

УДК 537.9,536.4,656.13

## ФАЗОВЫЕ СОСТОЯНИЯ АВТОТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ В ЛИНЕЙНЫХ ТУННЕЛЯХ. АНАЛИЗ ЭМПИРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

И. А. Лубашевский<sup>1,2</sup>, Н. Г. Гусейн-заде<sup>1,2</sup>, К. Г. Гарнисов<sup>2,3</sup>, Б. Ю. Лившиц<sup>2,3</sup>

Анализируются эмпирические данные автотранспортных потоков, собранные на линейном участке Лефортовского туннеля 3-го автотранспортного кольца Москвы. Показано, что наблюдаемый в туннеле перегруженный автотранспортный поток действительно характеризуется кооперативным движением автомобилей. В частности, обнаружены длинномасштабные пространственные корреляции в скорости их движения и наличие области "широко рассеянных состояний" на фундаментальной диаграмме – два типичных свойства фазы кооперативного движения автомобилей. Кроме того, на фазовом портрете динамики автотранспортного потока выявлено наличие двух областей с принципиально разными свойствами, которые разделены узким слоем с фактически фиксированным значением плотности автомобилей. Одна из них отвечает кооперативному движению автомобилей и содержит ядро хаотической динамики. Другая область соответствует необратимому образованию затора.

<sup>1</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН.

<sup>2</sup> МИРЭА.

<sup>3</sup> Мосгортранс.

**Описание транспортных потоков.** Математическое описание транспортных потоков и разнообразных явлений, в них происходящих, давно уже привлекают внимание исследователей. Тем не менее, и по сей день в физике транспортных потоков много открытых принципиальных проблем и универсального математического подхода к адекватному моделированию сложных явлений, наблюдавшихся в этой системе, не существует.

Одной из первых математических моделей автотранспортных потоков является гидродинамическая модель Лайтхилла–Уизема [1, 2], предложенная в 1955 году для исследования движения в нью-йоркских туннелях. Различные модификации этой модели используются до сих пор. Гидродинамическая модель позволила перейти от описания индивидуального движения отдельных автомобилей к анализу динамики автотранспортных потоков как некоторой континуальной среды. А именно, в этой модели транспортный поток рассматривается как движение одномерной сжимаемой жидкости. При этом предполагается наличие однозначной зависимости средней скорости потока  $v(\rho)$  от плотности автомобилей  $\rho$ . Последнее допущение позволяет ввести также величину потока  $q(x, t)$  (число автомобилей, пересекающих данное сечение автомагистрали в точке  $x$  за единицу времени), как некоторую функцию  $Q(\rho) = v(\rho)\rho$  локальной плотности  $\rho$ .

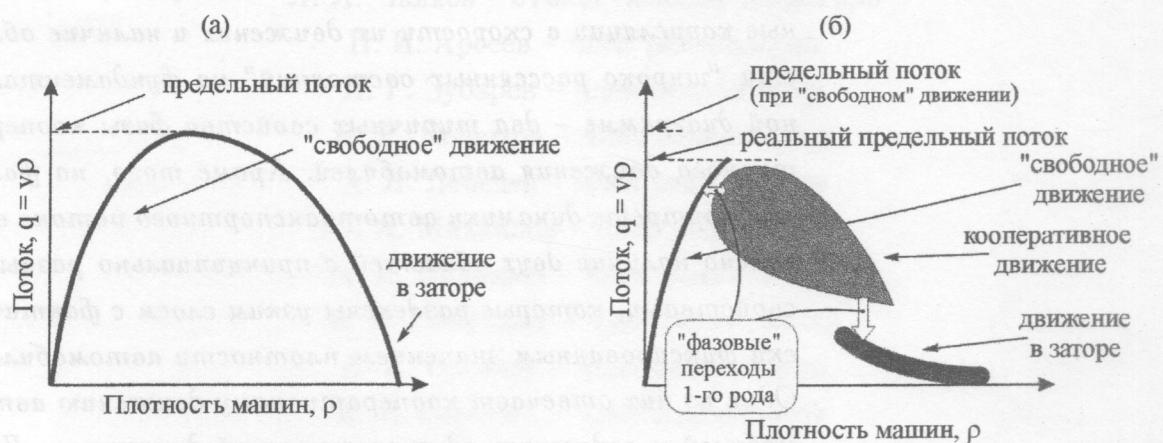


Рис. 1. Фундаментальная диаграмма и фазовые состояния автотранспортного потока.  
(a) – модель Лайтхилла–Уизема, (б) – диаграмма с областью широко рассеянных состояний.

