УДК 621.373.8

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПАРОГАЗОВОЙ КАВЕРНЫ В ВЯЗКОУПРУГИХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ

Ф. Х. Мирзоев, Л. А. Шелепин

Исследована устойчивость глубокой парогазовой каверны, образующейся в гетерогенных конденсированных системах при воздействии лазерного излучения в режиме глубокого проникновения в среду. Получено дисперсионное уравнение неустойчивости, связывающее ее характеристики с параметрами излучения и релаксационными свойствами вязкоупругой гетерогенной среды. Проанализировано влияние времени релаксации на инкремент неустойчивости, частоту вязкоупругих колебаний, а также на размеры капель, инжектирующихся в объем каверны.

Образование и поддержание глубокой парогазовой каверны (ПГК) при взаимодействии высокоинтенсивного лазерного излучения с гетерогенной конденсированной средой (эмульсия, суспензия, биоткани и т.д.) имеет достаточно специфический характер. Значительную роль в динамике процесса, наряду с различными физико-химическими фазовыми превращениями (интенсивное испарение (сублимация), конденсация) и связанными с ними явлениями тепломассопереноса и неустойчивостью границы раздела фаз [1], могут играть реологическое поведение и релаксационные свойства конденсированных сред. Реофизические параметры среды могут оказать значительное влияние на значения интенсивности лазерного излучения, пороговые для возбуждения неустойчивости, на размеры и условия генерации микрокапель, выбрасываемых в объем каверны, а также на спектр осцилляций формы ПГК. Релаксационные свойства гетерогенной системы могут быть учтены с помощью реологического уравнения состояния, устанавливающего временную связь между тензором напряжений и тензором скоростей деформаций среды. Наличие этой временной связи приводит к дисперсионным эффектам и дополнительным потерям механической энергии по отношению к диссипативным потерям за счет вязкости и теплопроводности. При теоретическом анализе процесса эта связь приводит к появлению в уравнениях движения Навье–Стокса старших (временных и пространственных) производных, которые при определенных условиях вызывают возбуждения уединенных волн (солитонов) или слабых ударных волн на стенках ПГК.

Цель данной работы состоит в исследовании одного из возможных типов неустойчивостей, а именно капиллярной неустойчивости ПГК, образующейся при воздействии лазерного излучения на гетерогенные конденсированные системы в режиме глубокого проникновения в среду. Для моделирования неустойчивости реализуется подход, базирующийся на модели вязкоупругости конденсированной среды с учетом ее реологического поведения. Модель включает в себя самосогласованную систему нестационарных уравнений для температуры, скорости и давления в вязкоупругой жидкости с учетом действия на свободной поверхности давления отдачи паров при испарении и сил поверхностного натяжения.

Рассмотрим ПГК цилиндрической формы с аксиальной симметрией. Введем цилиндрическую систему координат с осью z, направленной вдоль образующей цилиндра. Пусть жидкость занимает пространство $r > A(z,t)$, где A – радиус ПГК, r, z – цилиндрические координаты. Считаем, что все теплофизические параметры среды не зависят от температуры.

Пусть на свободную поверхность жидкости, описываемую уравнением $r = a + \xi(z,t)$, где a – невозмущенное значение радиуса ПГК, $\xi(z,t)$ – возмущения свободной поверхности, падает излучение с плотностью потока I. Поглощение излучения вдоль поверхности происходит однородно, в приповерхностном слое. Коэффициент поглощения излучения α. Жидкость считается несжимаемой и вязкоупругой. Реологические свойства вязкоупругой среды учитываются с помощью уравнения состояния типа Олдройда [2]

$$F = -PE + 2\mu D + 2\frac{\theta}{\tau}\int\limits_{-\infty}^{t} \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau}\right)\frac{d}{dt'}D(t'), \qquad (1)$$

где F – тензор напряжений, E – единичный вектор, P – давление в жидкости, μ – динамическая вязкость, θ, τ – соответственно релаксационная вязкость и время релаксации, D – тензор скоростей деформаций.

Так как плотности составляющих гетерогенную среду компонентов близки между собой, а размеры мелкодисперсных (твердых или жидких) частиц во много раз меньше расстояний между ними и длин волн рассматриваемых возмущений, то гетерогенную среду можно моделировать как квазигомогенную, пренебрегая при этом динамическими и инерционными эффектами относительного движения компонентов. В этом случае наличие дисперсных частиц можно учитывать косвенно – изменением реологических констант (μ, θ, τ) в зависимости от концентрации частиц (N). Такое допущение о сплошности среды позволяет пренебречь непосредственным влиянием динамики дисперсных частиц на возникновения неустойчивостей, длины волн которых во много раз превышают размеры частиц.

