одной переменной ξ . Данное уравнение решается с применением многомасштабного асимптотического метода, аналогичного использовавшемуся в [12]. Его решения для x и p_x (для случая $\nu_{z0} = 0$) могут быть представлены в виде сходящихся рядов

$$x = \frac{e}{m\omega^2} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \omega^{-n} E_0^{(n)}(\xi) \cos\left(\omega\xi + \frac{n\pi}{2}\right), \quad (10)$$

$$p_x = -\frac{e}{\omega} \sum_{n=0}^{\infty} \omega^{-n} E_0^{(n)}(\xi) \sin\left(\omega\xi + \frac{n\pi}{2}\right). \quad (11)$$

Решения (10) и (11) получены в предположении, что величина интенсивности в максимуме такова, что амплитуда поперечных осцилляций мала по сравнению с характерным поперечным масштабом изменения интенсивности ρ_0 .

В некотором смысле эти решения являются обобщением на нестационарный случай приведенного в [13] решения для движения электрона в стационарном электромагнитном поле плоской волны. Они могут быть использованы для уточнения выражения для пондеромоторной силы в полях релятивистской интенсивности.

Выражения (10) и (11) применялись для численных расчетов величин x, z, v_x и v_z на оси импульса. Это решение сравнивалось с вышеприведенными результатами численных расчетов с использованием силы Лоренца, выполненных для первоначального расположения заряженной частицы на оси. Во всех расчетах использование только двух первых членов рядов (10) и (11) обеспечивало удовлетворительную точность.

Выводы. 1. При релятивистских интенсивностях колебания электрона в оптическом поле имеют существенно ангармонический характер, а период колебаний меняется в зависимости от локального значения интенсивности.

2. Частица не движется по траекториям типа “восьмерка”. Такая траектория может быть реализована лишь на плоской вершине лазерного импульса, и для этого частица должна первоначально двигаться навстречу лазерному импульсу со строго определенной величиной скорости.

3. Предложено параметрическое представление движения электрона в поле интенсивного электромагнитного импульса.

Работа частично финансировалась по гранту РФФИ 04-02-17259.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Wang Y. X., Ho Y. K., Kong Q., et al. Phys. Rev. E **58**, 6575 (1998).
- [2] Wang P. X., Ho Y. K., Yuan X. Q., et al. Appl. Phys. Lett., **78**, 2253 (2001).
- [3] Pang J., Ho Y. K., Yuan X. Q., et al. Phys. Rev., E **66**, 066501 (2002).
- [4] Kong Q., Ho Y. K., Wang J. X., et al. Phys. Rev., E **61**, 1981 (2000).

- [5] Hartemann F. V., Fochs S. N., Lesage G. P., et.al. Phys. Rev., E **51**, 4833 (1995).
- [6] Wang P. X., Hua J. F., Linc Y. Z., Ho Y. K. Phys. Lett., A **300**, 76 (2002).
- [7] Гапонов А. В., Миллер М. А. ЖЭТФ, **34**, 242 (1958).
- [8] Битук Д. Р., Федоров М. В. ЖЭТФ, **116**, 1198 (1999).
- [9] Quesnel B. and Mora A. Phys. Rev., E **58**, 3719 (1998).
- [10] Галкин А. Л., Коробкин В. В., Романовский М. Ю., Ширяев О. Б. ЖЭТФ, **127**, 1195 (2005).
- [11] Moore C. I., Knauer J. P., and Meyerhofer D. D. Phys. Rev. Lett., **74**, 2439 (1995).
- [12] Startsev E. A. and McKinstrie C. J. Phys. Rev., E **55**, 7527 (1997).
- [13] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля, М., Наука, 1978.
- [14] Коломенский А.А., Лебедев А. Н. ДАН, **145**, 1259 (1962).

Институт общей физики
им. А. М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 30 ноября 2006 г.