

УДК 537.533.79

РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ, ИНЖЕКТИРОВАННЫХ ТОЧЕЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ В ПЛОСКУЮ ЭЛЕКТРОМАГНИТНУЮ ВОЛНУ

А. В. Серов

Численными методами и аналитически исследовано пространственное, угловое и энергетическое распределение частиц, инжектированных в плоскую электромагнитную волну точечным источником.

При исследовании взаимодействия системы зарядов с электромагнитной волной важное значение имеет начальное взаимное расположение частиц и их относительное перемещение при движении в волне. Положения и скорости частиц в начальный момент определяются параметрами инжектора. В настоящей работе рассматриваются динамика и пространственные распределения частиц, последовательно инжектируемых в плоскую электромагнитную волну точечным источником.

Хорошо известно строгое решение задачи о движении заряженной частицы в поле плоской электромагнитной волны [1]. В поле волны, поляризованной по кругу, частица движется по окружности, лежащей в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. В поле однородной линейно поляризованной волны заряд движется по 8-образной кривой. Продольная ось этой восьмерки направлена вдоль вектора напряженности электрического поля волны, а поперечная – вдоль направления распространения волны. В направлении электрического поля частица колеблется с частотой волны ω , а в направлении распространения – с двойной частотой 2ω .

Решение, приведенное в [1], получено для системы отсчета, в которой частица в среднем покоится. В лабораторной системе координат практически во всех случаях частица наряду с периодическими движениями совершает систематический дрейф. Поэтому система отсчета, в которой частица в среднем покоится, движется относительно лабораторной. В том случае, когда рассматривается динамика пространственного распределения многих частиц, попавших в волну в различные моменты времени, необходимо

знать зависимость направления и скорости дрейфа от параметров волны и начальных условий, при которых частица попадает в волну.

Различные особенности движения частиц в поле плоской электромагнитной волны изучались в ряде работ [2 – 4].

Рассмотрим движение заряженных частиц в поле линейно поляризованной волны. Будем считать, что волна распространяется в направлении оси z , ее электрическое поле направлено вдоль оси x , а магнитное – вдоль оси y . Пусть в начальный момент времени $t = 0$ (момент инжекции) частица находится в точке $x = y = z = 0$ и имеет нулевую скорость. Поля в однородной плоской волне представим в виде

$$E_x = E \sin \psi, \quad H_y = H \sin \psi, \quad (1)$$

где $\psi = \omega t - kz + \varphi$, а φ – фаза поля в начальный момент.

Движение частицы в заданном электромагнитном поле описывается уравнениями [1]:

$$\frac{d\beta_x}{dt} = \frac{e}{mc\gamma} \{E_x + \beta_y H_z - \beta_z H_y - \beta_x(\beta_x E_x + \beta_y E_y + \beta_z E_z)\}, \quad (2)$$

$$\frac{d\beta_y}{dt} = \frac{e}{mc\gamma} \{E_y + \beta_z H_x - \beta_x H_z - \beta_y(\beta_x E_x + \beta_y E_y + \beta_z E_z)\}, \quad (3)$$

$$\frac{d\beta_z}{dt} = \frac{e}{mc\gamma} \{E_z + \beta_x H_y - \beta_y H_x - \beta_z(\beta_x E_x + \beta_y E_y + \beta_z E_z)\}, \quad (4)$$

где $\beta_i = v_i/c$ и $\gamma = \sqrt{1 - (v/c)^2}$ – относительные скорости и энергия частицы.

Решение этой системы будем искать методом последовательных приближений. Будем полагать, что под действием поля волны частицы приобретают скорость, величина которой много меньше скорости света. Используя относительную величину этой скорости, равную $\eta = eE/m\gamma c\omega$, как параметр малости, представим скорости и смещения частиц в виде рядов:

$$\beta_x = \beta_x^{(0)} + \beta_x^{(1)} + \dots \quad \beta_y = \beta_y^{(0)} + \beta_y^{(1)} + \dots \quad \beta_z = \beta_z^{(0)} + \beta_z^{(1)} + \dots$$

$$x = x^{(0)} + x^{(1)} + \dots \quad y = y^{(0)} + y^{(1)} + \dots \quad z = z^{(0)} + z^{(1)} + \dots,$$

где $x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}$ и $\beta_x^{(0)}, \beta_y^{(0)}, \beta_z^{(0)}$ – значения координат и скоростей в начальный момент времени.

Отметим, что параметр η определяет также безразмерную величину электрического поля волны. Для нерелятивистского электрона $\eta = E(\text{Э})\lambda(\text{см})/10^4$.