В равновесии состояние системы описывается формулами

$$\xi(z) = 0, \ \frac{dT_0}{dr} = \frac{Q}{\lambda}, \ V_{0r} = V_{0z} = 0, \ P_0 = \text{const}, \tag{2}$$

где T_0 – температура, (V_{0r}, V_{0z}) – компоненты вектора скорости, λ – коэффициент теплопроводности, Q – поглощенная энергия излучения.

Исследуем устойчивость стационарного состояния вязкоупругой жидкости, описываемого формулами (2). Для этого представим решение задачи в виде:

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}_1, \ P = P_0 + P_1, \ T = T_0 + T_1, \tag{3}$$

где $\vec{V}_1, P_1, T_1$ – малые возмущения соответственно скорости, давления и температуры.

Для возмущений имеем следующую систему линеаризованных уравнений

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + V_{1r}\frac{dT_0}{dr} = \chi \Delta T_1, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \vec{V}_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\nabla P_1 + \nu \Delta \vec{V}_1 + \frac{\theta}{\rho}\frac{\partial}{\partial t}\Delta \vec{V}_1, \ \mathrm{div}\vec{V}_1 = 0 \tag{5}$$

с граничными условиями

$$\left.\left(\frac{\partial V_{1r}}{\partial z} + \frac{\partial V_{1z}}{\partial r}\right)\right|_{r=a} = 0, \tag{6}$$

$$\left.\left(-P + 2\nu\frac{\partial V_{1r}}{\partial r}\right)\right|_{r=a} = \frac{\sigma}{a^2}\left(\xi - a^2\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}\right) - T_s(a)P_T, \tag{7}$$

$$V_{1r}|_{z=0} = \left.\frac{\partial \xi}{\partial t}\right|_{r=a}, \tag{8}$$

$$\left.\frac{dT_1}{dr}\right|_{r=a} = 0, \tag{9}$$

где $\vec{V}_1 = (V_{1r}, V_{1z})$ – возмущения скорости жидкости, V_{1r} – радиальная скорость, V_{1z} – осевая скорость, ν – кинематическая вязкость, ρ – плотность, χ – коэффициент температуропроводности, σ – коэффициент поверхностного натяжения, P_T – параметр, характеризующий модуляцию давления отдачи паров за счет модуляции температуры поверхности, $T_S(a) = T_1(a) + \xi dT_0/dr$ – распределение температуры на слабовозмущенной свободной поверхности расплава, Δ – лапласиан по координатам r и z.

Здесь (4) – уравнение для возмущений температуры, (5) – уравнения Навье–Стокса для возмущений двух компонент скорости и уравнение непрерывности. В (5) слагаемое $\theta\rho^{-1}\partial\Delta V/\partial t$ связано с реологическим соотношением (1) Олдройда, связывающим упругое напряжение среды с ее релаксационными свойствами.

Граничные условия (6) и (7) описывают законы сохранения двух компонент импульса: тангенциальных и нормальных соответственно. Условие (8) – есть кинематическое условие. Уравнение баланса энергии (9) означает отсутствие влияния возмущений поверхности на тепловой поток через нее.

Система уравнений (4) – (9) замкнута и полностью описывает поведение возмущений скорости, давления и температуры в ПГК цилиндрической формы с учетом испарения с поверхности вязкоупругой конденсированной среды.

Представим малые возмущения в виде

$$\{\xi, \vec{V}_1, P_1, T_1\} = \{\xi_0, \vec{v}_1(r), p(r), \Theta(r)\} \exp(i\omega t + ikz), \tag{10}$$

где ξ_0 – комплексная амплитуда возмущений, k – осевое волновое число возмущения, $k = \pi n/h$, h – глубина ПГК, n – целое число, $w = \gamma + i\Omega$ – комплексная частота неустойчивости. Формулы (10) означают, что мы рассматриваем устойчивость формы свободной поверхности ПГК по отношению к возбуждению периодических капиллярных волн. Мнимая положительная часть ω, т.е. $\Omega > 0$, дает декремент затухания капиллярных волн, а мнимая отрицательная, т.е. $\Omega < 0$ – инкремент нарастания неустойчивости. Вещественная часть ω, т.е. γ, определяет частоту периодического волнового движения.

