

О СВЕРХРАЗРЕШЕНИИ ПЛОСКИХ ЛИНЗ НА ОСНОВЕ ФОНОННЫХ И ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛОВ

Е. А. Виноградов, В. А. Бабинцев, В. Г. Веселаго,
В. И. Голованов, К. Ф. Шипилов

Рассмотрено явление сверхразрешения плоских линз на основе экспериментов с фононными и фотонными кристаллами, обладающими отрицательной дисперсией. Анализ частотной зависимости фокусных расстояний в рамках лучевой теории позволил определить значения отрицательного показателя преломления и получить величины фазового рассогласования осевых и внеосевых лучей, формирующих фокальное пятно, не превышающие $1/40$ длины волны излучения. Дана интерпретация наблюдаемого явления в терминах квантовой теории.

Ключевые слова: фононные кристаллы, фотонные кристаллы, отрицательное преломление, плоская линза, метаматериал, лучевая теория, принцип неопределенности.

В экспериментальных работах [1–4] при формировании изображений точечных объектов в микроволновом или акустическом диапазонах длин волн с помощью линз, выполненных из фотонных или фононных кристаллов, зарегистрировано сверхразрешение (или суперфокусировка).

Термин сверхразрешение означает преодоление классического дифракционного предела пространственного разрешения сфокусированного линзой изображения, составляющего величину менее половины длины волны излучения. Возможность преодоления дифракционного предела для плоских линз, изготовленных из метаматериала (обладающего отрицательным показателем преломления), была впервые рассмотрена Д. Пендри [5], который предложил принцип устройства искусственной среды, обладающей отрицательным показателем преломления, и назвал ее метаматериалом, который вскоре успешно был реализован на практике [6]. Задолго до этого В. Г. Веселаго [7] показал,

Учреждение Российской академии наук Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, 119991, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: kfship@kapella.gpi.ru.

что возможно корректное введение отрицательного материального показателя преломления для сред, одновременно обладающих отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей. Он же показал, что в этом случае волновой импеданс среды будет иметь положительное значение, соответствующее условию существования распространяющихся волн, и можно создать, на основе таких материалов, идеальную плоскую линзу, часто называемую “линзой Веселаго”, способную безабберрационно отображать элементы из объектной плоскости в плоскость изображения.

Таким образом, метаматериал – это искусственно созданная среда, обычно обладающая периодической, с периодом много меньшим длины волны излучения, структурой, специальные элементы которой соответственно наделяют метаматериал необычными для известных естественных материалов макроскопическими свойствами – отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями в выбранном диапазоне частот. В настоящее время бурно развиваются средства радиоэлектроники, коммуникации, электромагнитной связи и т.п. на основе индустрии метаматериалов. Новые идеи в ближайшем будущем освоят все диапазоны электромагнитных волн, включая оптический, осуществляя ранее недоступные возможности. Уже введен термин метатроника – электроника на основе управляемых излучением электрических свойств метаматериалов. Активно разрабатывают так называемые *metamaterialinspird* – высокоэффективные по излучательной способности микроминиатюрные (с размерами менее длины волны излучения в десятки раз) антенны. Термин *metamaterialinspird*, дословно переводимый как вдохновленный метаматериалом (или идейно близкий к метаматериалам), означает, что фактически, при создании антенн, в их основу положен структурный элемент из метаматериала. По-видимому, наиболее адекватный перевод вышеуказанного термина – метаматериалоподобный. Перспективу освоения метаматериалами оптического диапазона связывают в основном с активными метаматериалами, в которых компенсация потерь осуществляется за счет введения, например, красителей, накачиваемых нанолазерами. Таким образом, новая грядущая научно-техническая революция связана, по нашему мнению, прежде всего с метаматериалами.