В первом приближении движение вдоль оси x описывается уравнением

$$\frac{d\beta_x^{(1)}}{dt} = \frac{e}{mc\gamma} E_x. \quad (5)$$

Подставим выражение для E_x в правую часть уравнения. Решение этого уравнения с учетом начальных условий имеет вид:

$$\beta_x = - \left(\frac{eE}{m\gamma c\omega} \right) [\cos\psi - \cos\varphi]. \quad (6)$$

Из выражения (6) следует, что частица не только колеблется с частотой поля, но и совершает систематическое направленное движение (дрейфует) вдоль вектора электрического поля волны. Скорость дрейфа β_{xd} равна

$$\beta_{xd} = \left(\frac{eE}{m\gamma c\omega} \right) \cos\varphi \quad (7)$$

и зависит от величины параметра η и фазы поля в начальный момент времени. Видно, что систематическое движение отсутствует только при $\cos\varphi = 0$, т.е. только при определенных значениях начальной фазы. Для всех остальных значений φ скорость дрейфа не равна нулю и частица систематически перемещается параллельно направлению электрического поля волны. Очевидно, что в зависимости от значения начальной фазы φ дрейф может быть направлен либо в положительном, либо в отрицательном направлении оси x . Если источник непрерывно генерирует заряженные частицы и все значения начальной фазы равновероятны, то скорость дрейфа, усредненная по φ , т.е. средняя скорость дрейфа всех частиц, появившихся в волне за время периода T , равна нулю. При этом имеются две группы частиц, дрейфующих в противоположные стороны.

Для описания движения частицы вдоль оси z подставим скорость (6) во второй член в правой части уравнения (4). Остальные члены либо равны нулю, либо имеют более высокий порядок малости:

$$\frac{d\beta_z^{(2)}}{dt} = \frac{e}{mc\gamma} \{\beta_x H_y\} = -\frac{1}{\omega} \left(\frac{eE}{m\gamma c} \right)^2 [\cos\psi - \cos\varphi] \sin\psi. \quad (8)$$

После интегрирования и учета начальных условий получаем соотношение для скорости частицы по оси z :

$$\beta_z = \frac{1}{4} \left(\frac{eE}{m\gamma c} \right)^2 [\cos 2\psi - 4\cos\varphi \cos\psi + 2 + \cos 2\varphi]. \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что движение вдоль z , также как и движение вдоль оси x , имеет постоянную составляющую скорости. Усредняя (9) по периоду поля, получим выражение для скорости дрейфа частицы:

$$\beta_{zd} = \frac{1}{4} \left(\frac{eE}{m\gamma\omega c} \right)^2 [2 + \cos 2\varphi]. \quad (10)$$

Скорость дрейфа вдоль оси z имеет второй порядок малости и изменяется от $\beta_{zd} = (1/4)\eta^2$ для частиц, инжектированных в волну при фазах $\varphi = (\pi/2) \pm \pi n$ до $\beta_{zd} = (3/4)\eta^2$ для частиц, инжектированных при фазах $\varphi = \pm \pi n$. Но в отличие от движения вдоль оси x , составляющая дрейфовой скорости по z для всех частиц имеет один знак, т.е. происходит смещение частиц в одном направлении – в направлении распространения волны.

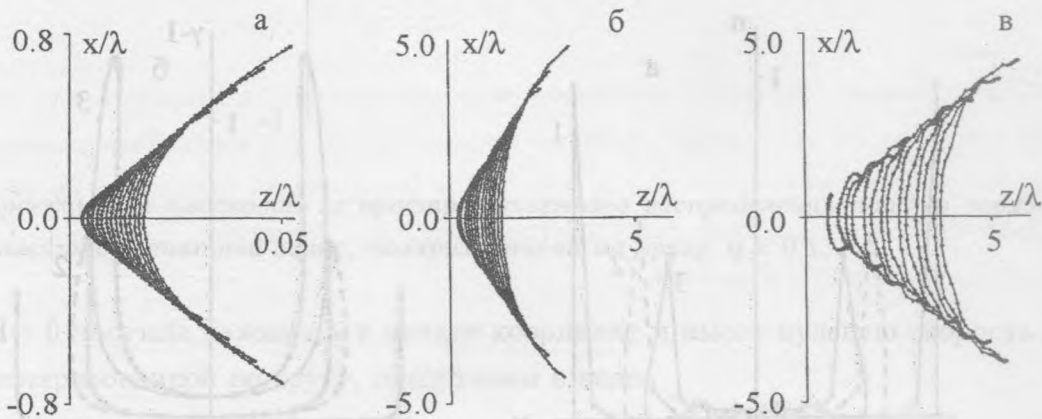


Рис. 1. Пространственное распределение потока заряженных частиц в линейно поляризованной электромагнитной волне. а) $\eta = 0.1$, б) $\eta = 1$, в) $\eta = 2$.

