

УДК 621.315.592; 537.311.322

К ТЕОРИИ РЕЗОНАНСНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОНОВ С ВЫСОКОЧАСТОТНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ В ОДНОМЕРНЫХ ДУХБАРЬЕРНЫХ НАНОСТРУКТУРАХ С СИММЕТРИЧНЫМИ БАРЬЕРАМИ КОНЕЧНОЙ ВЫСОТЫ И ШИРИНЫ

В. А. Чуенков

Развита теория взаимодействия электронов с высокочастотным электрическим полем в одномерных двухбарьерных наноструктурах с симметричными барьерами конечной высоты и ширины. Найдено точное решение уравнения Шредингера для электронов в указанной выше наноструктуре в отсутствие высокочастотного электрического поля, получено аналитическое выражение для постоянного тока I_0 , создаваемого в этой структуре падающим на нее потоком электронов с энергией ϵ , мало отличающейся от энергии резонансного уровня ϵ_r ($|\epsilon - \epsilon_r| \ll \epsilon_r$). В слабосигнальном приближении вычислена активная (синфазная полю) составляющая переменного электрического тока I_c . При $\epsilon > \epsilon_r$ ток I_c отрицателен во всей области частот, что указывает на возможность усиления и генерации переменного электрического поля в двухбарьерной резонансно-туннельной структуре с барьерами конечной высоты и ширины. В пределах применимости теории ($\hbar\omega \ll \epsilon_r$) частота, на которой возможны усиление и генерация переменного электрического поля, достигает значений $\omega \gtrsim 10^{13} \text{ с}^{-1}$, а мощность, передаваемая электронами полю, равна при этом около 1 Вт/см^2 .

Исследованию взаимодействия электронов с высокочастотным электрическим полем в резонансно-туннельных структурах посвящено большое число работ [1–11, 13–15]. Мы указали лишь на последние работы в этой области, имеющие непосредственное отношение к теме нашего исследования. На предыдущих работах в этой области, перечень и анализ которых дан в [1–11, 14, 15] мы останавливаться не будем.

В работах [1–11] построена теория взаимодействия электронов с высокочастотным электрическим полем в одномерных двухбарьерных наноструктурах – резонансно-туннельных диодах (РТД) с δ -функциональными барьерами (бесконечно большая высота барьеров V_0 и бесконечно малая их ширина b с сохранением постоянства произведения $V_0 \cdot b = \alpha$). В [1–11] показано, что в таких структурах (в дальнейшем мы будем называть их – РТД с δ -барьерами) возможны усиление и генерация переменного электрического поля в широкой области частот, в том числе при частотах терагерцового диапазона, установлена связь физических характеристик РТД с δ -барьерами с параметрами структуры.

Цель настоящей работы – построить аналитическую теорию взаимодействия электронов с высокочастотным электрическим полем в одномерных двухбарьерных наноструктурах – резонансно-туннельных диодах (РТД) – с симметричными барьерами конечной высоты и ширины (в дальнейшем такие структуры будем называть – РТД с реальными барьерами), установить связь и различие с теорией, построенной в [1–11].

Решение уравнения Шредингера для электронов в РТД с реальными барьерами в отсутствие переменного электрического поля. Рассмотрим одномерную резонансно-туннельную структуру с двумя симметричными барьерами конечной высоты и ширины – РТД с реальными барьерами (рис. 1).

Слева ($x < 0$) к диоду подводится поток электронов, пропорциональный q^2 , с энергией ϵ , мало отличающейся от ϵ_r ($|\epsilon - \epsilon_r| = \delta \ll \epsilon_r$). В отсутствие электрического поля волновая функция электронов $\Psi_0(x)$ находится из уравнения Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi_0}{dx^2} + V(x) \Psi_0 = \epsilon \Psi_0. \quad (1)$$

Точное решение уравнения (1) в указанных на рисунке областях значений x (областях 1–5) имеет вид:

$$\begin{aligned} \Psi_{10}(x) &= qe^{ikx} + C_0 e^{-ikx} \quad (x < 0), \\ \Psi_{20}(x) &= A_{20} e^{k_1 x} + B_{20} e^{-k_1 x} \quad (0 < x < b), \\ \Psi_{30}(x) &= A_{30} e^{ikx} + B_{30} e^{-ikx} \quad (b < x < a + b), \end{aligned}$$

