УДК 533.9

КОМПЛЕКСНЫЙ ИМПЕДАНС НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ПЛАЗМЕННОГО КОНДЕНСАТОРА

М. В. Кузелев

В гидродинамическом приближении вычислена емкость плоского конденсатора, заполненного неизотермической столкновительной плазмой. Исследованы резонансные свойства комплексного импеданса конденсатора. Показано, что в низкочастотной области резонансное поглощение в конденсаторе обусловлено возбуждением ионнозвуковых колебаний, в высокочастотной области – возбуждением электронных ленгмюровских волн, а в промежуточной области частот поглощение электромагнитной энергии связано с явлением геометрического плазменного резонанса.

Ключевые слова: плазменный конденсатор, столкновительная плазма, плазменный резонанс, инно-звуковые колебания.

Задача о вычислении емкости плазменного конденсатора имеет большое прикладное значение для физики газового разряда и при разработке технологических источников плазмы [1, 2]. При отсутствии пространственной дисперсии для емкости конденсатора с плазменным заполнением имеет место формула $C = \epsilon_p(\omega)C_0$, где C_0 – емкость вакуумного конденсатора той же геометрии, $\epsilon_p(\omega)$ – диэлектрическая проницаемость плазмы, а ω – частота электрического поля в конденсаторе (считается, что однородная плазма полностью заполняет пространство между обкладками конденсатора). При наличии пространственной дисперсии диэлектрическая проницаемость плазмы зависит от пространственного распределения поля, поэтому задача вычисления емкости конденсатора существенно усложняется. В настоящей работе будет вычислена емкость плоского конденсатора, пространство между обкладками которого полностью заполнено однородной неизотермической плазмой – холодные ионы и горячие электроны.

E-mail: kuzelev@mail.ru

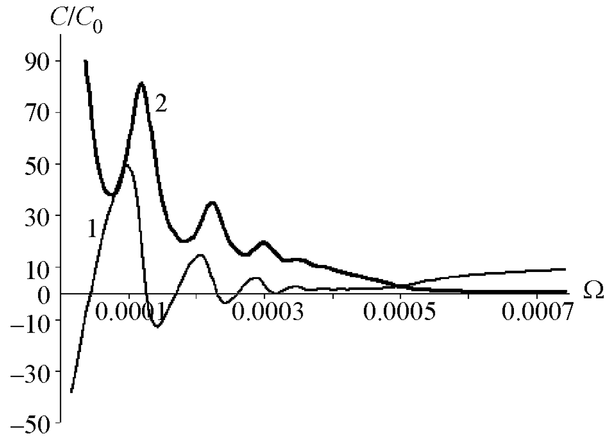

Рис. 1: *Действительная (1) и мнимая (2) части емкости (13) в низкочастотной области* $\omega < 1.5\omega_{Li}$ *при* $d/r_{De} = 25$, $\nu_{in}/\omega_{Le} = 0.00005$.

Из уравнений многожидкостной гидродинамики для холодных ионов и горячих электронов с газокинетическим давлением [3] имеем систему для возмущения плотности заряда электронов $\rho_e(z)$ и напряженности электрического поля $E_z(z)$ (ось z перпендикулярна плоскости обкладок)

$$\frac{d}{dz}[\epsilon_i(z)E_z] = \rho_e,$$

$$V_{Te}^2\frac{d^2\rho_e}{dz^2} + \omega(\omega + i\nu_{en})\rho_e = \frac{d}{dz}[\omega_{Le}^2(z)E_z]. \quad (1)$$

Здесь

$$\epsilon_i(z) = 1 - \frac{\omega_{Li}^2(z)}{\omega(\omega + i\nu_{in})}, \quad (2)$$

ω_{Le} и ω_{Li} – электронная и ионная ленгмюровские частоты, ν_{en} и ν_{in} – частоты столкновений электронов и ионов плазмы с нейтральными атомами, а V_{Te} – тепловая скорость электронов. Из второго уравнения системы (1) видно, что при $V_{Te} \neq 0$ плотность $\rho_e(z)$ конечна всюду, в том числе и на границах плазмы. Поэтому на границах плазмы $z = 0$, d имеют место следующие условия непрерывности:

$$\{\epsilon_i(z)E_z(z)\}|_{z=0,d} = 0, \quad (3)$$

отражающие непрерывность нормальной составляющей индукции электрического поля. При этом поверхностные заряды обусловлены только ионной компонентой, а поверхностные заряды электронной компоненты размыты благодаря тепловому движению.

