

УДК 537.591

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ КОЛЬЦЕВЫХ И ВНЕОСЕВЫХ ЗОННЫХ ПЛАСТИНОК

А. В. Виноградов, А. Н. Митрофанов

В работе исследуется влияние ограничения апертуры зонной пластинки на ее разрешение. Приведены аналитические формулы для расчета поля в плоскости изображения. Проведено численное моделирование распределения поля в фокальной плоскости кольцевых и внеосевых зонных пластинок.

Френелевские зонные пластинки (ЗП) рассматриваются, как инструмент достижения наноразрешения [1, 2] и возможность приблизиться к дифракционному пределу в рентгеновском диапазоне длин волн. В частности достигнуто разрешение 15 нм при длине волны 2 нм [1] и 16 нм для длины волны 0.064 нм [2]. Наряду с классическими круглыми структурами рассматриваются также кольцевые [3] и внеосевые [4] ЗП. Это связано с поисками возможностей создания ЗП с улучшенными параметрами, удешевления технологии их изготовления, а также с особенностями источников рентгеновского излучения и необходимостью согласования ЗП с пучком рентгеновского генератора (источника синхротронного излучения, лазером на свободных электронах, лабораторным рентгеновским лазером [5], и пр.).

Целью настоящей работы является исследование влияния ограничения апертуры ЗП на ее разрешение и аппаратную функцию. В разделе 1 для полноты изложения приведен вывод структуры идеальной ЗП (параболического фазового экрана), которая обеспечивает безаберрационную передачу распределения поля из плоскости предмета в плоскость изображения. Реальные ЗП рассматриваются далее в разделах 2, 3 как результат ограничения апертуры идеальной ЗП, либо как искажения ее структуры.

1. Предварительное рассмотрение. а) Геометрия. Основные соотношения между физическими параметрами ЗП и ее геометрией следуют из уравнения для зон [3а]

$$r_n = \sqrt{r_0^2 + 2nf\lambda}, \quad (1)$$

где r_0 – радиус центрального экрана или расстояние первой зоны до оптической оси, f – фокусное расстояние, λ – длина волны излучения, $n = 1, 2, \dots, N$ – номер зоны. Под зоной мы подразумеваем период, то есть два слоя.

Удобно выразить все параметры через ширины d_1 и d_N первой и последней зон, а также полное число зон N :

$$d_1 = \sqrt{r_0^2 + 2f\lambda} - r_0; \quad d_N = \frac{f\lambda}{\sqrt{r_0^2 + 2Nf\lambda}}. \quad (2)$$

Из формул (2) при условии $N \gg \eta^2 = \left(\frac{d_1}{d_N}\right)^2$ получаем:

$$r_0 = 2Nd_N \frac{\eta}{\eta^2 - 1}; \quad f\lambda = r_0 \eta d_N = 2Nd_N^2 \frac{\eta^2}{\eta^2 - 1}. \quad (3)$$

Легко убедиться, что числовая апертура NA (соответствующая ширине кольца $r_N - r_0 = 2Nd_N \frac{\eta}{\eta - 1}$) и пространственное разрешение δ равны:

$$NA = \frac{\lambda}{d_N} \frac{\eta - 1}{\eta}, \quad \delta = \frac{\lambda}{NA} = d_N \frac{\eta}{\eta - 1}. \quad (4)$$

В приближении параксиальной оптики, что соответствует уравнению для зон (1) и используемому ниже параболическому волновому уравнению, числовая апертура по всему диаметру ЗП должна быть меньше единицы, то есть:

$$\frac{\lambda}{d_N} < 1. \quad (5)$$

Формулы (3)–(5) удобны, поскольку выражают все характеристики ЗП через параметры градиентной квазипериодической структуры: первый и последний периоды d_1 и d_N и число периодов N . Они показывают, что одна из трудностей достижения дифракционного предела с помощью рентгеновских ЗП заключается в быстром уменьшении фокусного расстояния с приближением к дифракционному пределу. Действительно, как следует из (3), (4), справедливо соотношение:

$$f\lambda = 2N\delta^2 \frac{\eta - 1}{\eta + 1}. \quad (6)$$

Частично уменьшение f при уменьшении δ может компенсироваться увеличением числа периодов N . Помимо зонных пластинок задача увеличения числа периодов N в многослойных структурах естественным образом возникает для коротковолновых многослойных зеркал [6], а также срезанных многослойных решеток [7]. В работе [8] сообщается о