Другое направление создания материалов с отрицательным преломлением связано с фотонными и фононными кристаллами, которые обладают искусственной периодической, по крайней мере, двухмерной структурой, с периодом несколько меньшим длины волны излучения. Отрицательная дисперсия в таких структурах – необходимое условие существования отрицательного преломления – подобна дисперсии волн квазичастиц в обычных кристаллах твердого тела, для которых разработаны адекватные

методы описания посредством зонной структуры. Поэтому в соответствующих участках зоны Бриллюэна фотонного кристалла могут наблюдаться явления отрицательного преломления. Отличительная особенность – относительно большая ширина спектра, в котором наблюдается отрицательное преломление, обусловленное самой структурой, а не резонансными свойствами ее элементов, в отличие от случая с метаматериалами. Кроме того, одна и та же структура может быть одновременно и фотонным, и фононным кристаллом с отрицательным преломлением в общем диапазоне длин волн, так как основную роль здесь играет соотношение волнового вектора и периода структуры в соответствующей зоне Бриллюэна [3].

Цель настоящей работы – исследование одной из простейших структур двумерного кристалла, образованного гексагональной структурой из расположенных в воздухе стальных цилиндров круглого сечения. Такие структуры отличает простота изготовления, возможность математического моделирования, но до настоящего времени нет полной теории, адекватно описывающей в аналитических выражениях распространение в них как акустических, так и электромагнитных волн.

Кроме того, элементы структуры имеют чрезвычайно высокий импеданс, по сравнению с воздухом, не только для акустических, но и для электромагнитных волн, в силу большой плотности и высокой электропроводности стержней (в случае необходимости стержни могут быть покрыты тонким слоем золота, серебра или любого другого металла с высокой проводимостью). Такая структура чрезвычайно интересна и потому, что она образована слоями параллельно расположенных плоских одномерных решеток, для которых разработана теория и получены аналитические выражения сначала Лэмбом [8], а затем и Вайнштейном [9], уточнившим развитую теорию при высоких значениях коэффициента заполнения решетки, используя более совершенный математический аппарат.

Однако ими рассмотрен не дифракционный случай, когда период решетки меньше длины волны излучения. Если длина волны излучения приближается к периоду одномерной решетки, аппроксимация распространяющихся волн с помощью разложения в ряд теряет точность в силу расходимости рядов. Тем не менее, общие выводы, следующие из расчетных формул, могут быть сделаны. Так, например, взаимно ортогональные поляризации излучения по отношению к направлению стержней удовлетворяют принципу дополненности (в оптике известному как принцип Бабинне). Индуктивному импедансу решетки (индуктивная решетка), соответствует случай, когда вектор электрического поля волны параллелен проводникам решетки, а случаю емкостного им-

педанса, – когда этот вектор перпендикулярен проводникам. Соответственно фазовый сдвиг излучения, прошедшего через индуктивную решетку, будет запаздывающим, а в емкостном случае опережающим. Поэтому излучение, последовательно проходя решетки с параллельно расположенными плоскостями, будет приобретать соответствующий фазовый набег, опережающий или запаздывающий, в зависимости от поляризации излучения по отношению к решетке. Здесь прослеживается полная аналогия с одномерной электрической цепью, состоящей из емкостей и индуктивностей, которые могут быть включены по схеме фильтра либо низких, либо высоких частот. В последнем случае в области полосы пропускания имеет место отрицательная фазовая дисперсия, а фазовая и групповая скорости направлены в противоположные стороны, как в метаматериале с отрицательным показателем преломления. Таким образом, если в системе рассмотренного набора решеток имеет место отрицательная дисперсия, то есть отрицательный фазовый набег, то имеется возможность реализации плоской линзы Веселаго. Основываясь на изложенных принципах, нами была реализована экспериментально плоская линза в акустике, сначала для вышеуказанной двухмерной решетки в случае относительно редкой решетки [2], а затем и для решетки с большим коэффициентом заполнения [3, 4].

Т а б л и ц а 1

Частотная зависимость волновых параметров фоновонного кристалла

Частота ν , кГц	Фокусное расстояние F , мм	Показатель преломления n	Нормированная частота $\omega a/2\pi c$	Нормированный волновой вектор $ka/2\pi$
12	78	-0.906	0.656	0.594
12.5	84	-0.858	0.683	0.586
13	90	-0.814	0.711	0.579
13.5	98	-0.762	0.738	0.563
14	108	-0.705	0.766	0.540
14.5	126	-0.620	0.793	0.492

При малых и близких к единице коэффициентах заполнения были выполнены эксперименты по отображению квазиточечного источника плоскими линзами как электромагнитного, так и акустического излучения [4]. В этих экспериментах наблюдали острую фокусировку излучения с полушириной гауссова распределения в фокусе менее полдлины волны излучения. Отдельно отметим, что двухмерный кристалл давал изоб-

ражение в виде круглого пятна вместо ожидаемой полоски, характерной для обычных оптических цилиндрических линз.