Соотношение  $q = Q(\rho)$  играет важную роль в теории транспортных потоков и ее отображение на плоскости  $\{q, \rho\}$  называется *фундаментальной* или *основной диаграммой*. В модели Лайтхилла–Уизема эта зависимость непрерывна, следовательно, предельная

пропускная способность участка дороги определяется непосредственно плотностью потока (рис. 1(а)).

К сожалению, это чисто теоретическое допущение, и оно плохо описывает реальную ситуацию на дорогах. Попытки “исправить” фундаментальную диаграмму начались с 1974 года и продолжаются до сих пор. При малых и очень высоких плотностях наблюдается корреляция между потоком и плотностью, а для промежуточных плотностей однозначной ветви на фундаментальной диаграмме не существует из-за сильной зависимости от специфики конкретной дорожной сети и сложной структуры самого потока. Вместо этого на диаграмме появляется реально двумерная область – “область широко рассеянных состояний”, где каждая точка может трактоваться, как метастабильное состояние системы (рис. 1(б)) [3, 4]. Предпринималось множество попыток объяснить эти особенности.

Обычно транспортный поток принято рассматривать аналогично потоку жидкости или газа. Поэтому понятие “фазового перехода” в транспортном потоке было введено по аналогии с фазовыми переходами в жидкостях, то есть это качественные скачкообразные изменения в его средней скорости и плотности. Но даже достаточно сложные представления о фазах автотранспортного потока [5], когда его поведение уподобляется фазовым переходам газ → жидкость → замерзающая жидкость → лед – не совсем адекватно описывает фазовые переходы и фазовые состояния потока автомобилей. Причина и механизм фазовых переходов, происходящих в автотранспортном потоке, до сих пор не ясны.

В 1996 году Б. С. Кернер [6], анализируя эмпирические данные корпорации Daimler Chrysler, предложил добавить в классическое представление о движении автомобилей либо в режиме свободного потока, либо в режиме затора третью промежуточную стадию. В результате получилась следующая классификация фаз движения транспортного потока (рис. 1(б)): свободное движение (free flow), кооперативное движение (synchronized flow) и движение в заторах (wide moving jams). Эти состояния потока автомобилей отвечают различным фрагментам основной диаграммы, которые принципиально отличаются друг от друга по наблюдаемым свойствам. То есть, согласно Б. С. Кернеру, в транспортных потоках реализуются три принципиальные фазы, и если обычная жидкость может просто течь или замерзнуть, то у транспортного потока есть третья, “полузастывшее” – желоеобразное состояние. Это “синхронизованное движение автомобилей”, когда машины мешают друг другу разогнаться до оптимальной скорости, но при этом поток не переходит в состояния затора.

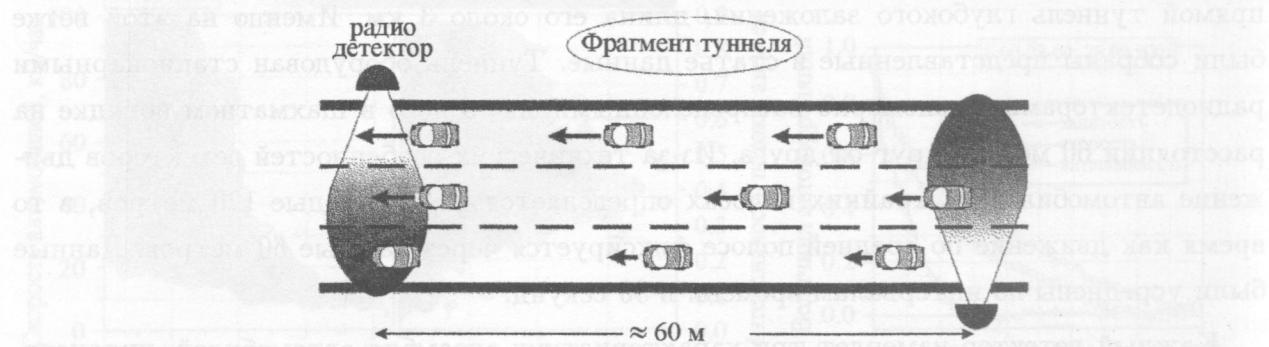
При свободном движении, когда дорога не загружена, водители придерживаются желаемой скорости, свободно переходя на соседние полосы. Корреляции в движении отдельных автомобилей подавлены, и средняя скорость автомобилей определяется только средним расстоянием между ними.