линейной структуре с $N = 4000$ и периодом $d = 5$ нм, отметим также работы, в которых использованы зонные пластинки с $N = 1588$, $d = 5$ нм [2а], $N = 41000$, $d = 55$ нм [9], $N = 56250$, $d = 40$ нм [1], а также зонную пластинку $N = 20500$, $d = 54$ нм [10]. В табл. 1 приведены фокусные расстояния ЗП (см. (3)) на длине волны $\lambda = 1$ ангстрем для разных значений разрешения δ и числа зон N . Множитель, зависящий от η мало отличается от единицы и не учитывается. Видно, что в коротковолновой области для разрешения $\delta = 20$ нм при числе зон $N = 800$ фокусное расстояние уменьшается до $f = 64$ мкм, что видимо трудно использовать.

Таблица 1

δ , нм N	20	200	2000
200	16 мкм	1.6 мм	160 мм
800	64 мкм	6.4 мм	640 мм
2000	160 мкм	16 мм	1.6 м

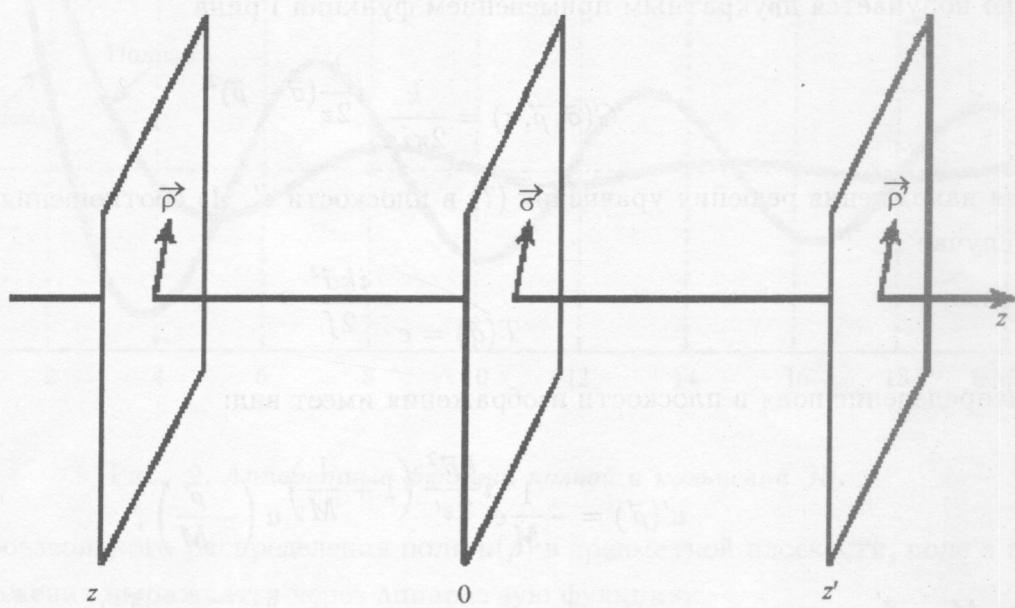


Рис. 1. Схема расчетов.

б) Аппаратная функция описывает волновое поле фокальной плоскости ЗП, соответствующее изображению дельтообразного распределения поля в предметной плоскости.

