

УДК 537.523

БЕЗРАЗМЕРНЫЕ ИНВАРИАНТЫ ПОДОБИЯ И КРИТЕРИИ РЕЖИМОВ СЖАТИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО Z-ПИНЧА В ГАЗЕ

У. Юсупалиев

На основе рассмотрения энергетического баланса для начальной стадии развития цилиндрического Z-пинча в газе получено безразмерное уравнение, содержащее два безразмерных комплекса Ξ и d_0 . Из требования инвариантности этого уравнения относительно преобразования растяжения (сжатия) координат и времени следует, что комплексы Ξ и d_0 являются безразмерными инвариантами подобия указанного разряда. Показано, что эти инварианты представляют собой количественные критерии реализации режима сжатия (однократного, двукратного, трехкратного и т. д.) плазменного шнура цилиндрического Z-пинча.

Экспериментальные данные по исследованию динамики цилиндрического Z-пинча в газе (13.3–1330 Па) показывают [1–17], что такой разряд имеет следующие временные режимы сжатия плазменного шнура: однократное, двукратное, трехкратное и т. д. Для решения прикладных задач на основе цилиндрического Z-пинча требуется знание условий, при которых реализуются указанные режимы сжатия. Так, при применении такого Z-пинча в аргоне в качестве импульсного источника излучения в видимом и ближнем УФ-диапазонах спектра для новой системы получения трехмерного изображения объектов [18] из требования улучшения отношения сигнал/шум следует, что длительность его излучения должна быть минимальной (менее 1 мкс) при мощности разряда порядка сотен МВт. Анализ показывает, что условие, при котором достигается минимальная длительность излучения Z-пинча, зависит от режима сжатия его плазменного шнура. Поэтому определение критериев реализации режимов сжатия плазменного

шнура цилиндрического Z-пинча является актуальной задачей. Однако до сих пор количественные критерии режимов сжатия такого разряда не установлены [1–17]. В этой связи возникает необходимость их определения, что и является целью данной работы.

Т а б л и ц а 1

РЕЖИМЫ СЖАТИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО Z-ПИНЧА В АРГОНЕ		Безразмерные инварианты подобия Ξ и d_0 – критериальные числа
СЖАТИЕ	НЕПОЛНОЕ СЖАТИЕ: радиус плазменного шнура R не доходит до минимума	$70 < \Xi < 320$, $d_0 = 0.40 - 0.45$
	ПОЛНОЕ ОДНОКРАТНОЕ СЖАТИЕ: R доходит до минимума	$320 < \Xi < 1100$, $d_0 = 0.40 - 0.45$
	Переход от однократного сжатия к двукратному сжатию: полное первое сжатие и неполное второе сжатие	$1100 < \Xi < 3300$ $d_0 = 0.40 - 0.45$
ПЛАЗМЕННОГО ШНУРА	ДВУКРАТНОЕ СЖАТИЕ	$3300 < \Xi < 9540$, $d_0 = 0.40 - 0.45$
	Переход от двукратного сжатия к трехкратному сжатию: полное двукратное сжатие и неполное третье сжатие	$9540 < \Xi < 23000$ $d_0 = 0.40 - 0.45$
	ТРЕХКРАТНОЕ СЖАТИЕ	$\Xi > 23000$, $D_0 = 0.35 - 0.39$ В настоящее время опытные данные имеются только для дейтерия до $\Xi \approx 26600$

Экспериментальная установка и методика измерения. Разрядный контур для Z-пинча состоял из батареи конденсаторов (емкость $C = 20$ мкФ, зарядное напряжение $U_0 = 10 - 40$ кВ), управляющего разрядника, разрядной камеры с системой откачки и напуска рабочего газа–аргона. В эксперименте использовались две разрядные камеры

с одинаковыми радиусами $R_0 = 4.5$ см, но с различной длиной $l_0 = 30$ и 15 см. Разрядная камера представляла собой кварцевый цилиндр. Давление p_0 рабочего газа-аргона варьировалось в пределах 13.3 – 1330 Па. Напряжение на разрядном промежутке $U_d(t)$ и разрядный ток $J(t)$ измерялись с помощью безындуктивного делителя напряжения и пояса Роговского соответственно [19]. Динамика сжатия плазменного шнура изучалась сверхскоростным фоторегистратором СФР-2М, работающим в режиме щелевой развертки, щель перпендикулярна оси пинча (развертка во времени процесса сжатия плазменного шнура).