Когда движение становится достаточно плотным, водители уже не могут свободно маневрировать и вынуждены согласовывать свою скорость со скоростью потока. Это и есть синхронизованная фаза движения автомобилей. Иными словами, в этом потоке формируются большие кластеры автомобилей, которые перемещаются по автомагистрали как единое целое. При этом, такой кластер может распространяться на все ряды автомагистрали и содержать десятки автомобилей по направлению движения. В этом случае корреляции в движении отдельных автомобилей достаточно велики и средняя скорость потока  $v$  контролируется не только плотностью автомобилей, но и рядом других параметров. Как результат, на основной диаграмме (рис. 1(б)) возникает целая двумерная область возможных состояний автотранспортного потока – область сильно рассеянных состояний (*widely scattered states*), которая и есть область кооперативного движения. Это может свидетельствовать о принципиальном изменении свойств движения автомобилей в перегруженном транспортном потоке по сравнению со свободным потоком.

Это представление подвергалось дальнейшей модификации. Некоторые исследователи выделяют отдельно стадию старт-стоп (*stop-and-go*) движения, когда при большом скоплении автомобилей движение потока приобретает прерывистый характер. Д. Хеллинг вместе с коллегами фаз насчитали уже шесть [4]. Четыре из них соответствуют разного рода “волнам плотности” в потоке, где скопления или кластеры автомобилей чередуются с участками свободного движения. Сейчас часто синхронизованное движение и движение в заторах объединяются также понятием перегруженного транспортного потока (*congested traffic flow*), что отражает значительное взаимодействие и корреляции в движении автомобилей в данных случаях.

Тем не менее, концепция новой “синхронизированной фазы” и по настоящее время вызывает дебаты. В частности, К. Ф. Даганзо [5, 7] связывает все сложные явления, возникающие в автотранспортных потоках, либо с внешними причинами – “сужениями” (смена рядности, сужения, неоднородности дороги и др.), либо с локальными помехами (локальное изменение скорости, локальные помехи), а также с такими причинами, как неодинаковость самих транспортных средств.

В рамках данной статьи проведено исследование эмпирических данных, собранных в “верхней” линейной ветви Лефортовского тоннеля 3-го автотранспортного кольца Москвы в 2004–2005 годах. При этом показывается, что наблюдаемый перегруженный поток автомобилей действительно обладает свойствами кооперативной динамики и может трактоваться как синхронизованная мода движения автомобилей.



Фрагмент Третьего автотранспортного кольца г. Москвы



Рис. 2. Структура Лефортовского тоннеля.

**Трафик в протяженных тоннелях.** Интерес к динамике автотранспортного потока в протяженных туннелях глубокого заложения является отдельной темой исследований еще с середины прошлого века (напр., [8, 9]). Интерес к этой проблематике связан с несколькими причинами. Первая и, возможно, главная из них – безопасность. Формирование затора в протяженных туннелях – явление крайне опасное, и чтобы эффективно управлять движением, надо знать, как обнаруживать критические состояния в потоке, приводящие к образованию затора. Кроме того, закономерности движения автомобилей в туннелях сами по себе являются очень привлекательным объектом для изучения основных свойств поведения ансамбля машин на дороге. Дело в том, что в линейных туннелях большой длины движение автомобиля определяется главным образом двумя факторами: ограничением скорости и количеством полос. При этом протяженные туннели обычно хорошо оборудованы для отслеживания движения машин, что дает уни-

кальную возможность получать детальную информацию о пространственно-временных структурах потока автомобилей на всей протяженности всего туннеля.