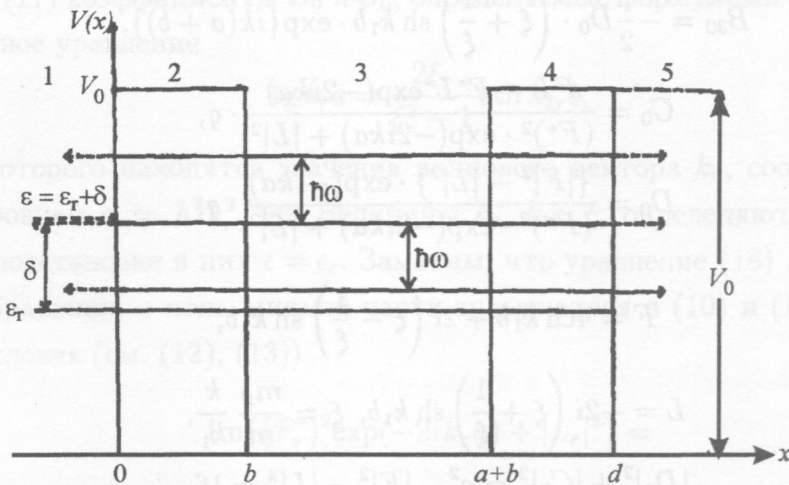


Рис. 1. Двухбарьерная резонансно-туннельная структура (РТД) с резонансным уровнем ϵ_r .

$$\Psi_{40}(x) = A_{40}e^{k_1x} + B_{40}e^{-k_1x} \quad (a + b < x < d), \quad (2)$$

$$\Psi_{50}(x) = D_0e^{ik(x-d)}, \quad (x > d),$$

где

$$k = \sqrt{2m\epsilon}/\hbar, \quad k_1 = \sqrt{2m_\beta(V_0 - \epsilon)}/\hbar \quad (3)$$

– волновые векторы электронов соответственно в квантовой яме и барьерах; m и m_β – эффективные массы электронов соответственно в квантовой яме и барьерах; V_0 и b – соответственно высота и ширина барьеров; a – ширина квантовой ямы, $d = a + 2b$. Сшивая волновые функции $\Psi_{10}(x) - \Psi_{50}(x)$ (см. (2)) и их первые производные на границах потенциальных барьеров, т.е. в точках $x = 0, x = b, x = a + b, x = d$ получим выражения для коэффициентов $C_0, A_{20}, B_{20}, A_{30}, B_{30}, A_{40}, B_{40}, D_0$ через q, k, k_1, V_0, a, b :

$$A_{20} = \frac{1}{2}(1 + i\xi) \cdot q + \frac{1}{2}(1 - i\xi) \cdot C_0, \quad (4)$$

$$B_{20} = \frac{1}{2}(1 - i\xi) \cdot q + \frac{1}{2}(1 + i\xi) \cdot C_0, \quad (5)$$

$$A_{40} = \frac{1}{2}(1 + i\xi) \cdot D_0 \cdot \exp(-k_1d), \quad (6)$$

$$B_{40} = \frac{1}{2}(1 - i\xi) \cdot D_0 \cdot \exp(k_1d), \quad (7)$$

$$A_{30} = D_0 \left\{ \operatorname{ch} k_1b - \frac{i}{2} \left(\xi - \frac{1}{\xi} \right) \operatorname{sh} k_1b \right\} \cdot \exp\{-ik(a + b)\}, \quad (8)$$

$$B_{30} = -\frac{i}{2}D_0 \cdot \left(\xi + \frac{1}{\xi}\right) \text{sh } k_1 b \cdot \exp\{ik(a+b)\}, \quad (9)$$

$$C_0 = \frac{FL - F^*L^* \exp(-2ika)}{(F^*)^2 \cdot \exp(-2ika) + |L|^2} \cdot q, \quad (10)$$

$$D_0 = \frac{\{|F|^2 - |L|^2\} \cdot \exp(-ika)}{(F^*)^2 \cdot \exp(-2ika) + |L|^2} \cdot q, \quad (11)$$