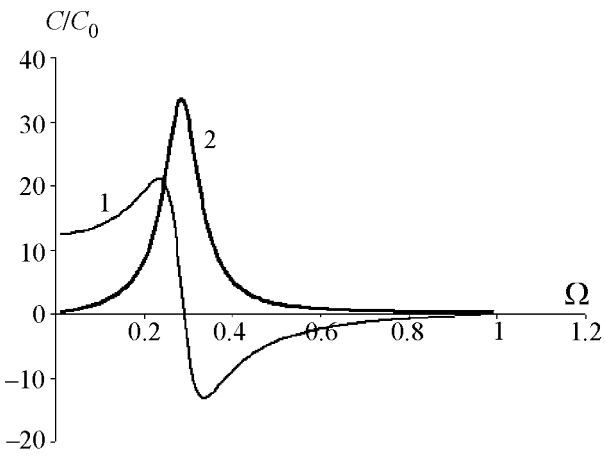

Рис. 2: *Действительная (1) и мнимая (2) части емкости (13) в промежуточной области частот* $\omega_{Li} < \omega < \omega_{Le}$ *при* $d/r_{De} = 25$ *и* $\nu_{en}/\omega_{Le} = 0.1$.

Уравнения (1) решаются в области плазмы $0 < z < d$, а проводящие обкладки конденсатора расположены при $z = -\Delta$ и $z = d + \Delta$, где $\Delta \to 0$ – ширина вакуумного зазора между плазмой и обкладкой.

Исключая $\rho_e(z)$, получаем из системы (1) уравнение для поля $E_z(z)$

$$\frac{d}{dz}\left[\left(V_{Te}^2\frac{d^2}{dz^2} + \omega(\omega + i\nu_{en})\right)\epsilon_i(z)E_z(z)\right] = \frac{d}{dz}[\omega_{Le}^2(z)E_z(z)], \tag{4}$$

откуда после интегрирования имеем

$$\left(V_{Te}^2\frac{d^2}{dz^2} + \omega(\omega + i\nu_{en})\right)\epsilon_i(z)E_z(z) - \omega_{Le}^2(z)E_z(z) = \omega(\omega + i\nu_{en})E_0. \tag{5}$$

Здесь $E_0 = \text{const}$ – поле в зазоре между плазмой и обкладкой конденсатора. При получении (5) учтено, что вне плазмы $\epsilon_i = 1$ и $\omega_{Le} = 0$. Таким образом в плазме, где $\omega_{Le} = \text{const}$ и $\epsilon_i(z) = 1 - \omega_{Li}^2/[\omega(\omega + i\nu_{in})] = \text{const}$, имеем следующее уравнение:

$$\frac{d^2E_z}{dz^2} - \frac{\omega_{Le}^2 - \omega(\omega + i\nu_{en})\epsilon_i}{V_{Te}^2\epsilon_i}E_z = \frac{\omega(\omega + i\nu_{en})}{V_{Te}^2\epsilon_i}E_0, \tag{6}$$

решаемое в области $0 < z < d$ с граничными условиями, получающимися из (3),

$$E_z(0) = E_z(d) = \frac{E_0}{\epsilon_i}. \tag{7}$$

Общее решение уравнения (6) имеет вид

$$E_z = \frac{E_0}{\epsilon_p} + C_1\exp(-z/r_{D\omega}) + C_2\exp(z/r_{D\omega}), \tag{8}$$

где $\epsilon_p = \epsilon_i - \omega_{Le}^2/\omega(\omega + i\nu_{en})$,

$$r_{D\omega} = \sqrt{\frac{V_{Te}^2 \epsilon_i}{\omega_{Le}^2 - \omega(\omega + i\nu_{en})\epsilon_i}} = r_{De}\sqrt{\frac{\epsilon_i}{1 - \epsilon_i \omega(\omega + i\nu_{en})/\omega_{Le}^2}}, \tag{9}$$

а $r_{De} = V_{Te}/\omega_{Le}$ – электронный дебаевский радиус. С учетом граничных условий (7) из решения (8) получаем следующее выражение для распределения поля в плазменном слое:

$$E_z = \frac{1}{\epsilon_p}E_0 + \frac{\epsilon_p - \epsilon_i}{\epsilon_p \epsilon_i}E_0 \frac{\mathrm{sh}[(d-z)/r_{D\omega}] + \mathrm{sh}(z/r_{D\omega})}{\mathrm{sh}(d/r_{D\omega})}. \tag{10}$$

Разность потенциалов между обкладками есть

$$U = \int_0^d E_z dz = E_0 \frac{d}{\epsilon_p}\left[1 + \frac{\epsilon_p - \epsilon_i}{\epsilon_i} 2 \frac{\mathrm{ch}(d/r_{D\omega}) - 1}{(d/r_{D\omega})\mathrm{sh}(d/r_{D\omega})}\right]. \tag{11}$$