На рис. 2 представлены схема Лефортовского туннеля и структура системы детекторов движения внутри него.

Туннель состоит из двух веток. Верхняя ветка представляет собой трехполосный прямой туннель глубокого заложения, длина его около 3 км. Именно на этой ветке были собраны представленные в статье данные. Туннель оборудован стационарными радиодетекторами, равномерно распределенными вдоль него в шахматном порядке на расстоянии 60 метров друг от друга. Из-за технических особенностей детекторов движение автомобилей на крайних полосах определяется через каждые 120 метров, в то время как движение по средней полосе фиксируется через каждые 60 метров. Данные были усреднены по интервалам времени в 30 секунд.

Каждый детектор измеряет три характеристики ансамбля автомобилей; интенсивность потока  $q$ , скорость автомобиля  $v$  и занятость полосы  $k$  (данная характеристика определяется отдельно для каждой полосы). Занятость является аналогией плотности автомобилей, ее можно определить как общее относительное время, в течение которого автомобиль видим в зоне детектирования данного детектора в пределах усредняемого интервала времени. Занятость измеряется в процентах.

*Кооперативное движение ансамбля машин.* На основе обработанных данных можно утверждать, что автотранспортный поток действительно демонстрирует кооперативную динамику, когда плотность автомобилей становится достаточно высокой. На рис. 3 показаны фазовые плоскости  $\{k, v\}$  и  $\{k, q\}$ , визуализирующие результаты измерений всех детекторов движения автомобилей на 31 мая 2004 г. Эти фазовые плоскости были разделены на ячейки размерами  $1\% \times 2 \text{ км}/\text{ч}$  и  $1\% \times 0.02 \text{ авт}/\text{сек.}$ , соответственно. Каждые 30 сек состояния, попавшие в избранную ячейку, дают вклад в соответствующее распределение. Эти распределения в некоторых относительных единицах представлены здесь в виде линий постоянного значения (линий уровня). Левая часть каждого слайда соответствует состояниям свободного потока, что хорошо видно на правом слайде, где затемненная область показывает верхний фрагмент соотношения потока и плотности свободного движения автомобилей. Однако полученное распределение даже для свободного потока является слишком разбросанным, что возможно происходит из-за существенной дисперсии расстояний до впереди идущего автомобиля. Средние части слайдов показывают другой режим автотранспортного потока – приводящий к появлению области широко рассеянных состояний и отвечающий синхронизированному

движению автомобилей [10, 11]. Линии уровня здесь покрывают достаточно широкие области и не следуют друг за другом так часто, как в левой части. Именно этот режим обычно связывается с кооперативным движением транспорта.