Для ее определения будем исходить из параболического уравнения для медленной составляющей $u(x, y, z)$ волнового поля $E(x, y, z)$:

$$\frac{\partial u(x, y, z)}{\partial z} = \frac{i}{2k} \left(\frac{\partial^2 u(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y, z)}{\partial y^2} \right), \quad E(x, y, z) = e^{ikz} u(x, y, z). \quad (7)$$

Для исследования пространственного разрешения достаточно зонную пластинку, расположенную в плоскости $z = 0$ (см. рис. 1), описывать фазовым экраном (множителем) $T(\vec{\sigma})$, где $\vec{\sigma} = (\xi, \eta)$ [11]. Тогда поля в плоскостях z и z' связаны следующим точным соотношением

$$\begin{aligned} u'(\vec{\rho}') &= \int u(\vec{\rho}) G(\vec{\rho}', \vec{\sigma}, z') T(\vec{\sigma}) G(\vec{\sigma}, \vec{\rho}, z) d\vec{\rho} d\vec{\sigma} = \\ &= -\frac{k^2}{(2\pi)^2 z z'} \int e^{i\frac{k}{2} \left(\frac{(\vec{\rho}' - \vec{\sigma})^2}{z'} + \frac{(\vec{\sigma} - \vec{\rho})^2}{z} \right)} u(\vec{\rho}) T(\vec{\sigma}) d\vec{\rho} d\vec{\sigma} = \\ &= -\frac{k^2}{(2\pi)^2 z z'} e^{i\frac{k\vec{\rho}'^2}{2z'}} \int e^{i\frac{k\vec{\rho}^2}{2z}} e^{i\frac{k\vec{\sigma}^2}{2}} \left(\frac{1}{z'} + \frac{1}{z} \right) e^{-ik\vec{\sigma} \left(\frac{\vec{\rho}'}{z'} + \frac{\vec{\rho}}{z} \right)} T(\vec{\sigma}) u(\vec{\rho}) d\vec{\rho} d\vec{\sigma}. \end{aligned} \quad (8)$$

Оно получается двукратным применением функции Грина

$$G(\vec{\sigma}, \vec{\rho}, z) = \frac{k}{2\pi iz} e^{i\frac{k}{2z}(\vec{\sigma} - \vec{\rho})^2} \quad (9)$$

для нахождения решения уравнения (7) в плоскости z' . Из соотношения (8) видно, что в случае

$$T(\vec{\sigma}) = e^{-\frac{ik\vec{\sigma}^2}{2f}} \quad (10)$$

распределение поля в плоскости изображения имеет вид:

$$u'(\vec{\rho}') = -\frac{1}{M} e^{i\frac{k\vec{\rho}'^2}{2z'}} \left(1 + \frac{1}{M} \right) u \left(-\frac{\vec{\rho}'}{M} \right), \quad (11)$$

где $M = \frac{z'}{z}$ – увеличение. Подчеркнем, что в правой части (11) стоит распределение поля u в предметной плоскости z .

Соотношение (11) выражает известный факт: “параболическая” зонная пластина (10) создает безаберрационное геометро-оптическое изображение любой точки в предметной плоскости (т.е. на любом расстоянии от оптической оси). Искажение фазового

множителя (10) или ограничение апертуры (области интегрирования по $\vec{\sigma}$ в (8)) нарушает (11). В частности, δ -образному распределению (точке) в предметной плоскости $u(\vec{p}) = \frac{1}{k^2} \delta(\vec{p} - \vec{p}_0)$ соответствует в плоскости z' аппаратная функция $u'(\vec{p}') = f(\vec{p}')$, которую удобно использовать для исследования пространственного разрешения

$$\begin{aligned} f(\vec{p}', \vec{p}_0) &= \frac{1}{k^2} \int G(\vec{p}', \vec{\sigma}, z') T(\vec{\sigma}) G(\vec{\sigma}, \vec{p}_0, z) d\vec{\sigma} = \\ &= -\frac{1}{4\pi^2 z z'} e^{i \frac{k}{2z'} (\vec{p}'^2 + M \vec{p}_0^2)} \int e^{i \frac{k\vec{\sigma}^2}{2} \left(\frac{1}{z'} + \frac{1}{z} \right)} e^{-ik\vec{\sigma} \left(\frac{\vec{p}'}{z'} + \frac{\vec{p}_0}{z} \right)} T(\vec{\sigma}) d\vec{\sigma}. \end{aligned} \quad (12)$$