На рис. 1 приведены положения частиц на плоскости xz в момент времени $t = 8T$, которые получены из численных расчетов динамики частиц. В расчетах моделировалось движение 700 частиц, инжектированных в волну друг за другом через интервал времени $\Delta t = 0.01T$, где T – период волны. Линии на рисунках соединяют частицы, соседние при инжекции в волну. Рисунки относятся к различным значениям напряженности электрического поля волны. Рис. 1а показывает распределение частиц в волне с $\eta = 0.1$. В этой волне скорости частиц не релятивистские. Рис. 1б соответствует волне $\eta = 1$, в которой частица в направлении вектора электрического поля движется с релятивистской скоростью ($\beta_x \simeq 1$), а в направлении распространения волны скорость частицы слабо релятивистская ($\beta_z < 0.25$). Распределение, показанное на рис. 1в

($\eta = 2$), соответствует случаю, когда все скорости частиц (и поперечная, и продольная) релятивистские.

Угол между направлением распространения волны и направлением дрейфа частицы можно определить из соотношения $\tan\alpha = \beta_{xd}/\beta_{zd}$:

$$\alpha = \arctan \left[\frac{1}{\eta} \left(\frac{4\cos\varphi}{2 + \cos 2\varphi} \right) \right]. \quad (11)$$

Сравнивая выражения (7) и (10), отметим, что при малых напряженностях поля волны скорость дрейфа вдоль направления распространения волны значительно меньше, чем скорость дрейфа вдоль вектора электрического поля волны. При этих условиях ($\eta \ll 1$) частицы дрейфуют под углом, близким к 90° .

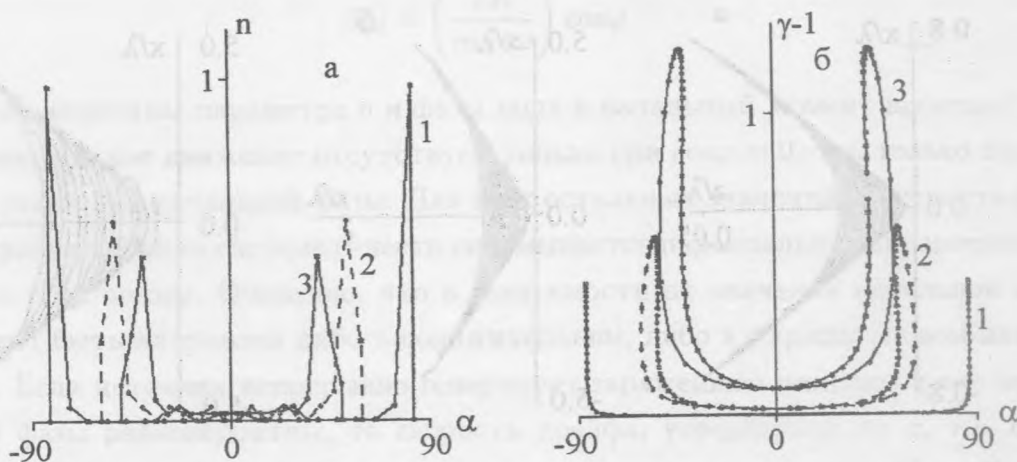


Рис. 2. Угловое распределение плотности (а) и энергии частиц (б). Волна линейно поляризована. 1. $\eta = 0.1$, 2. $\eta = 1$, 3. $\eta = 2$.

На рис. 2а приведено угловое распределение плотности частиц. Видно, что при малой напряженности (кривая 1 соответствует $\eta = 0.1$) практически все частицы дрейфуют под углом $\alpha \simeq 90^\circ$ к направлению распространения волны. По мере увеличения поля волны угол α уменьшается (кривые 2 и 3), но увеличивается ширина распределения в боковых пиках и возрастает число частиц, дрейфующих под малыми углами. Рис. 2б показывает распределение частиц на плоскости угол-энергия. Линия также как и на рис. 1 соединяет соседние при инъекции частицы.

