УДК 533.9

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ГЕЛИКОНОВЫХ МОД С $m < 0$ В РАДИАЛЬНО НЕОДНОРОДНОМ ПЛАЗМЕННОМ ЦИЛИНДРЕ

Ю. М. Алиев

Исследованы особенности распространения аксиально-несимметричных геликоновых мод с $m < 0$ вдоль плазменного цилиндра с радиальным градиентом плотности плазмы. Показано, что моды с $m < 0$ могут распространяться в приосевой области цилиндра, где эффекты градиента плотности не существенны.

В [1] на основе численного анализа было показано, что геликоновые моды с $m < 0$ локализуются вблизи оси плазменного цилиндра, неоднородного в радиальном направлении. В настоящей работе этот эффект объясняется влиянием градиента плотности плазмы на дисперсию геликоновой моды. Анализ основывается на решениях дифференциального уравнения для азимутальной компоненты напряженности электрического поля волны $E_\theta(r,z,\theta,t) = E_\theta(r)\exp(-i\omega t + im\theta + ik_z z)$, имеющего вид [2]:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}E_\theta\right) + 2\frac{\partial}{r\partial r}E_\theta + \frac{1-m^2}{r^2}E_\theta + a^2(r)E_\theta = 0, \tag{1}$$

где

$$a^2(r) = \frac{\omega^2 g}{c^2 k_z^2}\left(\frac{m}{r}\frac{\partial \ln g}{\partial r} + \frac{\omega^2}{c^2}g - 2\frac{k_z^2}{m}\right),$$

$$g \equiv \frac{\omega_{\rm pe}^2(r)}{\omega\omega_{\rm ce}},\ \omega_{\rm ce} = -eB_0/m_e c,\ \omega_{\rm pe}^2(r) = 4\pi e^2 n(r)/m_e.$$

Уравнение (1) применимо в области, где $m^2 >> k_z^2 r^2$ и получается из полной системы уравнений Максвелла в предположении $E_z = 0$, что означает высокую проводимость плазмы вдоль внешнего магнитного поля, направленного по оси z. Функция $a^2(r)$ для $m < 0$ меняет знак в точке $r = r_0$, где r_0 определяется соотношением

$$\omega = -|m\omega_{\rm ce}|\frac{c^2}{\omega_{\rm pe}^2(r_0)}\frac{\partial}{r_0\partial r_0}\ln n(r_0). \tag{2}$$

Точка поворота $r = r_0$, полностью обусловленная эффектом градиента плотности, приводит к локализации зоны прозрачности для мод с $m < 0$ вблизи оси цилиндра. Для качественного анализа задачи рассмотрим упрощенную модель, когда плазма является однородной с плотностью $n(0)$ в приосевой области ($r < r_0$), где решение уравнения (1) имеет форму

$$E_\theta(r) = C_1 J_m(ar)/r. \tag{3}$$

Величина a в (3) в пределе высокой плотности плазмы, когда выполнено условие $|g| >> 2\dfrac{c^2k_z^2}{|m|\omega^2}$, равна

$$a = \frac{\omega\omega_{\rm pe}^2(0)}{|\omega_{\rm ce}|c^2k_z}. \tag{4}$$

Будем считать, что в остальной области плазменного цилиндра $r > r_0$ выполнено условие

$$\frac{m}{r}\frac{\partial \ln|g|}{\partial r} >> \frac{\omega^2}{c^2}|g|, \tag{5}$$

и роль градиентного члена является определяющей. Если условие (5) выполняется во всей области плазменного цилиндра, включая и приосевую область $r < r_0$, то, как показано в [3], моды с $m < 0$ в таком цилиндре распространяться не могут.