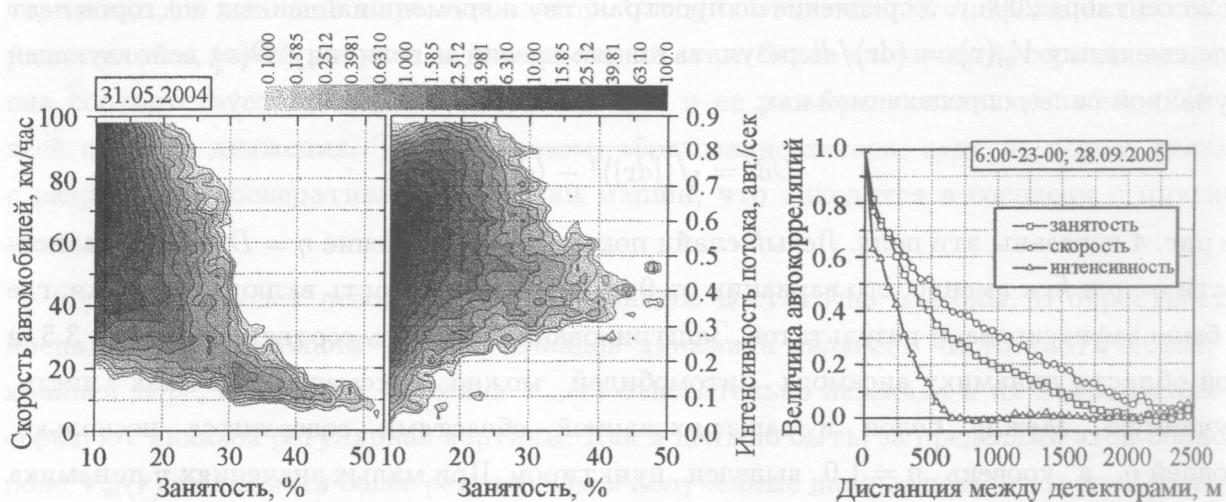


Рис. 3. Нормированная вероятность реализации (верхние слайды) и автокорреляции в занятости, скорости машин и интенсивности потока, измеренных различными детекторами как функция расстояния между ними (нижний слайд).

На рис. 3 (нижний слайд) показаны пространственные автокорреляции занятости, скорости автомобилей и величины (интенсивности) потока, измеренных разными детекторами на средней полосе 28 сентября 2005 г., когда преобладало перегруженное движение. В согласии с данными о единичных автомобилях [11] перегруженное движение автомобилей характеризуется существенными корреляциями, особенно это касается скорости автомобилей. Данные по интенсивности потока существенно коррелируют только в пределах нескольких соседних детекторов (на расстоянии около нескольких сотен метров) в то время как данные по скорости отдельных автомобилей и результатами измерения занятости коррелируют на половине протяженности туннеля, т.е. примерно 1 км.

*Образец динамики ансамбля автомобилей в фазовом пространстве.* Характеристики динамики ансамбля автомобилей в фазовом пространстве  $\{k, v\}$  были изучены с помощью метода, использованного при похожем анализе в [13]. Плоскость  $\{k, v\}$  разделена на ячейки  $\{C\}$  размером  $2.5\% \times 2.5$  км/ч. Пусть результаты измерений потока данным детектором в момент времени  $t$  попадают в ячейку  $C_i$  с учетом усредняющего интервала  $dt = 30$  сек. Следующие измерения этого же самого детектора располагаются

в ячейке  $C_j$ . Тогда вектор  $d\mathbf{r} = \{dk_t, dv_t\}$ , где  $dk_t = k_j - k_i$  и  $dv_t = v_j - v_i$  описывает изменение в движении на фазовой плоскости в данной точке  $\mathbf{r}_i = \{k_i, v_i\}$  в момент  $t$ . Эти вектора были рассчитаны с использованием данных, собранных всеми детекторами 28 сентября 2005 г. Усреднение по пространству и времени найденных векторов дает поле смещения  $V_m(\mathbf{r}) = \langle d\mathbf{r} \rangle / dt$  результатов измерений и величину  $D(\mathbf{r})$  действующей случайной силы, определяемой как:

$$Ddt = \sqrt{\langle |d\mathbf{r}| \rangle^2 - \langle d\mathbf{r} \rangle^2}.$$

На рис. 4 показаны эти поля. Левый слайд показывает отношение  $\eta = D/|V|_m$  в зависимости от  $v$  и  $k$ , а именно, его вариации от 0 до 3.5. Белая область включает ячейки, где не было зафиксировано результатов. Заштрихованная область соответствует  $\eta > 3.5$ , в этой области динамику ансамбля автомобилей можно рассматривать как чисто случайную. Между белой и заштрихованной областями содержится несколько уровней  $\eta$ , а уровень  $\eta = 1.0$  выделен пунктиром. При малых значениях  $\eta$  динамика ансамбля автомобилей становится практически регулярной.