Пространственно-временное распределение напряженности магнитного поля $H(t, r)$ разряда измерялось с помощью магнитного зонда [9]. Он представлял собой миниатюрную многovitковую катушку (диаметр 2 мм, длина 2 мм, количество витков 50) из медной проволоки диаметром 0.04 мм, помещенную в электростатический экран в целях защиты ее от внешних электростатических полей. Экраном зонда служила медная трубка диаметром 3 мм с отверстиями для проникновения магнитного поля внутрь катушки. Зонд помещался в защитную кварцевую трубку, расположенную радиально в камере, причем его можно было передвигать вдоль этой трубки. Ось катушки ориентировалась перпендикулярно оси разрядной трубки для измерения азимутальной составляющей напряженности магнитного поля. Выход зонда был соединен с коаксиальным кабелем, согласованным с активным сопротивлением 50 Ом.

Критерии подобия цилиндрического Z-пинча как его обобщенные безразмерные переменные. Для установления критериев реализации режимов сжатия плазменного шнура цилиндрического Z-пинча необходимо определить его критерии подобия. Согласно теории размерности и подобия [20, 21], такие критерии представляют собой безразмерные обобщенные переменные, описывающие явление. Применительно к разрядам, по терминологии авторов работы [22] такие переменные разрядов можно называть еще их безразмерными инвариантами подобия. Отметим, что в этой работе для стационарных разрядов (тлеющего разряда низкой и высокой ионизации) определены их размерные инварианты подобия из требований инвариантности кинетических уравнений Больцмана и уравнений Максвелла относительно преобразования растяжения (сжатия) координаты и времени.

Если математическая модель исследуемого явления отсутствует, то его обобщенные безразмерные переменные определяются методами теории размерности [21]. Отсутствие модели означает, что сведений об исследуемом явлении недостаточно для его полного количественного описания. В этом случае в принципе также имеется возможность уста-

новления структуры и числа безразмерных обобщенных переменных явления, так как причинно-следственные связи между величинами, существенными для его характеристики, имеют место вне зависимости от объема сведений о нем. Число безразмерных обобщенных переменных (комплексов) определяется π -теоремой теории размерности и подобия [21, 23–25]. При этом возникает вопрос о минимальном объеме сведений об исследуемом явлении. Необходимой минимальной информацией об объекте исследования является знание всех его существенных определяющих и независимых (от времени и координат) величин, которые должны были бы войти в его математическое описание, если такое описание было бы можно создать. Как показывает опыт, исключительные трудности приходится преодолевать при составлении перечня определяющих величин исследуемого явления и выборе системы размерностей. На этой стадии изучения явления глубина понимания физической сути процессов, происходящих в нем, имеет решающее значение.

Как правило, указанные определяющие и независимые параметры исследуемого явления представляют собой его интегральные величины, характеризующие явления в целом. Для цилиндрического Z -пинча в газе таковыми параметрами являются следующие величины: начальное падение напряжения на разрядном промежутке U_{d0} ; начальная скорость нарастания разрядного тока F ; давление p_0 , плотность ρ_0 , температура T_0 и показатель адиабаты γ_0 рабочего газа; энергия $I_{\text{эф}}$, затраченная на ионизацию одной частицы газа; начальная средняя степень ионизации α и эффективный показатель адиабаты γ_d плазменного шнура; l_0 . Из перечисленных параметров для Z -пинча в работе [26] методами теории размерности (методом Рэля) установлены следующие безразмерные комплексы:

$$x = \frac{R}{R_0}; \quad \Xi = \frac{U_{d0} F B_0}{l_0 A_0^2},$$

где x – относительный радиус плазменного шнура,

$$A_0 = \pi \rho_0 \left[\alpha \frac{I_{\text{эф}}}{\theta_0} - \left(\frac{1}{\gamma_d - 1} \right) \left(\frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1} \right) - \left(\frac{2\gamma_0}{\gamma_0 + 1} \right) \right], \quad B_0 = \pi \rho_0 \left[\left(\frac{\gamma_d}{\gamma_d - 1} \right) \left(\frac{\gamma_0 + 1}{2} \right) + \eta \frac{1}{2} \right],$$