Учитывая далее соотношения

$$Q = CU, \quad Q = \sigma S = S\frac{E_0}{4\pi}, \tag{12}$$

где Q – полный заряд обкладки, σ – поверхностная плотность заряда на обкладке, а S – площадь обкладки, находим выражение для емкости конденсатора с неизотермическим плазменным заполнением

$$C = C_0 \frac{\epsilon_p}{1 + \dfrac{\epsilon_p - \epsilon_i}{\epsilon_i} 2 \dfrac{r_{D\omega}}{d} \dfrac{[\mathrm{ch}(d/r_{D\omega}) - 1]}{\mathrm{sh}(d/r_{D\omega})}}, \tag{13}$$

где $C_0 = S/4\pi d$ – емкость конденсатора без плазмы. Импеданс конденсатора есть

$$Z = \frac{i}{\omega C} = \frac{i}{\omega_{Le} C_0}\tilde{Z}, \;\; \tilde{Z} = \frac{\omega_{Le}}{\omega \epsilon_p}\left\{1 + \frac{\epsilon_p - \epsilon_i}{\epsilon_i} 2 \frac{r_{D\omega}}{d} \frac{[\mathrm{ch}(d/r_{D\omega}) - 1}{\mathrm{sh}(d/r_{D\omega})}\right\}, \tag{14}$$

а потери энергии в конденсаторе определяются формулой

$$P = \frac{1}{4}|U_0|^2 \left(\frac{1}{Z} + \frac{1}{Z^*}\right) = \frac{1}{2}|U_0|^2 \omega \mathrm{Im} C, \tag{15}$$

где U_0 – комплексная амплитуда напряжения на конденсаторе. Формулы (13), (14) и (15) важны для электротехнического описания емкостных газовых разрядов.

На рис. 1–3 показаны некоторые характерные зависимости емкости (13) от безразмерной частоты $\Omega = \omega/\omega_{Le}$ при $\omega_{Li}/\omega_{Le} = 0.0005$, $\nu_{in}/\omega_{Le} = 0.00005$.

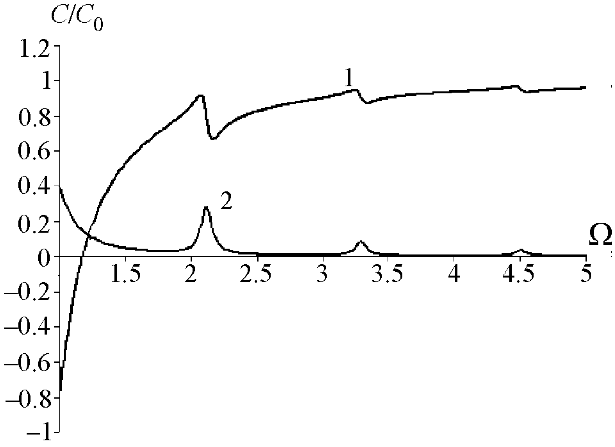

Рис. 3: *Действительная (1) и мнимая (2) части емкости (13) в высокочастотной области* $\omega > \omega_{Le}$ *при* $d/r_{De} = 5$ *и* $\nu_{en}/\omega_{Le} = 0.1$.

Из приведенных рисунков видно, что поглощение энергии внешнего источника в плазменном конденсаторе носит резонансный характер. Резонансы связаны с возбуждением в плазме различных собственных волн. Так максимумы поглощения в низкочастотной области связаны с резонансным возбуждением ионно-звуковых колебаний, определяемых дисперсионным уравнением $d/r_{D\omega} = i2\pi n$, или

$$\omega(\omega + i\nu_{en}) = k_{zn}^2 r_{De}^2/(1 + k_{zn}^2 r_{De}^2), \quad k_{zn} = 2\pi n/d. \tag{16}$$

Максимум поглощения в промежуточной частотной области обусловлен геометрическим резонансом и связан с возбуждением поверхностной волны плазменного слоя [4]. Наконец, максимумы поглощения в высокочастотной области обусловлены резонансным возбуждением ленгмюровских волн, частоты которых определяются формулами

$$\omega^2 = \omega_{Le}^2 + k_{zn}^2 V_{Te}^2, \quad k_{zn} = \frac{\pi}{d}\zeta_n, \tag{17}$$

где $\zeta_n \sim n$ – некоторые вещественные числа.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Е. А. Кралькина, УФН **178**(5), 519 (2008).

[2] А. Ф. Александров, К. В. Вавилин, Е. А. Кралькина и др., Физика плазмы **33**(9), 802, 816 (2007).

[3] А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, *Основы электродинамики плазмы* (М., Высшая школа, 1988).

[4] М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, П. С. Стрелков, *Плазменная релятивистская СВЧ электроника* (М., изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002).

Учреждение Российской академии наук
Институт общей физики
им. А.М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 29 апреля 2009 г.