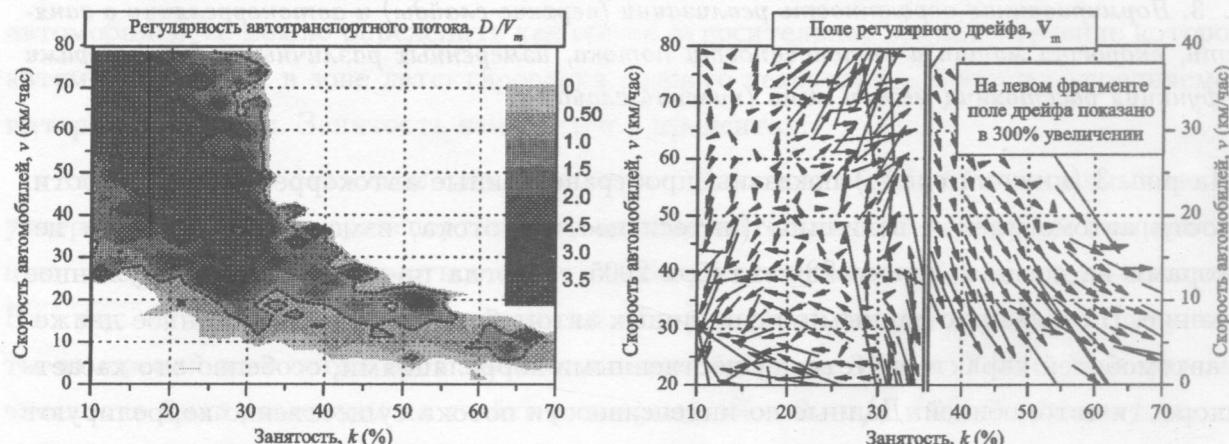


Рис. 4. Структура динамики потока автомобилей как целого на фазовой плоскости  $\{k, v\}$ . Левый фрагмент показывает распределение отношения между случайной и регулярной компонентами эффективных "сил". Правый фрагмент визуализирует поле регулярного дрейфа.

Правый слайд на рис. 4 показывает поле сдвига  $V_m(\mathbf{r})$ . Поскольку его модуль существенно изменяется в различных частях плоскости  $\{k, v\}$ , использованы два отдельных слайда. На левом слайде поле сдвига увеличено в три раза относительно правого слайда. Рассмотрим их по отдельности. Динамика системы на правом слайде в значительной

степени регулярна и поле  $\mathbf{V}_m(\mathbf{r})$  соответствует необратимому сдвигу ансамбля машин в сторону меньших скоростей и более высоких плотностей. Другими словами – это есть визуализация образования затора. В действительности в этот день был зарегистрирован, по меньшей мере, один затор. Следует отметить, что переходная область, разделяющая левый рисунок, в значительной мере более хаотичный, гораздо меньше, она соответствует приблизительно  $k = 35\%$  и ее размеры составляют менее 5% от всей области движения. Таким образом, образование затора, судя по всему, связано с разрывом в кооперативном движении машин, что находится в согласии с другими данными [3].

Структура полей левого и среднего слайдов достаточно подобны. В окрестностях ниспадающей диагонали  $Q_0$  этих слайдов динамика является чисто хаотической, по крайней мере, найденные значения  $\mathbf{V}_m(\mathbf{r})$  относительно невелики и их направления не образуют никакой регулярной картины. Как и должно быть, за пределами этой области поле  $\mathbf{V}_m(\mathbf{r})$  становится более регулярным и полученные данные позволяют нам оценить его характерные направления.

Необычностью данной структуры поля  $\mathbf{V}_m(\mathbf{r})$  является наличие протяженной диагонали малых значений поля  $\mathbf{V}_m(\mathbf{r})$ , которую можно отождествить с некоторым низкодимерным континуумом нулей этого регулярного поля. Вне диагонали  $Q_0$  поле дрейфа  $\mathbf{V}_m(\mathbf{r})$  имеет явно выраженную составляющую вдоль нее, что видно, по крайней мере, в нижней части фазового портрета на рис. 4. Такое поведение системы может быть объяснено с использованием понятия динамических ловушек, т.е. наличия континуума седловых точек поля регулярного дрейфа, которые обусловлены аномальным поведением кинетических коэффициентов системы, а не изменением направления действующей силы. Мы связываем механизм появления динамических ловушек для автотранспортных потоков с ограниченной rationalностью водителей, что является общим для систем, где человеческий фактор играет ключевую роль [13–15]. В частности концепция динамических ловушек позволяет объяснить существование континуума долгоживущих состояний, наблюдаемым в автотранспортных потоках (см., например, [3, 13]). Отметим, что подобные фазовые портреты были обнаружены и при численном моделировании ансамбля осцилляторов с динамическими ловушками [14, 15].