η – доля захваченной магнитным поршнем массы плазмы, $\theta_0 = k T_0$, k – постоянная Больцмана. Значение величины η заключено в интервале $0 < \eta < 1$ и определяется из опытных данных. Многопараметрический безразмерный комплекс Ξ не зависит от характерных времен и размеров разрядов. Этот комплекс представляет собой отношение скорости изменения погонной вводимой в разряд мощности к скорости изменения суммарной погонной мощности процессов, возникающих при разряде. Такими процессами

для цилиндрического Z -пинча являются джоулев нагрев плазмы и работа электродинамических сил.

Газокинетическое давление плазмы разряда p_p действует в сторону расширения плазменного шнура (слоя), а магнитное давление p_M разрядного тока – в сторону его сжатия, что количественно характеризуется отношением $\beta^{-1} = p_M/p_p$. Опыт показывает, что величина этого отношения, в конечном счете, определяется начальными параметрами U_{d0} , F , A_0 и B_0 . Действительно, умножив и поделив безразмерный комплекс Ξ на величину $(\mu_0 8\pi R_0^2 t_1^2)$ с учетом $U_d \approx L_{d0} F$, получим:

$$\Xi = \left(\frac{\mu_0 F^2 t_1^2}{8\pi R_0^2 p_0} \right) \left(\frac{8\pi L_P \rho_0 R_0^2 B_0^2}{\mu_0 t_1^2 p_0 A_0^2} \right) = \left(\frac{p_M(t_1)}{p_0} \right) \left(\frac{8\pi L_P \rho_0 R_0^2 B_0^2}{\mu_0 t_1^2 p_0 A_0^2} \right),$$

т.е. в состав обобщенной переменной входит отношение магнитного давления $p_M(t_1)$ в момент отрыва t_1 плазменного шнура (слоя) от стенки разрядной камеры к начальному газокинетическому давлению газа p_0 (μ_0 – магнитная постоянная, L_{d0} – начальная индуктивность разряда, t_1 – момент отрыва плазменного шнура от стенки разрядной камеры). В свою очередь, как показывает опыт, давление плазмы разрядов p_p пропорционально начальному давлению p_0 . Поэтому $\Xi \sim \beta^{-1} = p_M/p_p$. Будет ли импульсный сильноточный разряд в газе на начальной стадии своего развития расширяющимся или сжимающимся, зависит от величины β^{-1} . Если на этой стадии выполняется условие $\beta^{-1} < 1$, то разряд расширяется, а при $\beta^{-1} > 1$ разряд под действием магнитного поля собственного разрядного тока сжимается. Следовательно, безразмерный комплекс Ξ может быть критерием режимов расширения разрядного канала или сжатия плазменного шнура.

Анализ показывает, что для установления критериев режима сжатия Z -пинча наличие его безразмерного симплекса x и многопараметрического безразмерного комплекса Ξ недостаточно. Действительно, если построена математическая модель исследуемого явления, решения уравнений которой согласуются с опытными данными, то его инварианты подобия определяются путем приведения уравнений модели к безразмерному виду с учетом его характерных величин (характерного времени, координаты (расстояния), скорости, температуры, энергии и т.д.) [21, 23–25]. При этом более предпочтительным является случай, когда удастся получить общие уравнения модели, в которые, помимо относительного времени и относительной координаты (симплексов времени и координат), входят практически все определяющие (не зависящие от времени и координат) параметры исследуемого явления. При приведении к безразмерному виду этих уравнений в них появляются один или несколько безразмерных комплексов, содержащих все