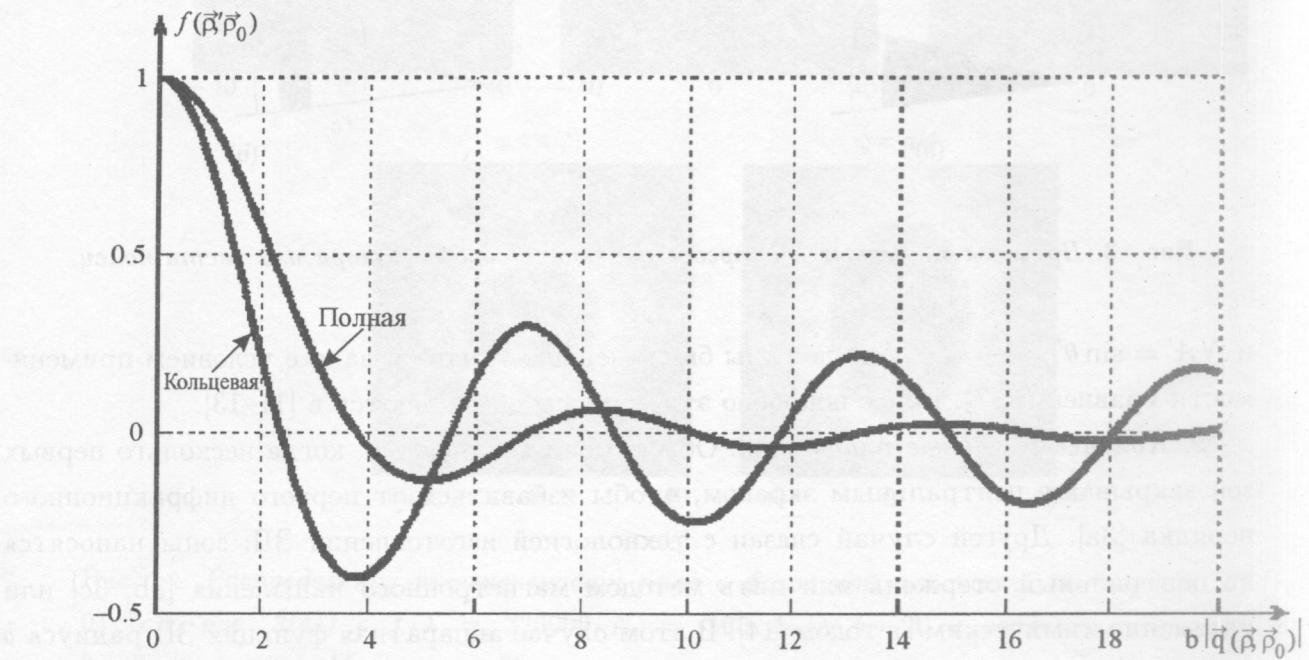


Рис. 2. Аппаратные функции полной и кольцевой ЗП.

Для произвольного распределения поля $u(\vec{p})$ в предметной плоскости, поле в плоскости изображения выражается через аппаратную функцию:

$$u(\vec{p}') = k^2 \int u(\vec{p}) f(\vec{p}', \vec{p}) d\vec{p}. \quad (13)$$

Отметим, что строго говоря, область интегрирования по $\vec{\sigma}$ в (8) должна быть ограничена малой числовой апертурой. Это означает, что числовые апертуры $NA = \sin \theta = \frac{\sigma}{z}$