Анализ экспериментальных результатов. Экспериментальных установок было две, и они подробно описаны в [3, 4]. Одна из них – для электромагнитных волн с длиной волны излучения 3 см, и другая – с акустическим излучателем (пьезоизлучателем) с перестраиваемой длиной волны излучения. Первая [3] служила для контроля с разрешением в доли миллиметра качества фокусировки излучения с помощью визуализации люминесцентным методом. Электромагнитное излучение на экране радиовизора преобразовывалось в тепловое распределение и температурочувствительным люминофором, возбуждаемым ультрафиолетовым излучением, создавалось видимое глазом изображение, которое регистрировали цифровой фотокамерой. Двумерный кристалл формировал в фокусе четкое изображение квазиточечного источника с поперечными размерами, несколько меньшими длины волны излучения, при практически линейной дисперсии.

Т а б л и ц а 2

Расчет разности хода оптических путей осевого (D) и внеосевого (d) лучей (мм)

ν , кГц	F , мм	n	$-D_1$	$-d_1$	D_2	d_2	D	d	Δ
12	78	-0.906	68.6	80.5	78	90.8	9.6	10.3	0.7
12.5	84	-0.858	65	76.2	84	96	19	19.8	0.8
13	90	-0.814	61.6	72.3	90	101.3	28.4	29	0.6
13.5	98	-0.762	57.7	67.7	98	108.5	40	40.8	0.8
14	108	-0.705	53.4	63.6	108	117.6	54.6	54	0.6
14.5	126	-0.620	46.9	55.1	126	134	79.7	78.9	0.8

Эксперименты с близким к единице коэффициентом заполнения (0.86) были проведены при помещении источника звука в середину кристалла взамен изъятых стержня [4]. Такая постановка эксперимента позволила получить надежные данные по частотной зависимости фокусного расстояния, построить по закону Снеллиуса отрицательную дисперсию и найти волновые параметры фононного кристалла (табл. 1). В таблице 1 приведены частотные зависимости экспериментально измеренного фокусного расстояния F , соответствующего оптимальной фокусировке изображения источника излучения на микрофоне. Отрицательный показатель преломления n , как и следовало ожидать для близкого к единице коэффициента заполнения кристалла (отношения диаметра металлического цилиндра к периоду структуры плоской линзы), близок к единице по абсолютной величине на самой низкой частоте. С повышением частоты его абсолютная

величина уменьшается, испытывая отрицательную дисперсию. В последних двух колонках приведены безразмерные параметры частоты и волнового вектора k , полученные путем нормировки соответствующих величин на постоянную решетки a . Эти величины обычно применяются в физике твердого тела для построения зонной структуры кристалла, описывающей дисперсию квазичастиц в зоне Бриллюэна. Чтобы сходство было полным, остается помножить эти величины на постоянную Планка, чтобы перейти к энергии фонона и к его импульсу. Это означает универсальность описания обычных кристаллов, периодических наноструктур и макроскопических фононных кристаллов, из которых можно изготовить плоскую линзу. Поэтому, в принципе, полученная нами отрицательная волновая дисперсия будет описываться той же закономерностью вне зависимости от величины постоянной решетки. Важно, чтобы сохранялось то же соотношение длины волны и постоянной решетки. Конечно, на очень высоких частотах, например, гиперзвуковых, может вмешаться сильное поглощение волн, и дисперсия сильно изменится. Однако в ультразвуковом диапазоне частот полученные результаты будут справедливы.