Рассмотрим теперь движение частиц в поле волны, поляризованной по кругу. Также как и в случае движения в линейно поляризованной волне, будем считать, что в момент

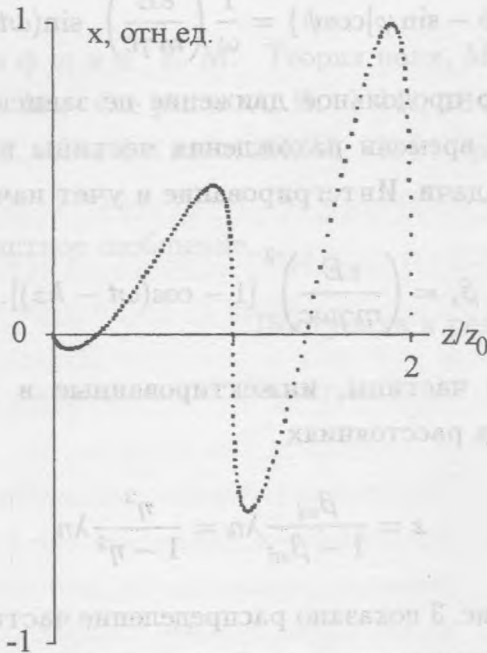


Рис. 3. Проекция на плоскость xz пространственного распределения потока заряженных частиц в электромагнитной волне, поляризованной по кругу. $\eta = 0.1$.

времени $t = 0$ частица находится в начале координат и имеет нулевую скорость. Поля в волне, поляризованной по кругу, представим в виде:

$$E_x = E \sin \psi, \quad H_x = H \cos \psi, \quad (12)$$

$$E_y = -E \cos \psi, \quad H_y = H \sin \psi.$$

Подставляя эти выражения в уравнения (2) и (3), после интегрирования и учета начальных условий получим для поперечных скоростей:

$$\beta_x = - \left(\frac{eE}{m\gamma c\omega} \right) [\cos \psi - \cos \varphi], \quad (13)$$

$$\beta_y = - \left(\frac{eE}{m\gamma c\omega} \right) [\sin \psi - \sin \varphi]. \quad (14)$$

С учетом (13) и (14) уравнение, описывающее продольное движение, принимает вид:

$$\frac{d\beta_z^{(2)}}{dt} = \frac{e}{m\gamma} \{ \beta_x H_y - \beta_y H_x \} = - \frac{1}{\omega} \left(\frac{eE}{m\gamma c} \right)^2 \{ [\cos \psi - \cos \varphi] \sin \psi - \quad (15)$$

$$-[\sin \psi - \sin \varphi] \cos \psi \} = \frac{1}{\omega} \left(\frac{eE}{m\gamma c} \right)^2 \sin(\omega t - kz).$$

Из уравнения следует, что продольное движение не зависит от фазы поля в начальный момент, а только от времени нахождения частицы в волне. Это согласуется с физическими условиями задачи. Интегрирование и учет начальных условий дают

$$\beta_z = \left(\frac{eE}{m\gamma\omega c} \right)^2 [1 - \cos(\omega t - kz)]. \quad (16)$$

Из (16) следует, что все частицы, инжектированные в волну, имеют нулевую z -составляющую скорости на расстояниях

$$z = \frac{\beta_{zd}}{1 - \beta_{zd}} \lambda n = \frac{\eta^2}{1 - \eta^2} \lambda n \quad (17)$$

от начала координат. На рис. 3 показано распределение частиц на плоскости xz . Распределение получено из численных расчетов динамики частиц, инжектированных в волну, поляризованную по кругу, в точке $x = y = z = 0$ с нулевой начальной скоростью. Координаты частиц на рисунке даны в относительных единицах. Единицей продольной координаты z является величина

$$z_0 = \lambda \left(\frac{\eta^2}{1 - \eta^2} \right).$$

Из рисунка видно, что распределение плотности вдоль продольной оси (z) имеет максимумы на расстояниях, равных целому числу z_0 .

Выражения (13), (14) и (16) позволяют вычислить скорости дрейфа вдоль осей. После усреднения по времени получим

$$\beta_{xd} = \left(\frac{eE}{m\gamma c\omega} \right) \cos \varphi, \quad \beta_{yd} = \left(\frac{eE}{m\gamma c\omega} \right) \sin \varphi, \quad \beta_{zd} = \left(\frac{eE}{m\gamma c\omega} \right)^2. \quad (18)$$

Согласно (18) поток частиц, инжектированных в начале координат в электромагнитную волну, поляризованную по кругу, имеет вид разворачивающейся спирали.

Автор благодарен Б. М. Болотовскому за обсуждение полученных результатов. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 00-02-17381).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля, М., Наука, 1988.
- [2] Болотовский Б. М., Серов А. В. УФН, **164**, N 5, 545 (1994).
- [3] Gogoslavsky S. P., Fedorov M. V., Kil'p'io A. A. Laser Physics, **5**, N 5, 1020 (1995).
- [4] Лебедев А. Н. Частное сообщение.

Поступила в редакцию 9 сентября 2002 г.

А. А. Рубин, В. А. Шелков