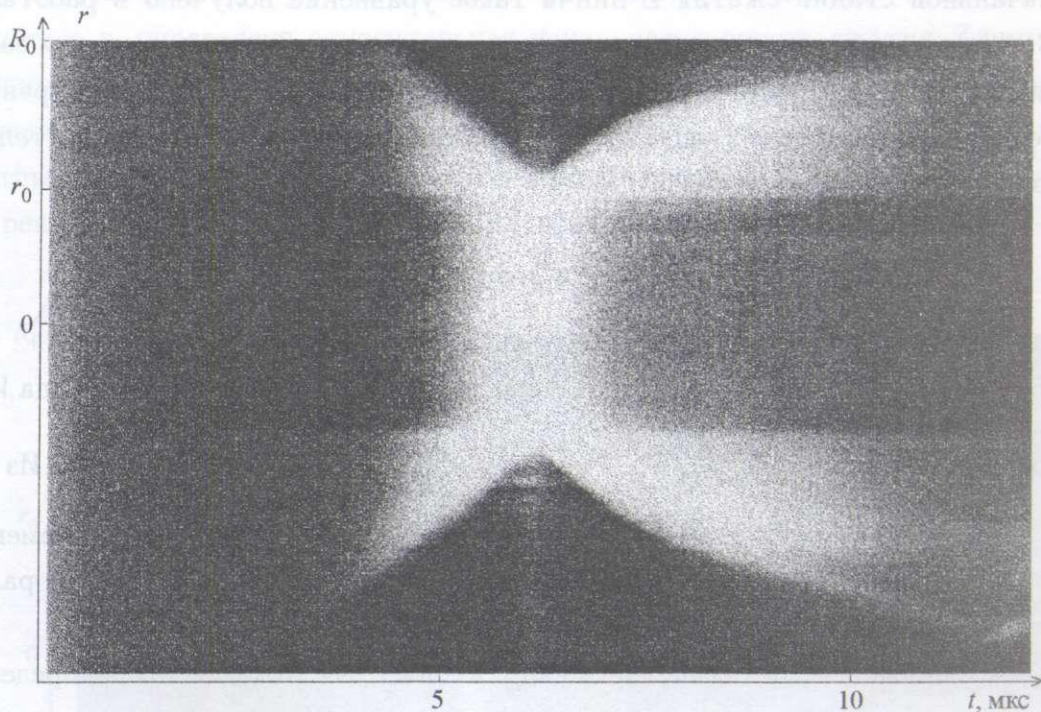


Рис. 1. Развертка во времени динамики однократного сжатия плазменного шнура отраженного Z -пинча в аргоне при $U_0 = 15$ кВ и $p_0 = 133$ Па.

определяющие и независимые параметры явления. Эти комплексы и есть обобщенные безразмерные переменные исследуемого явления. Общие уравнения модели выводятся путем преобразования исходных ее уравнений на основе физических процессов, происходящих в исследуемом явлении. История развития (применения) теории размерности и подобия [21, 23–25] показывает, что такое преобразование не всегда удается.

Поскольку математическая модель цилиндрического Z -пинча, в уравнениях которой содержатся определяющие его динамику развития независимые параметры $(U_{d0}, F, l_0, p_0, \rho_0, T_0, \gamma_0, \gamma_d, \alpha, I_{\text{eff}})$, в настоящее время отсутствует [2, 6, 7, 11, 14], то, следуя вышеизложенному правилу, будем рассматривать его общее уравнение, полученное на основе законов сохранения массы и импульса, уравнения состояния, уравнений Максвелла, уравнения электрической цепи. Таким уравнением является уравнение энергетического баланса Z -пинча. Естественно, как следует из опытных данных, это общее уравнение должно содержать вышеперечисленные определяющие и независимые параметры.

Для начальной стадии сжатия Z -пинча такое уравнение получено в работах [15, 17, 18]. В них из энергетического баланса цилиндрического Z -пинча с учетом законов сохранения массы и импульса, уравнения состояния, уравнений Максвелла, уравнения электрической цепи получено следующее безразмерное уравнение для относительного радиуса плазменного шнура $x = R(t)/R_0$:

$$(1 - x^2) \left(\frac{dx}{d\tau} \right)^2 + (1 - x^2) = \left(\frac{1 - d}{2} \right) \Xi(\tau^2 - \tau_1^2), \quad (1)$$

где $\tau = t / \sqrt{\frac{B_0 R_0^2}{A_0}}$, $d = W_M(t)/Q(t)$ – отношение энергии магнитного поля разряда $W_M(t)$

к вводимой в разряд энергии $Q(t)$, $W_M = \int \int \int \frac{H^2(t, r)}{8\pi} d\Omega$, Ω – объем разряда. Из уравнения (1) следует, что величины безразмерных комплексов (обобщенных переменных) Ξ и d характеризуют динамику сжатия Z -пинча – изменение относительного радиуса (x) и относительной скорости сжатия плазменного шнура ($dx/d\tau$).