После подстановки (10) в (4) – (9) приходим к следующим уравнениям для Фурье-амплитуд возмущений скорости и температуры

$$\left(i\omega + \nu(w)k^2 + \frac{\nu(w)}{r^2}\right) v_{1r} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} + \frac{\nu(w)}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv_{1r}}{dr}\right), \tag{11}$$

$$(i\omega + \nu(w)k^2)v_{1z} = -\frac{ikp}{\rho} + \frac{\nu(w)}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv_{1z}}{dr}\right), \ \frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rv_{1r}) + ikv_{1z} = 0,$$

$$(i\omega + \chi k^2)\Theta - \frac{\chi}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\Theta}{dr}\right) = -v_{1r}\frac{dT_0}{dr}, \tag{12}$$

с граничными условиями

$$v_{1r}|_{r=a} = i\omega\xi, \quad \left(ikv_{1r} + \frac{\partial v_{1z}}{\partial r}\right)\Bigg|_{r=a} = 0,$$

$$\left(-p + 2\nu(w)\frac{\partial v_{1r}}{\partial r}\right)\Bigg|_{r=a} = \frac{\sigma}{a^2}(1 - k^2a^2)\xi + (T_S P_T)|_{r=a}, \tag{13}$$

где $\nu(w) = \nu_0/(1 + iw\tau)$.

Из (11) – (13) несложно получить дисперсионное соотношение для рассматриваемой задачи, описывающее зависимость комплексной частоты неустойчивости от волнового числа, параметров излучения и реофизических свойств гетерогенной среды:

$$\omega^2 + 2i\frac{\nu_0}{1 + i\omega\tau}\omega k^2\left[\frac{K_1'(ka)}{K_1(ka)} - \frac{2kq}{k^2 + q^2}\frac{K_1'(qa)}{K_1(qa)}\right]E_1(k) = \frac{\sigma k}{\rho a^2}(1 - k^2a^2)E_1(k) -$$

$$\frac{kP_T}{\rho\chi K_0(ka)}\frac{dT_0}{dr}\left[1 + \frac{k(k^2 + q^2)}{q_\chi(q^2 - k^2)K_1(ka)}\left(L_1 - L_2\frac{2kqK_1(ka)}{(q^2 + k^2)K_1(qa)}\right)\right], \tag{14}$$

где

$$L_1 = \frac{1}{K_1(q_\chi a)}\int_a^\infty K_1(kz)D'(ka, kz)zdz, \quad L_2 = \frac{k}{qK_1(q_\chi a)}\int_a^\infty K_1(qz)D'(ka, kz)zdz,$$

$$D'(ka, kz) = I_0(kz)K_0'(ka) - I_0'(ka)K_0(kz), \quad E_1(k) = \frac{K_1(ka)}{K_0(ka)},$$

$$q^2 = k^2 + \frac{i\omega}{\nu}, \quad q_\chi^2 = k^2 + \frac{iw}{\chi},$$

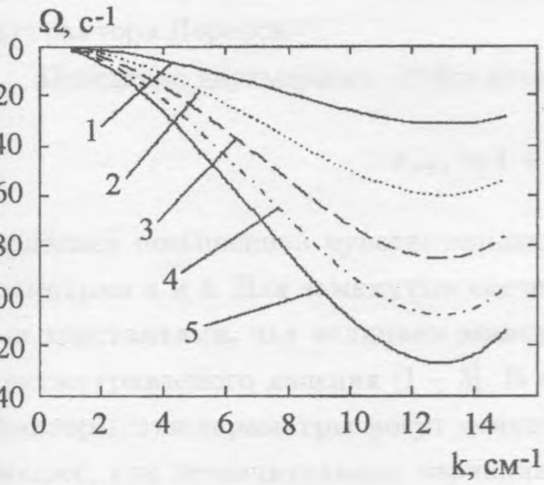
(I_0, K_0, K_1 – функции Бесселя, штрих означает производную по координате).