Предполагая, что в области $R > r > r_0$ плазма имеет параболический профиль плотности с характерным радиусом R,

$$n(r) = n(0)\frac{R^2 - r^2}{R^2 - r_0^2}, \tag{6}$$

условие (5) может быть представлено в форме:

$$\frac{|\omega_{\rm ce}|}{\omega} >> \frac{\omega_{\rm pe}^2(0)}{2|m|c^2}\frac{(R^2 - r^2)^2}{(R^2 - r_0^2)}. \tag{7}$$

В этой области величина $a^2(r > r_0) \equiv -b^2 = -\dfrac{2|m|\omega}{|\omega_{\rm ce}|}\dfrac{\omega_{\rm pe}^2(0)}{c^2}\dfrac{1}{k_z^2(R^2 - r_0^2)}$ является отрицательной и решение уравнения (1) имеет вид:

$$E_\theta(r) = C_2 I_m(br)/r + C_3 K_m(br)/r. \tag{8}$$

В области $r > R$ в качестве решения уравнения (1) используется

$$E_\theta(r) = C_4/r^2. \tag{9}$$

Удовлетворяя граничным условиям непрерывности азимутальной компоненты электрического поля и его производной в точках $r = r_0$ и $r = R$, получаем систему уравнений:

$$C_1 J_m(ar_0) = C_2 I_m(br_0) + C_3 K_m(br_0),$$

$$C_2 I_m(bR) + C_3 K_m(bR) = C_4/R,$$

$$C_2 \frac{\partial}{\partial r}[I_m(br)/r]\bigg|_{r=r_0} + C_3 \frac{\partial}{\partial r}[K_m(br)/r]\bigg|_{r=r_0} = C_1 \frac{\partial}{\partial r}[J_m(ar)/r]\bigg|_{r=r_0}, \tag{10}$$

$$C_2 \frac{\partial}{\partial r}[I_m(br)/r]\bigg|_{r=R} + C_3 \frac{\partial}{\partial r}[K_m(br)/r]\bigg|_{r=R} = -\frac{2C_4}{R^3}.$$

Из условия разрешимости системы уравнений (10) находим дисперсионное соотношение:

$$\left[\frac{\partial I_1(br)}{\partial r} - \frac{I_1(br)}{J_1(ar)}\frac{\partial J_1(ar)}{\partial r}\right]_{r=r_0} \Bigg/ \left[\frac{\partial K_1(br)}{\partial r} - \frac{K_1(br)}{J_1(ar)}\frac{\partial J_1(ar)}{\partial r}\right]_{r=r_0} =$$

$$= \left[\frac{\partial I_1(\xi)}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi} I_1(\xi)\right]\bigg|_{\xi=bR} \Bigg/ \left[\frac{\partial K_1(\xi)}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi} K_1(\xi)\right]\bigg|_{\xi=bR}. \tag{11}$$

Для случая $\xi = bR >> 1$ из (11) следует:

$$\frac{b}{K_1(\xi)} \frac{\partial K_1(\xi)}{\partial \xi}\bigg|_{\xi=br_0} = \frac{a}{J_1(\xi)} \frac{\partial J_1(\xi)}{\partial \xi}\bigg|_{\xi=ar_0}. \tag{12}$$

Предполагая также, что $br_0 << 1$, из (12) находим дисперсионное соотношение для мод с $m < 0$:

$$\omega = |\omega_{ce}| \frac{c^2 k_z \xi_n}{\omega_{pe}^2(0) r_0}, \tag{13}$$

где ξ_n – корни уравнения $J_1(\xi_n) = 0$. Закон дисперсии (13) соответствует случаю распространения геликона вдоль однородного плазменного цилиндра радиуса r_0, окруженного металлическим кожухом.

Выше был проанализирован случай, когда возможность распространения мод с $m < 0$ возникала из-за уменьшения роли градиентного члена в (1) в приосевой области в результате модификации профиля плотности. Другая возможность может быть связана с ростом плотности плазмы в приосевой области благодаря повышенному энерговкладу в результате фокусировки моды с $m < 0$. При этом роль градиентного члена в приосевой области также падает и закон дисперсии (13) оказывается качественно справедливым.

ЛИТЕРАТУРА

[1] F. F. Chen, M. J. Hsieh and M. Light, Plasma Sources Sci. Technol. **3**, 49 (1994).

[2] I. D. Sudit and F. F. Chen, Plasma Sources Sci.Technol. **3**, 602 (1994).

[3] Ю. М. Алиев, Краткие сообщения по физике ФИАН, No. 5, 44 (2008).

Поступила в редакцию 19 мая 2008 г.