Далее было интересно оценить суммарные фазовые набег осевого и внеосевого лучей, идущих от источника через плоскую линзу с отрицательным преломлением и приобретающих в кристалле отрицательный фазовый набег, а после выхода из него – положительный фазовый набег. При проходе через отрицательную среду мы приписывали отрицательный знак соответствующему пути, умножая геометрический путь соответствующего луча на показатель преломления среды. Здесь d_1, d_2, D_1, D_2 – длины оптических путей, которые прошли внеосевой и осевой лучи внутри и вне линзы, соответственно, от источника излучения до фокальной плоскости изображения, а d и D – суммарная длина их оптических путей с учетом знаков. В последней колонке символом Δ обозначена полная разность хода осевого и внеосевого лучей. Самое интересное, что она, как видно из таблицы 2, не превышает в среднем величины в 0.8 мм. Это, учитывая все длины волн указанного диапазона, означает, что погрешность не превышает $\sim 1/40$ длины волны излучения! Это совершенно удивительный результат, не укладывающийся в современные представления о том, что фононному (или фотонному) кристаллу нельзя приписать эффективный показатель преломления в отличие от метаматериала, элемент которого во много раз меньше длины волны излучения. В нашем случае постоянная решетки лишь немного меньше длины волны излучения. Кроме того, на пути от источника до приемника, даже по самому длинному (внеосевому) пути, если считать, что луч идет по прямой до границы раздела сред и по прямой до приемника, он встре-

тит в среднем только порядка шести периодов решетки. Причем разные лучи встретят на своем пути разное число элементов решетки. Поэтому лучевая теория не позволяет получить средний набег фазы с такой точностью. Как известно, лучевое приближение справедливо в оптике лишь в грубом приближении, когда длина волны пренебрежимо мала, и можно пренебречь волновой природой света, то есть дифракцией. В нашем случае мы имеем грубую структуру, ее поверхность имеет неоднородности порядка половины длины волны излучения, поэтому и в самой решетке, и на каждом одиночном цилиндре должно происходить рассеяние практически во все стороны, конечно, если справедлива такая картина для всей совокупности стержней в плоской линзе.

Заключение. Наблюдаемое в нашем случае сверхразрешение можно объяснить с точки зрения квантового принципа неопределенности. Действительно, если мы имеем поток фотонов с определенным импульсом, то при попытке отфильтровать с помощью щели фотоны с определенной координатой мы сразу же получим большую неопределенность по импульсу, то есть по волновому вектору. В нашем случае, похоже, происходит обратный процесс, когда фононы из хорошо локализованного источника проходят через пространственный фильтр, сильно меняющий распределение по импульсу – волновой вектор сначала направлен к источнику в среде с отрицательным преломлением – затем, выйдя из среды, он меняет свое направление на противоположное. Поэтому большая неопределенность в импульсе позволяет собраться фононам с очень хорошей точностью в фокусе (там, где фазы всех фононов равны). Иными словами, источник возбуждает максимально большое число фононных мод кристалла, каждая из которых занимает весь кристалл и поэтому дальний порядок взаимодействия элементов решетки приводит к очень хорошему усреднению фаз по многим элементам решетки.

Таким образом, экспериментально показана справедливость классической лучевой теории в условиях квантования поля в двухмерной периодической структуре фононных и фотонных кристаллов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 09-02-01186-а, № 09-02-01082-а и ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” (гос. контракт № П956).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Z. Feng, X. Zhang, K. Ren, et al., Phys. Rev. B **73**, 075118-1 (2006).
- [2] E. A. Vinogradov, V. A. Babintsev, V. G. Veselago, K. F. Shipilov, Phys. Wave Phenom. **15**(2), 126 (2007).

- [3] Е. А. Виноградов, В. А. Бабинцев, В. Г. Веселаго и др., Краткие сообщения по физике ФИАН, **35**(12), 31 (2008).
- [4] E. A. Vinogradov, V. G. Veselago, V. I. Golovanov, K. F. Shipilov, Phys. Wave Phenom. **18**(1), 27 (2010).
- [5] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, Phys. Rev. Lett. **76**, 4773 (1996).
- [6] D. R. Smith, N. Kroll, Phys. Rev. Lett. **85**, 2933 (2000).
- [7] В. Г. Веселаго, УФН **92**, 517 (1967).
- [8] Г. Ламб, *Гидродинамика* (ОГИЗ, М., 1947, Ленинград).
- [9] Л. А. Вайнштейн, *Теория дифракции и метод факторизации* ("Советское радио", М., 1966).

Поступила в редакцию 1 ноября 2010 г.