Непосредственные измерения падения напряжения $U_d(t)$, тока $J(t)$ и распределения индукции магнитного поля в различные моменты времени $B(t, r)$ показывают, что энергия $Q(t) = \int_{t_1}^t U(\xi) J(\xi) d\xi$, вводимая в разряд, и энергия магнитного поля разряда $W_M(t)$ до момента достижения максимальной скорости сжатия плазменного шнура V_{\max} связаны между собой следующим простым соотношением:

$$W_M(t) \approx d_0 \int_{t_1}^t U(\xi) J(\xi) d\xi. \quad (2)$$

Для условий нашей работы ($F \approx (1 - 7) \cdot 10^{10}$ А/с) величина d_0 заключена в интервале 0.40–0.45. Из экспериментальных данных работ [3] ($U_0 = 40$ кВ, давление дейтерия $p_0 = 6.65$ и 26.6 Па, $R_0 = 20$ см, $l_0 = 90$ см, $F \approx 2 \cdot 10^{11}$ А/с) и [4] ($U_0 = 100$ кВ, давление дейтерия $p_0 = 6.65$ Па, $R_0 = 20$ см, $l_0 = 50$ см, $F \approx 10^{12}$ А/с) следует, что для начальной стадии сжатия Z -пинча величина d_0 составляет $\sim 0.33 - 0.39$. А в условиях работы [13] ($U_0 = 25$ кВ, давление аргона $p_0 = 212.8$ Па, $R_0 = 4.5$ см, $l_0 = 30$ см, $F \approx 1.7 \cdot 10^{10}$ А/с) за первый полупериод тока величина $d_0 \approx 0.45$. Таким образом, в энергетическом балансе цилиндрического Z -пинча энергия магнитного поля в динамике его сжатия играет существенную роль. Исходя из этого опытного факта, можно утверждать, что отношение $d_0 = W_M(t)/Q(t)$ на начальной стадии сжатия цилиндрического Z -пинча является адиабатическим инвариантом.

В работах [15, 17] с учетом опытного факта (2) из уравнения (1) для момента времени $\tau = \tau_1$ определена относительная начальная скорость сжатия Z -пинча V_{in}/c_0 в зависимости от величин Ξ и d_0 (c_0 – скорость звука в рабочем газе): $V_{in}/c_0 = f(\Xi, d_0)$. Численное решение уравнения (1) и следствие из него ($V_{in}/c_0 = f(\Xi, d_0)$) сравнивались с опытными данными цилиндрического Z -пинча в аргоне [13] и дейтерии [3–5]. Показано, что решение уравнения (1) с учетом (2) согласуется с экспериментальными данными.