Наибольший практический интерес представляет случай длинноволнового приближения. Из уравнения (14) для этого случая получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$\omega^3 - \frac{i}{\tau}\omega^2 + \left[\frac{4\nu_0 k^2}{\tau} - \frac{\sigma}{\rho a^2}k(k^2a^2 - 1) - \frac{P_T k}{\rho}\frac{dT_0}{dr}\right]\omega +$$

$$+\frac{i\sigma}{\rho a^2\tau}k(k^2a^2-1)-\frac{iP_Tk}{\tau\rho}\frac{dT_0}{dr}=0.$$

Это уравнение решалось численно. Результаты численного анализа этого уравнения представлены на рис. 1 и рис. 2. На рис. 1 изображены дисперсионные зависимости максимальной мнимой части комплексного инкремента неустойчивости $\Omega = Im(\omega)$ от волнового числа k при различных значениях времени релаксации $\tau = 10^{-4}-5\cdot10^{-4}$ *с*. В качестве параметров среды были использованы следующие значения: $\nu_0 = 2\cdot10^{-3}$ *см*^{2}/*с*, $\sigma = 1500$ *эрг*/*см*^{2}, $P_T = 10^2$ *дин*/*см*^{2}, $\lambda = 0.9$ *Вт*/*см* $\cdot$ *K*, $\alpha = 0.1$ *см*$^{-1}$, $a = 0.025$ *см*, $\rho = 7$ *г*/*см*^{3}. Видно, что минимум инкремента нарастания неустойчивости уменьшается с ростом времени релаксации, и сдвигается в сторону больших волновых чисел. Развитие неустойчивости на нелинейной стадии сопровождается инжекцией капель в объем каверны. Так как размер (радиус) вылетающих в объем ПГК капель определяется волновым числом k_{min}, соответствующим минимуму инкремента неустойчивости ($d = 2\pi/k_{min}$), получаем, что с ростом τ характерный размер капель d уменьшается.



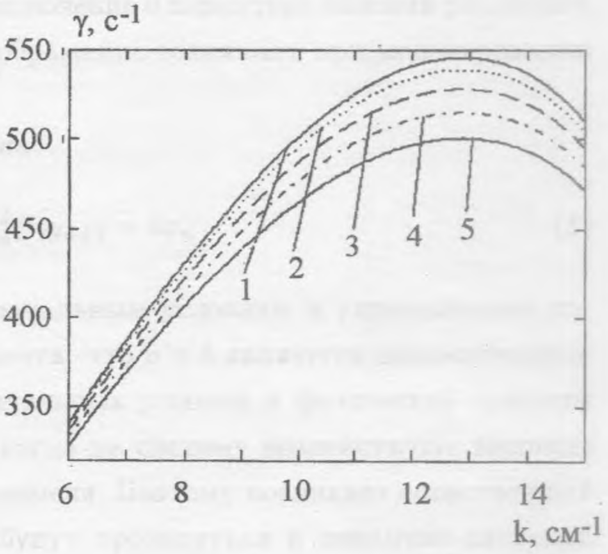


Рис. 1. *Зависимость инкремента нарастания неустойчивости* Ω *от волнового числа* k *при различных значениях времени релаксации* τ. *Кривые 1, 2, 3, 4 и 5 соответствуют значениям* $\tau = 10^{-4}$ *с*, $\tau = 3\cdot10^{-4}$ *с*, $\tau = 4\cdot10^{-4}$ *с и* $\tau = 5\cdot10^{-4}$ *с соответственно.*

Рис. 2. *Зависимость частоты колебаний* $\gamma = Re(\omega)$ *от волнового числа* k *при различных значениях времени релаксации* τ. *Кривые 1, 2, 3, 4 и 5 соответствуют значениям* $\tau = 10^{-4}$ *с*, $\tau = 2\cdot10^{-4}$ *с*, $\tau = 3\cdot10^{-4}$ *с*, $\tau = 4\cdot10^{-4}$ *с и* $\tau = 5\cdot10^{-4}$ *с соответственно.*

На рис. 2 изображены зависимости частоты вязкоупругих колебаний $\gamma = Re(\omega)$ от волнового числа при различных значениях τ при тех же значениях параметров среды. Видно, что с ростом τ частота вязкоупругих колебаний уменьшается.

Таким образом, получено дисперсионное соотношение капиллярной неустойчивости ПГК в вязкоупругих гетерогенных средах с учетом испарения со свободной поверхности. Проанализировано влияние времени релаксации вязкости на характеристики рассматриваемой неустойчивости (инкремент неустойчивости, частота колебаний), а также характерные размеры капель, инжектирующихся в объем ПГК.

Один из авторов (Ф. Х. М.) благодарит РФФИ за финансовую поддержку (код проекта 02–02–16001).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Голубев В. С. Препринт ИПЛИТ РАН, N 83, 1999.

[2] Седов Л. И. Механика сплошной среды. М., Наука, 1, 492 (1970).

Поступила в редакцию 9 октября 2002 г.