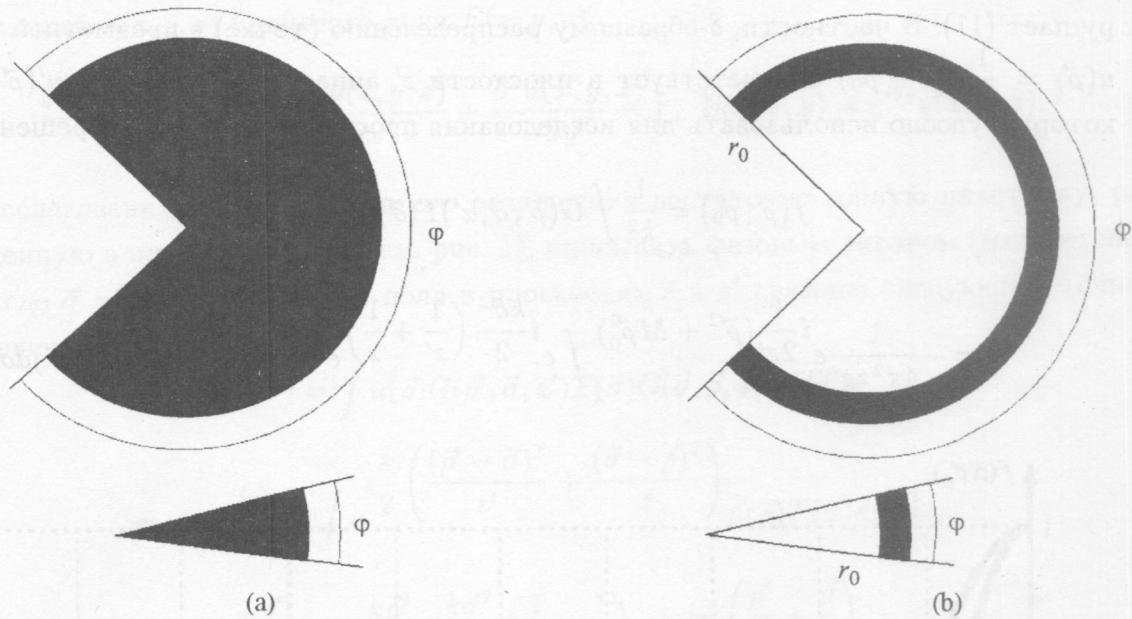


Рис. 3. Примеры внеосевых ЗП, представляющих собой сектора или части колец.

и $NA' = \sin \theta' = \frac{\sigma}{z'} = \frac{1}{M} NA$ должны быть меньше 1, что связано с условием применимости уравнения (7). Более подробно эти вопросы обсуждаются в [11–13].

2. Кольцевые зонные пластинки. Обычно они получаются, когда нескольких первых зон закрывают центральным экраном, чтобы избавиться от первого дифракционного порядка [3a]. Другой случай связан с технологией изготовления ЗП: зоны наносятся на центральный стержень или нить методом магнетронного напыления [3b, 3c] или плазменно-химическим методом [14]. В этом случае аппаратная функция ЗП радиуса b с внутренним радиусом a имеет вид:

$$f(\vec{\rho}', \vec{\rho}_0) = -\frac{1}{4\pi^2 z z'} e^{i \frac{k}{2z'} (\vec{\rho}'^2 + M \vec{\rho}_0^2)} \frac{[b J_1(|\vec{q}'(\vec{\rho}_0, \vec{\rho}')|b) - a J_1(|\vec{q}'(\vec{\rho}_0, \vec{\rho}')|a)]}{|\vec{q}'(\vec{\rho}_0, \vec{\rho}')|}, \quad (14)$$

где $\vec{q}'(\vec{\rho}_0, \vec{\rho}') = \frac{k}{z} (\vec{\rho}' + M \vec{\rho}_0)$.