где

$$F = 4\text{ch } k_1 b + 2i \left(\xi - \frac{1}{\xi}\right) \text{sh } k_1 b, \quad (12)$$

$$L = -2i \left(\xi + \frac{1}{\xi}\right) \text{sh } k_1 b, \quad \xi = \frac{m_\beta}{m} \frac{k}{k_1}, \quad (13)$$

$$|D_0|^2 + |C_0|^2 = q^2, \quad |F|^2 - |L|^2 = 16, \quad (14)$$

i – мнимая единица, F^* и L^* – комплексно-сопряженные величины. Подчеркнем, что q^2 , $|C_0|^2$, $|D_0|^2$ определяют соответственно поток падающих на двухбарьерную систему, отраженных от двухбарьерной системы и прошедших через нее электронов.

Вычисление плотности постоянного электрического тока I_0 . Вычисление энергии резонансных уровней и их полуширины. Формулы (2)–(14) однозначно определяют волновую функцию электронов в изображенной на рисунке двухбарьерной структуре через ее параметры. Зная волновые функции $\Psi_{10}(x) - \Psi_{50}(x)$, можно вычислить плотность постоянного электрического тока I_0 в любой из областей структуры по стандартной формуле квантовой механики:

$$I_0 = i \frac{e\hbar}{2m} \{\Psi_0 \nabla \Psi_0^* - \Psi_0^* \nabla \Psi_0\}, \quad (15)$$

где e – заряд электрона, \hbar – постоянная Планка. Подставляя волновые функции $\Psi_{10}(x) - \Psi_{50}(x)$ с коэффициентами (4)–(11) в формулу (15), получим одинаковое во всех областях структуры, как и должно быть, значение плотности постоянного электрического тока

$$I_0 = ev|D_0|^2, \quad (16)$$

где v – скорость электронов. Известно, что коэффициент прохождения потока электронов через двухбарьерную систему имеет четко выраженный резонансный характер. Величину волнового вектора, определяющего резонансные уровни, на которых коэффициент прохождения потока электронов через двухбарьерную систему с симметричными барьерами равен единице, будем находить из условия (см. (14))

$$|D_0|^2 = q^2, \quad |C_0|^2 = 0. \quad (17)$$

Подставляя в (17) коэффициенты D_0 и C_0 , определяемые формулами (10)–(13), получим трансцендентное уравнение

$$\operatorname{tg} k_r a = \frac{2\xi_r}{\xi_r^2 - 1} \operatorname{cth} k_{1r} b, \quad (18)$$

из решения которого находятся значения волнового вектора k_r , соответствующие резонансным уровням $\epsilon_r = \hbar^2 k_r^2 / 2m$. Величины k_r , k_{1r} , ξ_r определяются соотношениями (3), (13) при подстановке в них $\epsilon = \epsilon_r$. Заметим, что уравнение (18) является следствием условия обращения в ноль мнимой части знаменателя в (10) и (11) при $\epsilon = \epsilon_r$, т.е. следствием условия (см. (12), (13))

$$\begin{aligned} & \operatorname{Im}\{(F_r^*)^2 \exp(-2ik_r a) + |L_r|^2\} = \\ & = 16 \left(\xi_r - \frac{1}{\xi_r} \right) \operatorname{sh} k_{1r} b \cdot \operatorname{ch} k_{1r} b \cdot \sin^2 k_r a - \\ & - 8 \left[4\operatorname{ch}^2 k_{1r} b - \left(\xi_r - \frac{1}{\xi_r} \right)^2 \operatorname{sh}^2 k_{1r} b \right] \sin k_r a \cdot \cos k_r a - \\ & - 16 \left(\xi_r - \frac{1}{\xi_r} \right) \operatorname{sh} k_{1r} b \cdot \operatorname{ch} k_{1r} b \cdot \cos^2 k_r a = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

в чем легко убедиться, подставив в знаменатель в (10) и (11) выражения (12) и (13). Поделив уравнение (19) на $\cos^2 k_r a$, получим уравнение для $\operatorname{tg} k_r a$, корни которого определяются соотношением (18).