Проанализировав эмпирические данные автотранспортных потоков в Лефортовском туннеле 3-го транспортного кольца Москвы 2004–2005 годов, мы показали, что наблюдаемый перегруженный транспортный поток действительно характеризуется кооперативным движением автомобилей. Во-первых, на фундаментальной диаграмме имеется

область широко рассеянных состояний, которая, как считается, является характерным свойством синхронизованного движения автомобилей. Во-вторых, пространственные аутокорреляции занятости и скорости автомобилей, измеренных разными детекторами, являются существенными. В частности, эти величины оказываются коррелированными на расстоянии порядка 1 км. Вариации интенсивности потока автомобилей скоррелированы на существенно более коротких расстояниях – около 200–300 м.

На фазовой плоскости {занятость, скорость} был изучен фазовый портрет динамики автотранспортного потока как целого, и продемонстрировано, что на ней существует две области с различными свойствами. Одна область отвечает кооперативному движению автомобилей и содержит некоторое ядро, где динамика является чисто хаотической. Существенно, что в этой области поле регулярного дрейфа имеет протяженный низкоразмерный континуум нулей. Такую особенность фазового портрета можно объяснить, используя концепцию динамических ловушек для описания фазовых переходов в перегруженном трафике. Другая область соответствует необратимому формированию затора. Эти две характерные области разделены относительно узким вертикальным переходным слоем, фактически с фиксированным значением  $k = 35\%$ .

Работа была выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ N 06-08-89501 и DFGGZ: MA 1508/8-1.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] M. J. Lighthill and G. B. Whitham, Proc. Roy. Soc. A., London, **229**(1178), 281 (1955).
- [2] Дж. Уизем, *Линейные и нелинейные волны* (М., Мир, 1977).
- [3] B. S. Kerner, *Physics of traffic flow* (Springer, Berlin, 2004).
- [4] V. Shvetsov and D. Helbing, Phys. Rev. E **59**, 6328 (1999).
- [5] B. B. Семенов, Нелинейный мир, N 5–6, ч. 1, 343 (2005).
- [6] B. S. Kerner and H. Rehborn, Phys. Rev. E **53**, R4275 (1996).
- [7] C. F. Daganzo, Remarks on Traffic Flow Modeling and its Applications (<http://www.ce.berkeley.edu/~daganzo/publications.htm>).
- [8] H. C. Chin and A. D. May, Examination of the Speed-Flow Relationship at the Caldecott Tunnel. In: *Transportation Research Record*, **1320**, Transportation Research Board (NRC, Washington, DC, 1991), p. 1.
- [9] R. W. Rothery, Car following models. In: *Traffic Flow Theory*, ed. by N. Gartner, C. J. Messer, and A. K. Rathi. Transportation Research Board, Special Report, **165**, 1992, Chap. 4.

- [10] D. Helbing, Rev. Mod. Phys. **73**, 1067 (2001).
  - [11] L. Neubert, L. Santen, A. Schadschneider, and M. Schreckenberg, Phys. Rev. E **60**, 6480 (1999).
  - [12] R. Friedrich, S. Kriso, J. Peinke, and P. Wagner, Phys. Lett. A **299**, 287 (2002).
  - [13] I. Lubashevsky, R. Mahnke, P. Wagner, and S. Kalenkov, Phys. Rev. E **66**, 016117 (2002).
  - [14] I. Lubashevsky, M. Hajimahmoodzadeh, A. Katsnelson, and P. Wagner, Eur. Phys. J. B **36**, 115 (2003).
  - [15] I. Lubashevsky, R. Mahnke, M. Hajimahmoodzadeh, and A. Katsnelson, Eur. Phys. J. B **44**, 63 (2005).

Поступила в редакцию 23 апреля 2008 г.