В случае полной ЗП, когда $a = 0$ выражение (14) переходит в:

$$f(\vec{\rho}', \vec{\rho}_0) = -\frac{1}{4\pi^2 z z'} e^{i \frac{k}{2z'} (\vec{\rho}'^2 + M \vec{\rho}_0^2)} \frac{b J_1(|\vec{q}'(\vec{\rho}_0, \vec{\rho}')|b)}{|\vec{q}'(\vec{\rho}_0, \vec{\rho}')|}, \quad (15)$$

в случае, когда $b - a \ll a$ можно записать:

$$f(\vec{\rho}', \vec{\rho}_0) = -\frac{1}{4\pi^2 z z'} e^{i \frac{k}{2z'} (\vec{\rho}'^2 + M \vec{\rho}_0^2)} a(b-a) J_0(|q(\vec{\rho}_0, \vec{\rho}')|b). \quad (16)$$

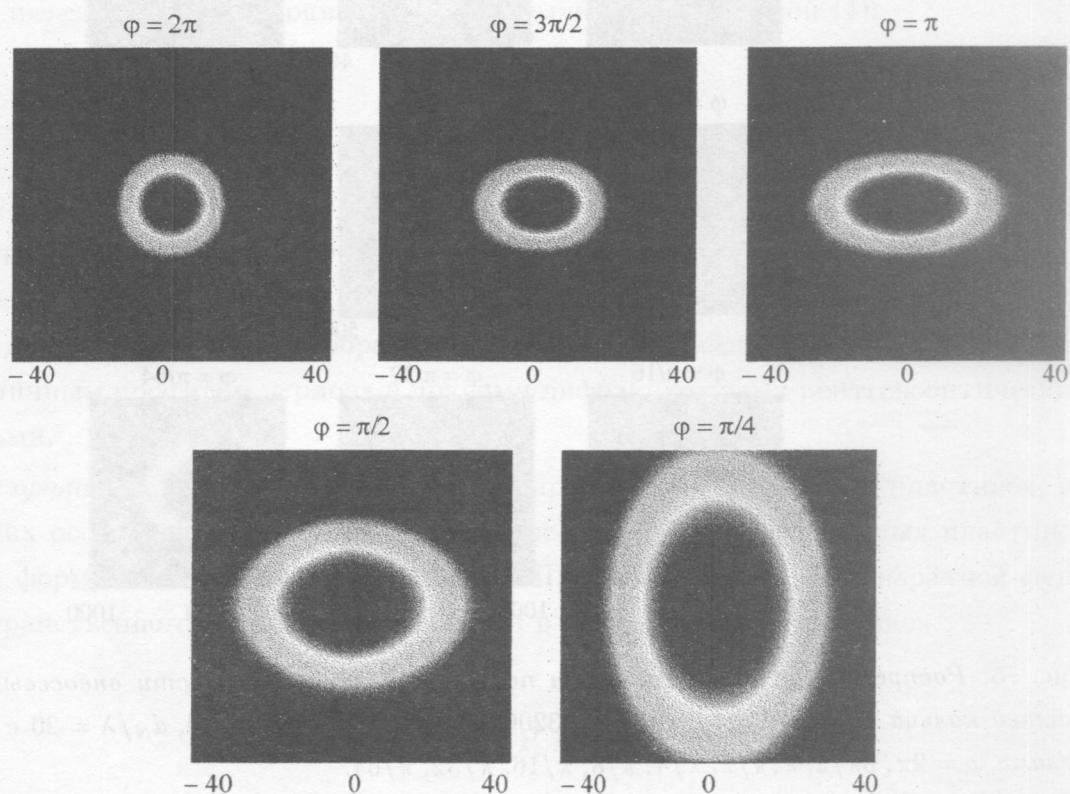


Рис. 4. Распределение интенсивности поля в фокальной плоскости секторных ЗП ($r_0 = 0$) (см. рис. 3(a)) с $f/\lambda = 320000$, $N = 100$, $d_N/\lambda = 20$ с различными углами $\varphi = 2\pi, 3\pi/2, \pi, \pi/2, \pi/4$ (см. рис. 3).