Предположим, что энергия падающего на структуру монохроматического потока электронов близка к энергии резонансного уровня ϵ_r , так что $\epsilon - \epsilon_r = \delta \ll \epsilon_r$. Разлагая входящие в (11) величины k , k_1 , F , L (см. (12), (13)) в ряд по малой величине δ/ϵ_r , получим

$$D_0 = \frac{\Gamma \exp(-i \cdot k_r a)}{i(\epsilon - \epsilon_r) - \Gamma} \cdot q, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma = & \frac{\epsilon_r}{\operatorname{ch}^2 k_{1r} b} \cdot \left\{ k_r a \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\xi_r} - \xi_r \right)^2 \cdot \operatorname{th}^2 k_{1r} b \right] + \right. \\ & + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{V_0}{V_0 - \epsilon_r} \left(\frac{1}{\xi_r} + \xi_r \right) \cdot \operatorname{th} k_{1r} b + \right. \\ & \left. \left. + k_{1r} b \cdot \frac{\epsilon_r}{V_0 - \epsilon_r} \left(\frac{1}{\xi_r} - \xi_r \right) (1 - \operatorname{th}^2 k_{1r} b) \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (21)$$

Величина Γ характеризует полуширину резонансного уровня ϵ_r .

При $k_{1r}b \gg 1$ (барьеры большой мощности) вместо (18) и (21) получим:

$$\text{tg } k_r a \approx \frac{2\xi_r}{\xi_r^2 - 1}, \quad (22)$$

$$\Gamma \approx \frac{\epsilon_r}{\text{ch}^2 k_{1r} b} \cdot \left\{ k_r a \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\xi_r} - \xi_r \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \frac{V_0}{V_0 - \epsilon_r} \left(\frac{1}{\xi_r} + \xi_r \right) \right\}^{-1}. \quad (23)$$

В этом случае, как следует из (22) и (23), положение резонансного уровня ϵ_r зависит от ширины квантовой ямы a , высоты потенциальных барьеров V_0 , но не зависит от ширины потенциальных барьеров b , а полуширина резонансного уровня Γ определяется в основном множителем

$$\exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m_\beta(V_0 - \epsilon_r)} \cdot b \right\}, \quad (24)$$

который относительно слабо изменяется ($V_0 \gg \epsilon_r$ по крайней мере для низко лежащих резонансных уровней) при $\sqrt{V_0} \cdot b = \text{const}$. Подчеркнем, что для модели двухбарьерной наноструктуры с δ -функциональными симметричными барьерами положение резонансных уровней и их полуширина определяются формулами [3, 12]

$$\text{tg } k_r a = -\frac{k_r \hbar^2}{\alpha m}, \quad (25)$$

$$\Gamma = 4 \frac{k_r^3}{\alpha^2 a} \left(\frac{\hbar^2}{2m} \right)^3, \quad (26)$$

которые получены при условии: высота барьеров $V_0 \rightarrow \infty$, ширина барьеров $b \rightarrow 0$, а площадь барьеров

$$\alpha = V_0 \cdot b = \text{const}. \quad (27)$$

Итак, модель двухбарьерной наноструктуры с симметричными барьерами конечной высоты и ширины, т.е. с реальными барьерами (см. формулы (18), (21)–(23)), и модель двухбарьерной наноструктуры с симметричными δ -функциональными барьерами (см. формулы (25)–(27)) приводят к существенно различающимся зависимостям положения резонансных уровней и их полуширины от параметров структуры a , V_0 , b , m , m_β .

В таблице приведены энергии первых резонансных уровней и их полуширина для ряда двухбарьерных резонансно-туннельных наноструктур как с реальными (конечная высота и ширина) симметричными барьерами (формулы (18) и (21)), так и с симметричными δ -барьерами (формулы (25)–(27)). Для структур с реальными барьерами $m = 0.067m_0$, $m_\beta = 0.15m_0$ (m_0 – масса свободного электрона). Для структур с δ -барьерами $m = 0.067m_0$, масса m_β в формулах (25)–(27) отсутствует.