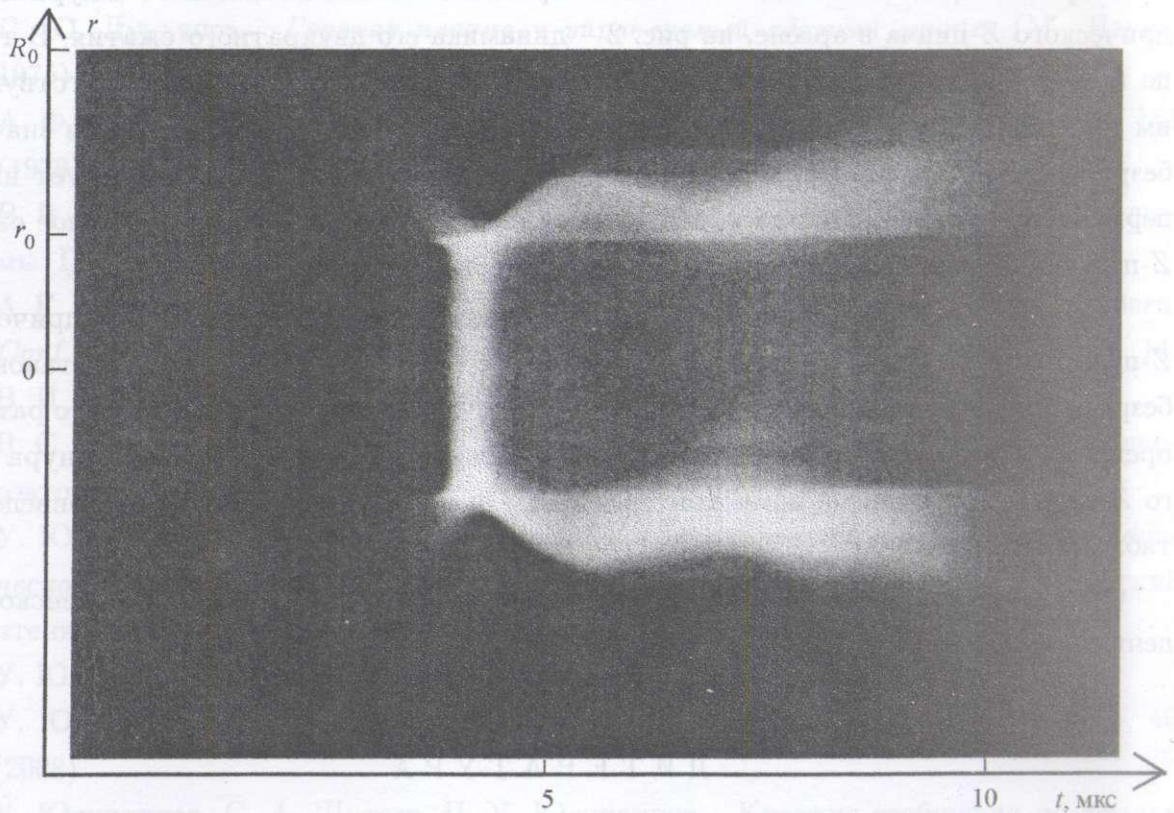


Рис. 2. Развертка во времени динамики двукратного сжатия плазменного шнура отраженного Z -пинча в аргоне при $U_0 = 25$ кВ и $p_0 = 133$ Па.

Критерии режимов сжатия плазменного шнура цилиндрического Z -пинча в газе. Так как решение уравнения (1) удовлетворительно согласуется с опытными данными, то это обстоятельство используем для установления критериев режимов сжатия плазменного шнура цилиндрического Z -пинча. Уравнение (1) является инвариантным относительно линейного преобразования растяжения (сжатия)

$$R' = s \cdot R, \quad t' = s \cdot t, \quad (3)$$

если остаются неизменными безразмерные комплексы Ξ и d_0 (s – коэффициент растяжения или сжатия). Тогда, согласно теории размерности и подобия [20–25], безразмерные комплексы представляют собой критериальные числа режимов сжатия плазменного шнура цилиндрического Z -пинча в газе. Следовательно, обобщенные безразмерные переменные Ξ и d_0 представляют собой безразмерные инварианты подобия цилиндрического Z -пинча на начальной стадии его сжатия.

На рис. 1 представлена динамика однократного сжатия плазменного шнура цилиндрического Z -пинча в аргоне, на рис. 2 – динамика его двукратного сжатия. В таблице приведены диапазоны значений критериальных чисел Ξ и d_0 , и соответствующие им режимы сжатия плазменного шнура Z -пинча в аргоне. При определении значений безразмерного инварианта подобия Ξ принято $\eta \approx 0.5$ и $\alpha \approx 1.0$, что следует из экспериментальных данных для начальной стадии сжатия Z -пинча. Трехкратное сжатие Z -пинча наблюдалось в дейтерии в работе [5] при $\Xi \approx 26600$ ($F \approx \cdot 10^{12}$ А/с).

Таким образом, для начальной стадии сжатия плазменного шнура цилиндрического Z -пинча в газе из инвариантности уравнения его энергетического баланса установлены безразмерные многопараметрические комплексы – инварианты подобия такого разряда, представляющие собой количественную меру режима сжатия плазменного шнура такого Z -пинча. Полученные нами критериальные значения этих комплексов приведены в таблице 1.