Графики функций (15) и (16) приведены на рис. 2. В распределении интенсивности, соответствующем рис. 2, половина ширины центрального пика и отношение высот первого и второго пиков для полной ЗП (15) равны соответственно 1.6 и 0.018, а для тонкого кольца (16) 1.1 и 0.16. Следовательно, разрешение полной ЗП определяется по формуле:

$$\delta = \frac{\delta \vec{\rho}'}{M} = 3.2 \frac{z'}{Mkb} = \frac{1.6}{\pi} \frac{\lambda}{NA}, \quad (17)$$

а для кольцевой ЗП:

$$\delta = 2.2 \frac{z'}{Mkb} = \frac{1.1}{\pi} \frac{\lambda}{NA}, \quad (18)$$

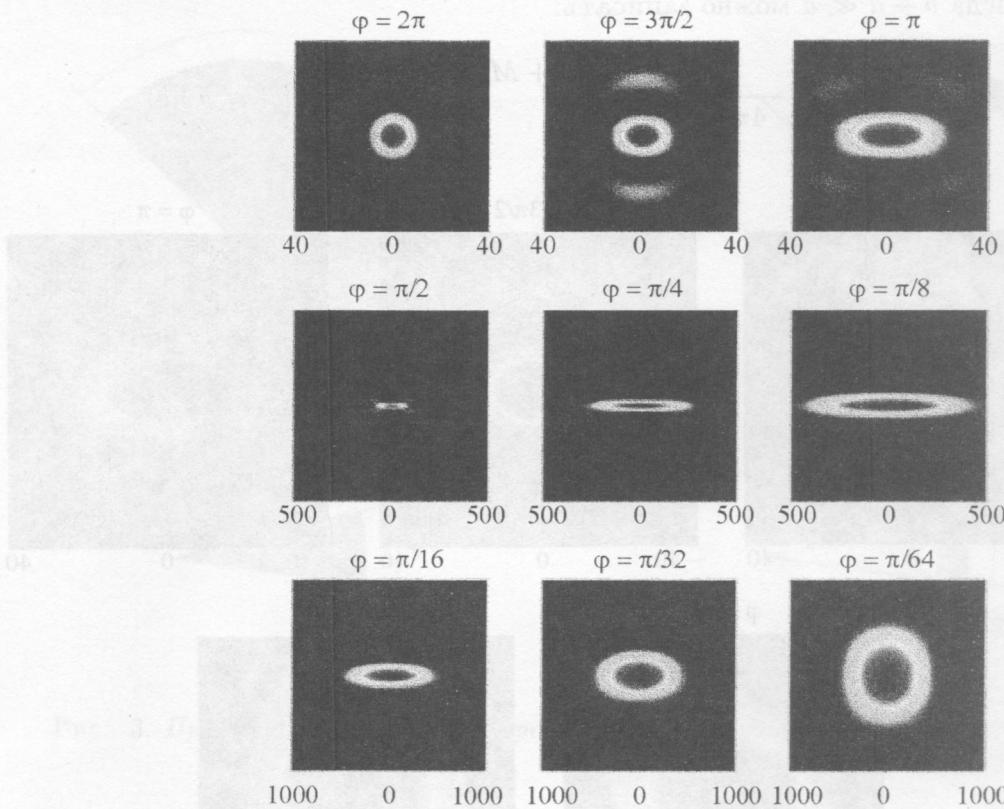


Рис. 5. Распределение интенсивности поля в фокальной плоскости внеосевых ЗП в виде частей кольца (см. рис. 3(б)) с $f/\lambda = 320000$, $r_0/\lambda = 7590$, $N = 10$, $d_N/\lambda = 20$ с различными углами $\varphi = 2\pi, 3\pi/2, \pi, \pi/2, \pi/4, \pi/8, \pi/16, \pi/32, \pi/64$.

где $NA = \frac{b}{z}$ – числовая апертура и $z \approx f$ при $M \gg 1$.

Таким образом кольцевая ЗП обладает несколько лучшим разрешением чем полная ЗП. Однако аппаратная функция на больших расстояниях спадает значительно медленнее, что, очевидно, приведет к ухудшению контраста (а, следовательно, и разрешения) для объектов с большим числом деталей.