Т а б л и ц а

Таблица значений ϵ_r и Γ

Структура	1	2	3	4	5
Ширина квантовой ямы a , Å	45	45	45	95	275
Ширина барьеров b , Å	10	18	20	11	11
Высота барьеров V_0 , eV	0.9	0.9	0.9	1.04	1.04
ϵ_r в структуре с реальными барьерами при $m_\beta \neq m$, meV	119	121	121	40.7	6.3
ϵ_r в структуре с реальными барьерами при $m_\beta = m$, meV	140	147	147.5	45	6.6
ϵ_r в структуре с δ -барьерами при $m_\beta = m$, meV	179	210	215	51	6.9
Γ в структуре с реальными барьерами при $m_\beta \neq m$, meV	3.44	0.22	0.11	0.205	$5.2 \cdot 10^{-3}$
Γ в структуре с реальными барьерами при $m_\beta = m$, meV	9.17	1.59	1.01	0.55	$1.2 \cdot 10^{-2}$
Γ в структуре с δ -барьерами при $m_\beta = m$, meV	35.54	14	11.7	1.6	$2.7 \cdot 10^{-2}$

Из таблицы следует, что модель двухбарьерной резонансно-туннельной наноструктуры с барьерами конечной высоты и ширины (реальными барьерами) и модель той же структуры с δ -барьерами приводят не только к существенно различающимся аналитическим зависимостям энергии резонансных уровней и их полуширины от параметров структуры, как уже отмечалось выше, но и к существенно различающимся численным значениям этих величин.

Из таблицы также следует, что положение и ширина резонансных уровней существенно зависят от соотношения эффективных масс электронов в яме и барьерах.

Итак, постоянный ток, создаваемый в рассмотренной нами двухбарьерной наноструктуре падающим на нее слева потоком электронов с энергией ϵ , равен, как следует

из (16) и (20),

$$I_0(\epsilon - \epsilon_r) = ev_r n \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + (\epsilon - \epsilon_r)^2}, \quad (28)$$

где резонансный уровень ϵ_r является решением уравнения (18), полуширина уровня определяется соотношением (21), $v = (2\epsilon_r/m)^{1/2}$, а величина q^2 положена равной концентрации электронов n .

Вычисление действительной части высокочастотного электрического тока. Предположим теперь, что в области $0 \leq x \leq d$ (рис. 1) действует высокочастотное электрическое поле

$$E(t) = \frac{E}{2}(e^{-i\omega t} + e^{i\omega t}) \quad (29)$$

с потенциалом

$$W(x, t) = -\frac{eEx}{2}(e^{-i\omega t} + e^{i\omega t}). \quad (30)$$

В (29) и (30) не учитывается зависимость поля E от координаты x , поскольку длина волны $\lambda = 2\pi c/\omega$ (c – скорость света) высокочастотного электрического поля при $\omega = 10^{12} - 10^{13} \text{ с}^{-1}$ на несколько порядков превышает размер $d = a + 2b \approx (100 - 300) \text{ \AA}$ рассматриваемой нами структуры.

При наличии высокочастотного электрического поля волновая функция электронов $\Psi(x, t)$ является решением нестационарного уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V(x)\Psi - \frac{eEx}{2}(e^{-i\omega t} + e^{i\omega t})\Psi. \quad (31)$$

Вид функции $V(x)$ представлен на рис. 1. Будем предполагать, что

$$\hbar\omega \ll \epsilon_r, \quad \Gamma \ll \epsilon_r, \quad (32)$$

$$eEd \ll \hbar\omega, \quad eEd \ll \Gamma. \quad (33)$$

Второе неравенство в (32) означает, что в работе рассматривается случай, когда квантовая яма расположена между двумя “сильными барьерами”. Неравенства (33) характеризуют слабосигнальное приближение (приближение слабого поля). При условиях (32), (33) установившееся решение уравнения (31) можно представить в виде [13, 3]

$$\Psi(x, t) = \Psi_0(x)e^{-i\omega_0 t} + \Psi_+(x)e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \Psi_-(x)e^{-i(\omega_0 - \omega)t}, \quad (34)$$

где $\omega_0 = \epsilon/\hbar$, $\Psi_0(x) \gg \Psi_+(x), \Psi_-(x)$.