Считаю своим долгом выразить благодарность А. А. Рухадзе и В. Г. Еленскому за ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] И. В. Курчатov, Атомная энергия **2**, 65 (1955).
- [2] М. А. Леонтович, С. М. Осовец, Атомная энергия **3**, 81 (1956).
- [3] А. М. Андрианов, О. А. Базилевская, Ю. Г. Прохоров, *Исследование импульсных разрядов в газах при силе тока 500 кА*. В сб.: Физика плазмы и проблемы управляемых термоядерных реакций, т. 2 (М., Изд. АН СССР, 1958), с. 185.
- [4] А. М. Андрианов, О. А. Базилевская, Ю. Г. Прохоров, *Исследование импульсного разряда в дейтерии при скоростях нарастания тока до 10^{12} А/с и напряжениях до 120 кВ*. В сб.: Физика плазмы и проблемы управляемых термоядерных реакций, т. 4 (М., Изд. АН СССР, 1958), с. 182.
- [5] В. С. Комельков, ЖЭТФ **35**(1(7)), 16 (1958).

- [6] С. И. Брагинский, И. М. Гельфанд, Р. П. Федоренко, *Теория сжатия и пульсаций плазменного столба в мощном импульсном разряде*. В сб.: Физика плазмы и проблемы управляемых термоядерных реакций, т. 4 (М., Изд. АН СССР, 1958), с. 201.
- [7] Л. А. Арцимович, *Управляемые термоядерные реакции* (М., Физматгиз, 1963).
- [8] Ю. С. Гваладзе, Диссер. на соиск. степени к.ф.-м.н., Сухумский ФТИ, Сухуми, 1972.
- [9] С. Ю. Лукьянов, *Горячая плазма и управляемый ядерный синтез* (М., Наука, 1975).
- [10] А. Ф. Александров, А. Т. Савичев, О. И. Суров и др. *Физика плазмы* **5**(1), 184 (1979).
- [11] В. В. Вихрев, С. И. Брагинский, *Динамика Z-пинча*. В сб.: Вопросы теории плазмы. Под ред. М. А. Леонтовича. Вып. 10 (М., Атомиздат, 1980), с. 243.
- [12] A. F. Aleksandrov, V. I. Artamonov, I. V. Timofeev and U. Yusupaliev, *Proc. XI Intern. Conf. Phen. Ion. Gas, part 2, Minsk, USSR, 1981* (Bel. St. Univ., Minsk, 1981), p. 14.
- [13] В. И. Артамонов, Диссер. на соиск. степени к.ф.-м.н., МГУ, Москва, 1981.
- [14] В. С. Имшенник, Н. А. Боброва, *Динамика столкновительной плазмы* (М., Энергоатомиздат, 1997).
- [15] У. Юсупалиев, *Определение некоторых закономерностей кумуляции цилиндрической ударной волны линейного Z-пинча в газе*. Конференция "Ломоносовские чтения". Секция: Физика. 2008, Москва (МГУ, Москва, 2008), с. 231.
- [16] У. Юсупалиев, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **35**(4), 44 (2008).
- [17] У. Юсупалиев, С. А. Шутеев, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **35**(10), 40 (2008).
- [18] У. Юсупалиев, С. А. Шутеев, П. У. Юсупалиев, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **35**(6), 21 (2008).
- [19] А. Ф. Александров, А. А. Рухадзе, *Физика сильноточных электроразрядных источников света* (М., Атомиздат, 1976).
- [20] Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Т. IV. Под ред. В. Е. Фортова (М., Наука, 2000).
- [21] В. М. Минаковский, *Обобщенные переменные теории переноса* (Киев, Вища школа, 1978).
- [22] А. А. Рухадзе, Н. Н. Соболев, В. В. Соковиков, *УФН* **161**(9), 195 (1991).
- [23] Дж. Клейн, *Подобие и приближенные методы* (М., Мир, 1968); Stephen J. Kline,

Similitude and approximation theory (New-York, 1968).

- [24] Л. И. Седов, *Методы подобия и размерности в механике* (М., Наука, 1987).
 [25] G. Birkhoff, *Hydrodynamics, a study in logic, fact and similitude* (Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1960).
 [26] У. Юсупалиев, В. М. Фадеев, *Прикладная физика*, N 6, 12 (2006).

Институт общей физики
им. А. М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 15 мая 2009 г.