3. Внеосевые зонные пластинки. Внеосевые ЗП изображены на рис. 3.

Применение подобных ЗП может быть связано с ограничениями технологии изготовления, а также с целесообразностью наиболее эффективного использования пучков когерентных источников излучения. Моделирование внеосевых ЗП требует прямых двумерных расчетов поля согласно общей формуле (8).

Рисунки 4 и 5 показывают распределение интенсивности поля в фокальной плоскости при освещении внеосевой ЗП параллельным пучком. Соответствующий интеграл получается из (8) при $z = \infty$.

Анализ полученных распределений интенсивности дал ожидаемый результат: размеры пятен качественно описываются формулой, аналогичной (4):

$$\delta = \frac{\lambda}{NA}. \quad (19)$$

Здесь под числовой аппертурой NA следует понимать отношение соответствующего размера внеосевой ЗП к ее фокусному расстоянию.

Методика и программы, созданные при выполнении этой работы, будут использованы для моделирования изображений, получаемых реальными зонными пластинками с различным профилем периода и другими дифракционными рентгенооптическими элементами.

Результаты. Разработана программа прямого расчета зонных пластинок, не обладающих осевой симметрией. С помощью нее проведен расчет зонных пластинок, имеющих форму секторов и неполных колец. Проведено сравнение аппаратной функции и пространственного разрешения кольцевой и полной зонных пластинок.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] W. Chao, B. D. Harteneck, J. A. Liddle, et al., *Nature* **435**, 1210 (2005).
- [2] (a) Hyon Chol Kang, Hanfei Yan, Robert P. Winarski, et al., *Appl. Phys. Lett.* **92**, 221114 (2008); (b) Y. S. Chu, J. M. Yi, F. De Carlo, et al., *Appl. Phys. Lett.* **92**, 103119 (2008).
- [3] (a) Alan G. Michette, *Optical systems for soft X-rays* (Plenum Press, New York and London, 1986); (b) N. Kamijo, Y. Suzuki, M. Awaji, et al., *J. Synchrotron Rad.* **9**, 182 (2002); (c) A. Duvel, D. Rudolph, and Schmahl, *J. Phys. IV* **104**, 607 (2002).
- [4] B. Niemann, P. Guttmann, D. Hambach, et al., *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **467-468**(2), 857 (2001).
- [5] S. Marchesini, H. N. Chapman, S. P. Hau-Riege, et al., *Optics Express* **11**(19), 2344 (2003).
- [6] Eberhard Spiller, *Soft X-ray optics* (SPIE Press, Bellingham, Washington, 1994).

- [7] Dmitriy L. Voronov, Rossana Cambie, Ruslan M. Feshchenko, et al., "Development of an ultra-high resolution diffraction grating for soft x-rays", Lawrence Berkeley National Laboratory, Paper LBNL-62515; <http://repositories.cdlib.org/lbnl/LBNL-62515>.
- [8] E. A. Bugaev, R. M. Feschenko, A. B. Vinogradov, et al., SPIE **5918**, 309 (2005).
- [9] C. Knöchel, J. Thieme, S. Gleber, et al., Journal de Physique IV **104**, 425 (2003).
- [10] <http://www.xradia.com/Products/zoneplates.html>
- [11] B. A. Сойфер, *Дифракционная компьютерная оптика* (Физматлит, Москва, 2007).
- [12] A. Papoulis, *Systems and Transforms With Applications in optic* (McGRAW-HILL book company, New York, 1968).
- [13] A. V. Vinogradov, Yu. V. Kopylov, and A. V. Popov, *Numerical Simulation of X-ray Diffraction Optics* (A&B Publishing House, Moscow, 1999).
- [14] K. M. Golant, S. V. Lavrishchev, A. V. Popov, et al., Appl. Opt. **46**(23), 5964.

Поступила в редакцию 27 мая 2009 г.