Функции $\Psi_0(x)$, $\Psi_+(x)$, $\Psi_-(x)$ описывают электроны соответственно с энергиями ϵ , $\epsilon + \hbar\omega$, $\epsilon - \hbar\omega$. Уравнение (31) после подстановки в него функции (34) решается методом последовательных приближений. Функция нулевого приближения $\Psi_0(x)$ является решением стационарного уравнения Шредингера (1). Вид этой функции в различных областях значений x (рис. 1) приведен в (2)–(14). Функции $\Psi_+(x)$ и $\Psi_-(x)$ являются решениями уравнений

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi_+}{dx^2} + V(x)\Psi_+ - (\epsilon + \hbar\omega)\Psi_+ = \frac{eEx}{2} \cdot \Psi_0, \quad (35)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi_-}{dx^2} + V(x)\Psi_- - (\epsilon - \hbar\omega)\Psi_- = \frac{eEx}{2} \cdot \Psi_0. \quad (36)$$

Из уравнений (35), (36) можно получить точные выражения для функций $\Psi_{n+}(x)$ и $\Psi_{n-}(x)$ ($n = 1 - 5$) в любой из представленных на рисунке областей значений x , а затем произвести сшивание этих функций и их первых производных на границах барьеров. Подставив приведенные в (2) функции $\Psi_{n0}(x)$ и функции $\Psi_{n+}(x)$, $\Psi_{n-}(x)$ в (34), можно по формуле (15) вычислить высокочастотный электрический ток $I(\omega, x, t)$. Такой способ вычисления тока $I(\omega, x, t)$, который даже для структуры с δ -барьерами представляется довольно громоздким [3], будет опубликован нами в следующей работе. В данной работе используем более простой способ, на который указывалось в [1–3]. При условиях (32), (33), т.е. в слабосигнальном приближении, действительная часть высокочастотного электрического тока $I_c(\omega, x, t)$ может быть легко выражена через зависимость постоянного тока I_0 (см. (28)) от расстройки. В отсутствие переменного электрического поля под расстройкой подразумевается величина $\delta = \epsilon - \epsilon_r$ (см. (28)). В переменном электрическом поле для электронов, поглотивших фотон с энергией $\hbar\omega$, под расстройкой следует подразумевать величину $\epsilon - \epsilon_r + \hbar\omega + \frac{eEx}{2} \cos \omega t$, а для электронов, испустивших фотон с энергией $\hbar\omega$, – величину $\epsilon - \epsilon_r - \hbar\omega + \frac{eEx}{2} \cos \omega t$ (в переменном электрическом поле, как следует из (34)–(36), функция $\Psi_+(x, t) \sim \frac{eE}{2} e^{-i\omega t}$, а функция $\Psi_-(x, t) \sim \frac{eE}{2} e^{i\omega t}$). Следовательно, при упомянутых выше условиях действительная часть высокочастотного электрического тока $I_c(\omega, \delta, x, t)$ определяется разностью потоков электронов, поглотивших и испустивших квант энергии $\hbar\omega$, т.е.

$$I_c(\omega, \delta, x, t) = I_0 \left(\epsilon - \epsilon_r + \hbar\omega + \frac{eEx}{2} \cos \omega t \right) - \\ - I_0 \left(\epsilon - \epsilon_r - \hbar\omega + \frac{eEx}{2} \cos \omega t \right) =$$

$$= \frac{I_0(\epsilon - \epsilon_r + \hbar\omega) - I_0(\epsilon - \epsilon_r - \hbar\omega)}{2\hbar\omega} \cdot \frac{eEx}{2} \cos \omega t. \quad (37)$$

Подставляя в (37) постоянный ток (28) при соответствующих аргументах и проведя усреднение по x , получим приведенный ток

$$\begin{aligned} I_c(\omega, \delta, t) &= \frac{1}{d} \int_0^d I_c(\omega, \delta, x, t) dx = \\ &= (-1) \cdot \frac{e^2 v_r n d}{2} \cdot \frac{\Gamma^2 \delta E \cdot \cos \omega t}{[\Gamma^2 + (\delta + \hbar\omega)^2][\Gamma^2 + (\delta - \hbar\omega)^2]}. \end{aligned} \quad (38)$$

Действительная часть проводимости, как следует из (38), равна

$$\sigma_c(\omega, \delta) = (-1) \frac{e^2 v_r n d \Gamma^2 \delta}{2[\Gamma^2 + (\delta + \hbar\omega)^2][\Gamma^2 + (\delta - \hbar\omega)^2]}, \quad (39)$$

а коэффициент поглощения равен

$$\gamma = \frac{4\pi \sigma_c(\omega, \delta)}{c\sqrt{\kappa_0}}, \quad (40)$$

где κ_0 – диэлектрическая постоянная.

Мощность, передаваемая электронами полю, равна

$$\begin{aligned} P_c &= d \cdot \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} dt \sigma_c(\omega, \delta) E^2 \cos^2 \omega t = \\ &= (-1) \frac{e^2 E^2 d^2 v_r n \Gamma^2 \delta}{4[\Gamma^2 + (\delta + \hbar\omega)^2][\Gamma^2 + (\delta - \hbar\omega)^2]}. \end{aligned} \quad (41)$$

Из (38)–(41) следует, что при $\epsilon > \epsilon_r$ приведенный ток $I_c(\omega, \delta, t)$, проводимость $\sigma_c(\omega, \delta)$, коэффициент поглощения γ и мощность P_c отрицательны, что свидетельствует о возможности усиления электромагнитного излучения во всей области частот.

При $\delta \ll \Gamma$ проводимость $\sigma_c(\omega, \delta)$ максимальна при $\omega \rightarrow 0$, а при больших частотах $\omega \gg \Gamma/\hbar$ быстро уменьшается как $1/\omega^4$. При $\delta \gg \Gamma$ проводимость максимальна при частоте

$$\omega_m^2 = \frac{\delta^2 - \Gamma^2}{\hbar^2} \approx \delta^2/\hbar^2, \quad (42)$$

т.е. при условии “квазирезонанса” $\hbar\omega = \epsilon - \epsilon_r$. Указанная частотная зависимость имеет место, как следует из (38)–(41), и для величин $I_c(\omega, \delta)$, γ и P_c .

Оценим теперь область частот, в которой возможно усиление электромагнитного излучения, если $\delta \gg \Gamma$. Воспользуемся вторым столбцом таблицы и положим $\delta = 20\Gamma =$

4.4 meV. В этом случае, как отмечалось выше, максимальное значение проводимости и, следовательно, мощности P_c достигается при частоте $\omega_m = \delta/\hbar = 6.69 \cdot 10^{12}$ Hz ($\nu_m = \omega_m/2\pi \approx 10^{12}$ Hz). Мощность, передаваемая электронами полю при такой частоте, равна $P_c = 1.19$ Вт/см².

Таким образом, при условиях (32), (33) в двухбарьерной наноструктуре – резонансно-туннельном диоде (РТД) с симметричными барьерами конечной высоты и ширины оказываются возможными усиление и генерация переменного электрического поля в области терагерцевых частот ($\omega \approx 10^{12} - 10^{13}$ с⁻¹).

Подводя итог, сравним полученные нами результаты для РТД с симметричными барьерами конечной высоты и ширины с результатами, полученными в [3, 11] в рамках модели РТД с симметричными δ -барьерами.

Выражение для приведенного тока (38) и выражение для проводимости (39) совпадают по форме с соответствующими выражениями, полученными в работах [3, 11] путем решения уравнения Шредингера методом последовательных приближений. При одинаковом отношении δ/Γ наши выражения (38), (39) и соответствующие выражения в [3, 11] дают качественно одинаковую, но различающуюся количественно частотную зависимость приведенного тока и проводимости.

Различие обусловлено, прежде всего, тем, что выбранная нами модель РТД с реальными барьерами и выбранная в [3, 11] модель РТД с δ -функциональными барьерами приводят к существенно различным качественным и количественным зависимостям положения резонансных уровней ϵ_r и их квантовой полуширины Γ от параметров структур (см. таблицу). В рамках модели РТД с реальными барьерами резонансные уровни ϵ_r и их полуширина Γ определяются уравнением (18) и соотношением (21), которые существенно отличаются от уравнения (25) и соотношения (26), определяющих те же величины в рамках модели РТД с δ -барьерами. Как видно из таблицы, это различие для ϵ_r исчисляется в пределах 1.1–1.8 раза, а для Γ – в пределах 10–100 раз.

Эти различия естественным образом сказываются на величине приведенного тока $I_c(\omega, \delta, t)$, проводимости $\sigma_c(\omega, \delta)$, мощности P_c , передаваемой электронами полю, а также на характере зависимости перечисленных величин от параметров РТД (ширины квантовой ямы, высоты и ширины барьеров, эффективных масс электронов в яме и барьерах). При математическом описании упомянутых выше двух моделей РТД используются различные граничные условия, что и приводит в результате к существенно различным зависимостям всех перечисленных выше физических величин от параметров структур. Подчеркнем, что в модели РТД с δ -барьерами в принципе невозможен учет

различия между эффективными массами электронов в квантовой яме и барьерах. В РТД с реальными барьерами такое различие имеет место ($m_\beta/m \approx 2.2$) и оказывает существенное влияние, как следует из таблицы, на положение резонансных уровней ϵ_r , их полуширину Γ и, следовательно, на величину приведенного тока $I_c(\omega, \delta, t)$, проводимость $\sigma_c(\omega, \delta)$, мощность P_c .

Очевидно, модель РТД с барьерами конечной высоты и ширины является более близкой к реальности и более правильно описывает зависимость ϵ_r , Γ , $I_c(\omega, \delta, t)$, $\sigma_c(\omega, \delta)$, P_c от параметров структур как в качественном, так и в количественном отношении. Сказанное подтверждает, в частности, совпадение с большой точностью результатов расчетов ϵ_r и Γ для РТД с реальными барьерами по полученным нами аналитическим формулам (18) и (21), приведенных в таблице (5-ая и 8-ая строки), с результатами расчетов для тех же РТД, полученных численными методами.

Заметим, наконец, что выражение (37) совпадает по форме с выражением для высокочастотного тока в сверхрешетке, полученным в работе [1] методом квантового кинетического уравнения. На такое совпадение было указано впервые в работе [3].

Автор благодарен В. Н. Мурзину и В. В. Капаеву за плодотворное обсуждение работы и ценные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (No. 08-02-00513), ПФИ Президиума РАН "Квантовые наноструктуры", НП ОФН РАН "Проблемы радиофизики" (Раздел: Освоение терагерцового диапазона), НП ОФН РАН "Когерентное оптическое излучение полупроводниковых соединений и структур".

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Р. Ф. Казаринов, Р. А. Сурис, ФТП **6**, 148 (1972).
- [2] И. В. Беляева, Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, ФТП **31**(2), 137 (1997).
- [3] В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **116**, вып. 2(8), 704 (1999).
- [4] V. F. Elesin, D. V. Melnikov, A. I. Podlivaev, Phys. Low-Dim. Struct. **6**, 23 (1996).
- [5] V. F. Elesin, Phys. Low-Dim. Struct. **1/2**, 55 (2000).
- [6] В. Ф. Елесин, И. Ю. Катеев, А. И. Подливаев, ФТП **34**, 1373 (2000).
- [7] В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **119**, 816 (2001).
- [8] В. Ф. Елесин, И. Ю. Катеев, А. И. Подливаев, ФТП **36**, 1033 (2002).
- [9] В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **121**, 925 (2002).
- [10] В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **123**, 1096 (2003).
- [11] В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **124**, 379 (2003).

- [12] В. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган, *Задачи по квантовой механике* (М., Наука, 1981).
- [13] R. K. Mains and G. I. Haddad, *J. Appl. Phys.* **64**, 504 (1988).
- [14] В. Ф. Елесин, И. Ю. Катеев, *ФТП* **39**(9), 1106 (2005).
- [15] В. Ф. Елесин, *ЖЭТФ* **127**, 131 (2005).

Поступила в редакцию 7 июля 2008 г.